



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΑΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

ΜΕΛΕΤΗ, ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΕΧΝΙΚΩΝ
ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ
ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

ΑΝΔΡΕΑ Π. ΔΕΣΣΑΛΕΡΜΟΥ

Επιβλέπων : Βασίλειος Ασημακόπουλος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Υπεύθυνος : Φώτιος Πετρόπουλος
Υποψήφιος διδάκτωρ Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2011



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΑΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

**ΜΕΛΕΤΗ, ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΕΧΝΙΚΩΝ
ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ
ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

ΑΝΔΡΕΑ Π. ΔΕΣΑΛΕΡΜΟΥ

Επιβλέπων : Βασίλειος Ασημακόπουλος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Υπεύθυνος : Φώτιος Πετρόπουλος
Υποψήφιος διδάκτωρ Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την Οκτωβρίου 2011.

(Υπογραφή)

.....
Βασίλειος Ασημακόπουλος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....
Δημήτριος Ασκούνης
Επίκουρος καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....
Ιωάννης Ψαρράς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2011

Πρόλογος

Η διπλωματική αυτή εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια των ερευνητικών δραστηριοτήτων της **Μονάδας Προβλέψεων & Στρατηγικής** κατά το ακαδημαϊκό έτος 2010-2011. Η μονάδα υπάγεται στον Τομέα Ηλεκτρικών και Βιομηχανικών Διατάξεων και Συστημάτων Αποφάσεων, της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Βασίλη Ασημακόπουλο για την ευκαιρία που μου έδωσε να εμβαθύνω τις γνώσεις μου στο πολύ ενδιαφέρον αντικείμενο των προβλέψεων και την αμέριστη συμπαράσταση που μου παρείχε είτε προσωπικώς είτε μέσω των άξιων βοηθών του σε κάθε δυσκολία που παρουσιάστηκε κατά την εκπόνηση της παρούσης εργασίας. Παράλληλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω από καρδιάς τον Καθηγητή κ. Ι. Ψαρρά καθώς και τον Επ. Καθηγητή κ. Δ. Ασκούνη για την τιμή που μου έκαναν να συμμετάσχουν στην επιτροπή εξέτασης της εργασίας.

Θα ήθελα ιδιαιτέρως να ευχαριστήσω τον υποψήφιο Διδάκτορα Φώτιο Πετρόπουλο για την πίστη που έδειξε στο πρόσωπο μου καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας, το συνεχές του ενδιαφέρον καθώς και την ανιδιοτελή του βοήθεια σε κάθε δυσκολία που εμφανίστηκε. Οι εύστοχες παρατηρήσεις του έδιναν κάθε φορά αφορμή για βελτίωση της εργασίας.

Επίσης θα ήθελα ιδιαιτέρως να ευχαριστήσω το συνεργάτη της μονάδας Γεώργιο Σπιθουράκη για την αμέριστη στήριξη και βοήθεια που μου προσέφερε με τις γνώσεις του. Συνέβαλε καθοριστικά με τις συμβουλές του και τη πολύπλευρη βοήθεια του στην εκπόνηση της εργασίας.

Θα ήταν απρεπές να παραλείψω και τα υπόλοιπα μέλη της μονάδας τα οποία έχουν δημιουργήσει ένα πολύ φιλικό περιβάλλον και με έκαναν να αισθάνομαι ιδιαίτερα οικεία καθ' όλη τη διάρκεια της παραμονής μου στο εργαστήριο.

Τέλος στην όλη μου προσπάθεια θα ήμουν αδύνατος να επιτύχω αν δεν είχα τη στήριξη των αδερφών μου και του πατέρα μου που ήταν πάντα δίπλα μου να με εμπυχώνουν.

Αθήνα, Οκτώβριος 2011

Περίληψη

Από τα πρώτα χρόνια χρήσης των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης φάνηκε ξεκάθαρα πως η ακρίβεια των προβλέψεων που παράγονται από αυτά εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την επιλογή των τιμών των μεταβλητών εξομάλυνσης. Έτσι λοιπόν, στην υλοποίηση των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης έχουν χρησιμοποιηθεί ποικίλοι τρόποι τιμολόγησης των μεταβλητών εξομάλυνσης έτσι ώστε η ακρίβεια των προβλέψεων να είναι ιδανική. Οι πρώτες απόπειρες όριζαν την τιμολόγηση των μεταβλητών με κατάλληλες ανά είδος χρονοσειράς τιμές. Στην πορεία όμως φάνηκε η ανάγκη να επιλέγονται οι τιμές μέσω τεχνικών βελτιστοποίησης που έχουν ως συνάρτηση κόστους το μέσο σφάλμα των προβλέψεων για τις τιμές της χρονοσειράς. Παράλληλα, δημιουργήθηκαν και παραλλαγές των κλασικών μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης που επιτρέπουν στις μεταβλητές εξομάλυνσης να αλλάζουν τιμές με την πάροδο του χρόνου έτσι ώστε να προσαρμόζονται στις αλλαγές των χαρακτηριστικών της χρονοσειράς.

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας πραγματοποιήθηκε ένας μεγάλος αριθμός πειραμάτων με χρήση των χρονοσειρών του διαγωνισμού M3 με σκοπό να ευρεθεί ο ιδανικός τρόπος τιμολόγησης των μεταβλητών εξομάλυνσης. Τα πειράματα αυτά περιλαμβάνουν εφαρμογή τεχνικών βελτιστοποίησης για την επιλογή των μεταβλητών αλλά και υλοποίηση μοντέλων σταθερού επιπέδου δυναμικής προσαρμογής της μεταβλητής εξομάλυνσης. Οι τεχνικές βελτιστοποίησης που υλοποιήθηκαν περιλαμβάνουν όχι μόνο αυτές που έχουν χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν αλλά και νέες. Η αξιολόγηση των μεθόδων τιμολόγησης των μεταβλητών έγινε με βάση την ακρίβεια των προβλέψεων που δίνουν τελικά οι επιλεγείσες από αυτές τιμές και παράλληλα με βάση τις υπολογιστικές τους απαιτήσεις.

Από τα αποτελέσματα των μεθόδων που σε πολλές περιπτώσεις ήταν καλύτερα από τα δημοσιευμένα του διαγωνισμού M3 βγήκαν πολλά χρήσιμα συμπεράσματα. Ωστόσο, κατέστη δύσκολη η με ασφάλεια πρόταση κατάλληλων μεθόδων τιμολόγησης των μεταβλητών εξομάλυνσης διότι τα αποτελέσματα της κάθε μεθόδου διαφοροποιούνταν από τις επιλογές αρχικής τάσης και αρχικού επιπέδου. Πάντως, για κάθε συνδυασμό είδους χρονοσειράς και μοντέλου εξομάλυνσης επιλέχθηκαν γενικά κατάλληλες μέθοδοι κάτω από κάποιες επιφυλάξεις.

Λέξεις κλειδιά : Βελτιστοποίηση μεταβλητών εξομάλυνσης, εκθετική εξομάλυνση, προβλέψεις, σταθερές μεταβλητές, προσαρμοζόμενες μεταβλητές

Abstract

Since the first years of use of exponential smoothing models it has been showed clearly that the accuracy of forecasts derived from them depends largely on the choice of exponential smoothing parameters. Thus, in the implementation of exponential smoothing models have been used several ways of choosing values for the smoothing parameters so that the accuracy of the forecasts gets better. The first attempts were made by choosing the smoothing parameters accordingly to appropriate arbitrary values by type of time series. However in the process, it has been demonstrated the need to choose the values through optimization techniques that their cost function is the average error of forecasts for the values of time series. Furthermore, it's been created variations of the classic exponential smoothing models that allow a smoothing parameter to change over time, in order to adapt to changes in the characteristics of the time series.

In the context of the present work a large number of experiments were made using the time series of the M3 competition in order to determine the perfect way of choosing the values of smoothing parameters. These experiments include application of optimization techniques for selecting the values of the smoothing parameters but also implementation of constant level models which use adaptive smoothing parameters. The optimization techniques implemented include not only those used in the past but also new ones. The evaluation of the smoothing parameters choosing methods was based on the accuracy of forecasts that eventually are given with the selected from these smoothing parameters and parallel on the basis of their computational requirements.

From the results of the methods implemented in the exponential smoothing models, which in many cases were better than the published results of the M3 competition, many useful conclusions were earned. However, it was difficult to secure safe proposals for appropriate smoothing parameters choosing methods because the results of each method differed from the choice of initial values. However, for each combination of time series type and exponential smoothing model have been chosen, under some reservations, generally appropriate parameters valuing methods.

Keywords: Smoothing parameters optimization, exponential smoothing, forecasts, fixed parameters, adaptive smoothing parameters

Πίνακας Περιεχομένων

1. Ευρεία περίληψη.....	- 15 -
1.1 Εισαγωγή	- 15 -
1.2 Μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης.....	- 15 -
1.3 Μέθοδοι επιλογής παραμέτρων	- 17 -
1.4 Πειράματα βελτιστοποίησης.....	- 19 -
1.5 Αποτελέσματα και μελλοντικές προεκτάσεις.	- 20 -
1.5.1 Αποτελέσματα.....	- 20 -
1.5.2 Μελλοντικές προεκτάσεις.....	- 23 -
2. Εισαγωγή στις προβλέψεις	- 25 -
2.1 Προβλέψεις	- 25 -
2.2 Χρονοσειρές	- 26 -
2.2.1 Γενικά.....	- 26 -
2.2.2 Ποιοτικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών.....	- 26 -
2.3 Διαδικασία προβλέψεων	- 28 -
2.4 Μέθοδοι προβλέψεων	- 29 -
2.4.1 Ποσοτικές μέθοδοι (quantitative)	- 29 -
2.4.1.1 Μοντέλα χρονοσειρών	- 29 -
2.4.1.2 Επεξηγηματικές (Αιτιοκρατικές) μέθοδοι.	- 30 -
2.4.2 Κριτικές μέθοδοι.	- 31 -
2.4.3 Τεχνολογικές μέθοδοι.	- 31 -
2.5 Σφάλματα προβλέψεων.....	- 32 -
3. Μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης	- 35 -
3.1 Εισαγωγή	- 35 -
3.2 Παράμετροι μεθόδων.	- 37 -
3.3 Εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου	- 38 -
3.3.1 Κλασική μέθοδος (ses)	- 38 -
3.3.2 Δυναμικά προσαρμοζόμενες μέθοδοι εξομάλυνσης.....	- 40 -
3.3.2.1 Smooth transition exponential smoothing (STES).....	- 41 -
3.3.2.2 Απλοποιημένο φίλτρο Kalman	- 43 -
3.4 Εκθετική εξομάλυνση γραμμικής τάσης (Holt)	- 45 -
3.5 Εκθετική εξομάλυνση μη γραμμικής τάσης	- 46 -
4. Μέθοδοι βελτιστοποίησης.....	- 49 -
4.1 Εισαγωγή	- 49 -

4.2 Μέθοδοι χωρίς χρήση παραγώγων.....	- 51 -
4.2.1 Γενικά.....	- 51 -
4.2.2 Γραμμική αναζήτηση και παραλλαγές.....	- 52 -
4.2.3 Δυαδική αναζήτηση και παραλλαγές.....	- 54 -
4.2.4 Hooke Jeeves pattern search.....	- 57 -
4.2.5 Αναρρίχηση λόφων.....	- 58 -
4.2.6 Αναζήτηση χρυσής τομής.....	- 60 -
4.2.7 Προσομοιωμένη ανόπτηση.....	- 61 -
4.3 Μέθοδοι με χρήση παραγώγων.....	- 63 -
4.3.1 Γενικά.....	- 63 -
4.3.2 Steepest descent.....	- 63 -
4.3.3 Τεχνική BFGS.....	- 65 -
4.3.4 Τεχνική GRG.....	- 67 -
4.3.5 Levenberg–Marquardt.....	- 70 -
5. Σχεδίαση και υλοποίηση πειραμάτων.....	- 73 -
5.1 Εισαγωγή.....	- 73 -
5.2 Χρονοσειρές M3.....	- 74 -
5.3 Επεξεργασία χρονοσειρών.....	- 75 -
5.3.1 Χειρισμός εποχιακότητας.....	- 75 -
5.3.2 Υπολογισμός τάσης/επιπέδου.....	- 76 -
5.4 Υπολογισμός σφαλμάτων/χρόνου.....	- 78 -
5.5 Υλοποιηθείσες μέθοδοι βελτιστοποίησης.....	- 78 -
6. Αποτελέσματα.....	- 83 -
6.1 Εισαγωγή.....	- 83 -
6.2 Αποτελέσματα μοντέλων σταθερού επιπέδου.....	- 83 -
6.3 Αποτελέσματα μοντέλων γραμμικής τάσης.....	- 97 -
6.4 Αποτελέσματα μοντέλων μη γραμμικής τάσης.....	- 110 -
7 Συμπεράσματα και μελλοντικές επεκτάσεις.....	- 123 -
7.1 Γενικά.....	- 123 -
7.2 Σταθερό επίπεδο.....	- 123 -
7.3 Γραμμική τάση.....	- 125 -
7.4 Μη γραμμική τάση.....	- 126 -
7.5 Μελλοντικές προεκτάσεις.....	- 128 -
Παράρτημα Α.....	- 131 -

Πηγαίος κώδικας	- 131 -
Παράρτημα Β.....	- 167 -
Βιβλιογραφία	- 167 -

Ευρετήριο πινάκων

Πίνακας 1. 1 : Ακριβείς μέθοδοι ανά είδος χρονοσειράς και μοντέλο τάσης	- 21 -
Πίνακας 5. 1 : Είδη χρονοσειρών του διαγωνισμού Μ3.....	- 74 -
Πίνακας 6. 1 : Αποτελέσματα ses μηνιαία.....	- 84 -
Πίνακας 6. 2 : Αποτελέσματα Stes/Kalman μηνιαία	- 84 -
Πίνακας 6. 3 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων ses μηνιαία	- 85 -
Πίνακας 6. 4 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής ses μηνιαία.	- 86 -
Πίνακας 6. 5 : Αποτελέσματα ses τριμηνιαία.....	- 87 -
Πίνακας 6. 6 : Αποτελέσματα Stes/Kalman τριμηνιαία.....	- 87 -
Πίνακας 6. 7 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων ses τριμηνιαία	- 88 -
Πίνακας 6. 8 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής ses τριμηνιαία.....	- 89 -
Πίνακας 6. 9 : Αποτελέσματα ses ετήσια.	- 90 -
Πίνακας 6. 10 : Αποτελέσματα Stes/Kalman ετήσια.	- 90 -
Πίνακας 6. 11 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων ses ετήσια.	- 92 -
Πίνακας 6. 12 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής ses ετήσια.....	- 93 -
Πίνακας 6. 13 : Αποτελέσματα ses άλλες χρονοσειρές.	- 94 -
Πίνακας 6. 14 : Αποτελέσματα Stes/Kalman άλλες χρονοσειρές.	- 94 -
Πίνακας 6. 15 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων ses άλλες χρονοσειρές.	- 95 -
Πίνακας 6. 16 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής ses άλλες χρονοσειρές.	- 96 -
Πίνακας 6. 17 : Αποτελέσματα Holt μηνιαία.	- 98 -
Πίνακας 6. 18 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων Holt μηνιαία.	- 99 -
Πίνακας 6. 19 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής Holt μηνιαία.....	- 100 -
Πίνακας 6. 20 : Αποτελέσματα Holt τριμηνιαία.....	- 101 -
Πίνακας 6. 21 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων Holt τριμηνιαία.	- 102 -
Πίνακας 6. 22 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής Holt τριμηνιαία.....	- 103 -
Πίνακας 6. 23 : Αποτελέσματα Holt ετήσια.	- 104 -
Πίνακας 6. 24 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων Holt ετήσια.	- 105 -
Πίνακας 6. 25 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής Holt ετήσια.....	- 106 -
Πίνακας 6. 26 : Αποτελέσματα Holt άλλα δεδομένα.....	- 107 -
Πίνακας 6. 27 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων Holt άλλα δεδομένα.	- 108 -
Πίνακας 6. 28 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής Holt άλλα δεδομένα.....	- 109 -
Πίνακας 6. 29 : Αποτελέσματα damped μηνιαία.....	- 110 -
Πίνακας 6. 30 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων damped μηνιαία.....	- 111 -
Πίνακας 6. 31 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής damped μηνιαία.	- 112 -
Πίνακας 6. 32 : Αποτελέσματα damped τριμηνιαία.....	- 113 -
Πίνακας 6. 33 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων damped τριμηνιαία.....	- 114 -
Πίνακας 6. 34 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής damped τριμηνιαία.	- 115 -

Πίνακας 6. 35 : Αποτελέσματα damped ετήσια.....	- 116 -
Πίνακας 6. 36 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων damped ετήσια.....	- 117 -
Πίνακας 6. 37 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής damped ετήσια.....	- 118 -
Πίνακας 6. 38 : Αποτελέσματα damped άλλα δεδομένα.....	- 119 -
Πίνακας 6. 39 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων damped άλλα δεδομένα.....	- 120 -
Πίνακας 6. 40 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής damped άλλα δεδομένα.....	- 121 -

Ευρετήριο διαγραμμάτων

Διάγραμμα 1. 1 : Απαιτούμενοι χρόνοι τεχνικών βελτιστοποίησης (μοντέλο Holt).....	- 22 -
Διάγραμμα 1. 2 : Απαιτούμενοι χρόνοι αναρρίχησης λόφων (μοντέλο Holt).....	- 22 -
Διάγραμμα 1. 3 : Απαιτούμενοι χρόνοι γενικευμένης δυαδικής (μοντέλο Holt).....	- 23 -
Διάγραμμα 3. 1 : Κλασικά μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης.....	- 36 -
Διάγραμμα 4. 1 : Ιδιότροπα σημεία αντικειμενικής συνάρτησης.....	- 51 -
Διάγραμμα 4. 2 : Πλέγμα σημείων γραμμικής αναζήτησης 3 μεταβλητών	- 53 -
Διάγραμμα 4. 3 : Διάγραμμα ροής έξυπνης γραμμικής αναζήτησης.....	- 54 -
Διάγραμμα 4. 4 : Διάγραμμα ροής δυαδικής 0,33/0,67 αναζήτησης.....	- 55 -
Διάγραμμα 4. 5 : Διάγραμμα ροής γενικευμένης δυαδικής αναζήτησης.....	- 56 -
Διάγραμμα 4. 6 : Διάγραμμα ροής Hooke Jeeves pattern search.....	- 58 -
Διάγραμμα 4. 7 : Διάγραμμα ροής αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις.....	- 59 -
Διάγραμμα 4. 8 : Συνάρτηση παράδειγμα για αναζήτηση χρυσής τομής.....	- 60 -
Διάγραμμα 4. 9 : Διάγραμμα ροής αναζήτησης χρυσής τομής.....	- 61 -
Διάγραμμα 4. 10 : Διάγραμμα ροής προσομοιωμένης ανόπτωσης.....	- 62 -
Διάγραμμα 4. 11 : Διάγραμμα ροής steepest descent.....	- 64 -
Διάγραμμα 4. 12 : Διάγραμμα ροής BFGS.....	- 67 -
Διάγραμμα 4. 13 : Διάγραμμα ροής Levenberg Marquardt.....	- 72 -
Διάγραμμα 6. 1 : Smape(t) σταθερό επίπεδο/μηνιαία.....	- 84 -
Διάγραμμα 6. 2 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Ses,μηνιαία).....	- 85 -
Διάγραμμα 6. 3 : Εξάρτηση Smape,χρόνου από διαμερίσεις.(Ses,μηνιαία).....	- 86 -
Διάγραμμα 6. 4 : Smape(t) σταθερό επίπεδο/τριμηνιαία.....	- 87 -
Διάγραμμα 6. 5 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Ses,τριμηνιαία).....	- 88 -
Διάγραμμα 6. 6 : Εξάρτηση Smape,χρόνου από διαμερίσεις.(Ses,τριμηνιαία).....	- 90 -
Διάγραμμα 6. 7 : Smape(t) σταθερό επίπεδο/ετήσια.....	- 91 -
Διάγραμμα 6. 8 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Ses,ετήσια).....	- 92 -
Διάγραμμα 6. 9 : Εξάρτηση Smape,χρόνου από διαμερίσεις.(Ses,ετήσια).....	- 93 -
Διάγραμμα 6. 10 : Smape(t) σταθερό επίπεδο/άλλα.....	- 95 -
Διάγραμμα 6. 11 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Ses,άλλα).....	- 96 -
Διάγραμμα 6. 12 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από διαμερίσεις.(Ses,άλλα).....	- 97 -
Διάγραμμα 6. 13 : Smape(t) Holt/μηνιαία.....	- 98 -
Διάγραμμα 6. 14 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Holt,μηνιαία).....	- 99 -
Διάγραμμα 6. 15 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από διαμερίσεις.(Holt,μηνιαία).....	- 100 -
Διάγραμμα 6. 16 : Smape(t) Holt/quarter.....	- 101 -
Διάγραμμα 6. 17 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Holt,quarter).....	- 102 -
Διάγραμμα 6. 18 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από διαμερίσεις.(Holt,quarter).....	- 103 -

Διάγραμμα 6. 19 : $Smapre(t)$ Holt/ετήσια	- 104 -
Διάγραμμα 6. 20 : Εξάρτηση $Smapre/χρόνου$ από $climb_step$.(Holt,ετήσια)	- 105 -
Διάγραμμα 6. 21 : Εξάρτηση $Smapre/χρόνου$ από διαμερίσεις.(Holt,ετήσια)	- 106 -
Διάγραμμα 6. 22 : $Smapre(t)$ Holt/άλλα.....	- 107 -
Διάγραμμα 6. 23 : Εξάρτηση $Smapre/χρόνου$ από $climb_step$.(Holt,άλλα)	- 108 -
Διάγραμμα 6. 24 : Εξάρτηση $Smapre/χρόνου$ από διαμερίσεις.(Holt,άλλα).....	- 109 -
Διάγραμμα 6. 25 : $Smapre(t)$ damped/μηνιαία.	- 111 -
Διάγραμμα 6. 26 : Εξάρτηση $Smapre/χρόνου$ από $climb_step$.(damped,μηνιαία).....	- 112 -
Διάγραμμα 6. 27 : Εξάρτηση $Smapre/χρόνου$ από διαμερίσεις.(damped,μηνιαία)	- 113 -
Διάγραμμα 6. 28 : $Smapre(t)$ damped/quarter	- 114 -
Διάγραμμα 6. 29 : Εξάρτηση $Smapre/χρόνου$ από $climb_step$.(damped,quarter).....	- 115 -
Διάγραμμα 6. 30 : Εξάρτηση $Smapre/χρόνου$ από διαμερίσεις.(damped,quarter)	- 116 -
Διάγραμμα 6. 31 : $Smapre(t)$ damped/ετήσια.....	- 117 -
Διάγραμμα 6. 32 : Εξάρτηση $Smapre/χρόνου$ από $climb_step$.(damped,ετήσια).....	- 118 -
Διάγραμμα 6. 33 : Εξάρτηση $Smapre/χρόνου$ από διαμερίσεις.(damped,ετήσια)	- 119 -
Διάγραμμα 6. 34 : $Smapre(t)$ damped/άλλα	- 120 -
Διάγραμμα 6. 35 : Εξάρτηση $Smapre/χρόνου$ από $climb_step$.(damped,άλλα)	- 121 -
Διάγραμμα 6. 36 : Εξάρτηση $Smapre/χρόνου$ από διαμερίσεις.(damped,άλλα)	- 122 -
Διάγραμμα 7. 1 : $Smapre(t)$ συνολικό για σταθερό επίπεδο.....	- 124 -
Διάγραμμα 7. 2 : $Smapre(t)$ συνολικό για Holt	- 125 -
Διάγραμμα 7. 3 : $Smapre(t)$ συνολικό για damped.....	- 127 -

1. Ευρεία περίληψη

1.1 Εισαγωγή

Σε όλους του τομείς της επιχειρηματικής δραστηριότητας και όχι μόνο δημιουργείται συνεχώς η ανάγκη για πρόβλεψη των τιμών ποικίλων μεγεθών. Με αφορμή αυτήν την ανάγκη έχουν δημιουργηθεί πολλά μοντέλα προβλέψεων που καθένα στηρίζεται σε διαφορετική συλλογιστική. Τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα μοντέλα είναι αυτά των χρονοσειρών και συγκεκριμένα μια υποκατηγορία αυτών, τα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης. Η ευρεία χρήση τους οφείλεται στην εύκολη εφαρμογή τους και στην ύπαρξη χρονοσειρών που δείχνουν την εξέλιξη των μεγεθών στην πορεία του χρόνου. Επίσης τα αποτελέσματα τους είναι σε πολλές περιπτώσεις ικανοποιητικά, αλλά ακόμα και αν δεν είναι σε συνδυασμό με κριτική ανάλυση αυτών αποκομίζονται χρήσιμα συμπεράσματα για την εξέλιξη των μεγεθών. Τα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης περιλαμβάνουν εσωτερικές μεταβλητές, τις μεταβλητές εξομάλυνσης, για τις οποίες απαιτείται κατάλληλη τιμολόγηση και για αυτό το λόγο εφαρμόζονται τεχνικές βελτιστοποίησης των μεταβλητών αυτών. Στην παρούσα εργασία, επιχειρήθηκε να προταθεί μεθοδολογία επιλογής των μεταβλητών εξομάλυνσης ύστερα από μελέτη μέσω πειραμάτων των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από εφαρμογή διαφορετικών τρόπων τιμολόγησης τους. Τα πειράματα αυτά πραγματοποιήθηκαν στις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 που είναι ένας από τους μεγαλύτερους διαγωνισμούς προβλέψεων που έχουν γίνει.

1.2 Μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης

Οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης, ως ένα είδος μοντέλων χρονοσειρών ανήκουν στην ευρύτερη κατηγορία των ποσοτικών μεθόδων πρόβλεψης. Αυτές με βάση την ιστορική πληροφορία δημιουργούν μια εξομαλυμένη χρονοσειρά, απομονώνοντας ουσιαστικά το λανθάνον πρότυπο εξέλιξης του εκάστοτε μεγέθους από τις τυχαίες αποκλίσεις. Αυτό μάλιστα γίνεται θεωρώντας σημαντικότερες τις πιο πρόσφατες τιμές του υπό πρόβλεψη μεγέθους. Έχουν αναπτυχθεί πολλά είδη μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης και χωρίζονται σε κατηγορίες ανάλογα με τη γενική μορφή της γραφικής παράστασης της χρονοσειράς συναρτήσει του χρόνου. Υπάρχουν τέσσερα μοντέλα τάσης, το σταθερό επιπέδου, αυτό της γραμμικής τάσης καθώς και αυτά φθίνουσας και εκθετικής τάσης. Τα παραπάνω συνδυαζόμενα με τα τρία εποχιακά μοντέλα που είναι αυτό της προσθετικής εποχιακότητας, αυτό της πολλαπλασιαστικής εποχιακότητας καθώς και το μη εποχιακό δίνουν δώδεκα βασικά συνδυαστικά μοντέλα. Εκτός, από τα παραπάνω έχουν δημιουργηθεί και άλλα που είναι παραλλαγές αυτών.

Τα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης κάνουν χρήση παραμέτρων που πρέπει να επιλεγθούν κατάλληλα για να παραχθούν ακριβείς προβλέψεις. Οι παράμετροι αυτές είναι :

- Το αρχικό επίπεδο, που εκφράζει το επίπεδο της εξομαλυμένης χρονοσειράς τη χρονική στιγμή μηδέν, δηλαδή πριν την πρώτη τιμή της χρονοσειράς του υπό πρόβλεψη μεγέθους.
- Η αρχική τάση, που εκφράζει την συνιστώσα τάσης της εξομαλυμένης χρονοσειράς τη χρονική στιγμή μηδέν, δηλαδή μια χρονική στιγμή πριν την πρώτη παρατήρηση της υπάρχουσας χρονοσειράς.
- Οι μεταβλητές εκθετικής εξομάλυνσης, που ουσιαστικά ορίζουν τον τρόπο με τον οποίο φθίνει η σημαντικότητα των παλαιότερων παρατηρήσεων στον υπολογισμό των εξομαλυμένων τιμών της χρονοσειράς.

Οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία είναι αυτές χωρίς εποχιακότητα και κάποιες παραλλαγές τους που έχουν χρησιμοποιηθεί με ενθαρρυντικά αποτελέσματα. Αναλυτικότερα, αυτές είναι :

- Η απλή εκθετική εξομάλυνση (ses). Αυτό το μοντέλο είναι σταθερής τάσης, δηλαδή ο μέσος όρος των τιμών της χρονοσειράς λογίζεται ως περίπου σταθερός στην πάροδο του χρόνου. Η συμπεριφορά του μοντέλου σταθερού επιπέδου γενικά προσομοιάζει με αυτή του αυτόματου πιλότου. Αφού υπολογιστεί το σφάλμα πρόβλεψης για κάθε τιμή της χρονοσειράς, αν αυτό είναι θετικό (χαμηλή προηγούμενη πρόβλεψη) η επόμενη πρόβλεψη αυξάνεται. Στην αντίθετη περίπτωση που η προηγούμενη πρόβλεψη είναι υψηλή, δηλαδή το σφάλμα αρνητικό τότε η επόμενη πρόβλεψη μειώνεται. Σε κάθε περίπτωση στόχος της διαδικασίας είναι μέσω των σφαλμάτων οι προβλέψεις να οδηγηθούν στο πραγματικό επίπεδο της χρονοσειράς.
- Smooth transition exponential smoothing (STES). Και αυτό το μοντέλο είναι σταθερής τάσης, δηλαδή ο μέσος όρος των τιμών της χρονοσειράς λογίζεται ως περίπου σταθερός στην πάροδο του χρόνου. Η διαφορά της με την κλασική μέθοδο σταθερού επιπέδου είναι ότι περιλαμβάνει τον δυναμικό υπολογισμό της μεταβλητής εξομάλυνσης μέσα από μια λογιστική σχέση.
- Απλοποιημένο Kalman filter (Snyder). Όπως και τα προηγούμενα έτσι και αυτό είναι μοντέλο σταθερού επιπέδου. Μοιάζει με τη δεύτερη μέθοδο στο ότι η μεταβλητή εξομάλυνσης προσαρμόζεται στη χρονοσειρά δυναμικά. Ωστόσο αυτή η προσαρμογή δεν γίνεται μέσω κάποιας λογιστικής σχέσης αλλά μέσω ενός απλοποιημένου φίλτρου Kalman.
- Κλασικό μοντέλο γραμμικής τάσης (Holt). Η μέθοδος Holt αποτελεί μια επέκταση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης με ανεξάρτητη μεταβλητή το χρόνο. Το επιπλέον χαρακτηριστικό της μεθόδου Holt σε σχέση με την απλή γραμμική παλινδρόμηση είναι η μεταβλητότητα των παραμέτρων α , b . Το αρχικό σημείο και η κλίση υπολογίζονται κατ' επανάληψη κάθε χρονική στιγμή, ώστε να μπορεί να αποδοθεί μεγαλύτερο βάρος όσο πιο πρόσφατα είναι τα δεδομένα.
- Μοντέλο μη γραμμικής τάσης (damped). Το μοντέλο αυτό αποτελεί επέκταση του μοντέλου γραμμικής τάσης. Η τάση του μοντέλου δεν έχει προκαθορισμένη μορφή αλλά προσαρμόζεται στην τάση της χρονοσειράς μέσω μιας μεταβλητής διόρθωσης

της. Το μοντέλο αυτό κάλλιστα μπορεί να προσαρμοστεί σε γραμμικής τάσης ή σταθερού επιπέδου ανάλογα τα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς.

1.3 Μέθοδοι επιλογής παραμέτρων

Στα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης είναι πολύ σημαντική για την ακρίβεια των προβλέψεων η κατάλληλη επιλογή των μεταβλητών εξομάλυνσης. Για αυτό μάλιστα το λόγο δημιουργήθηκαν οι παραλλαγές του κλασικού μοντέλου σταθερού επιπέδου που προσαρμόζουν δυναμικά την τιμή της μεταβλητής εξομάλυνσης με βάση τα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς έτσι ώστε να παράγονται ακριβείς προβλέψεις. Στα κλασικά μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης που οι τιμές των μεταβλητών αφήνονται στην ευχέρεια του χρήστη του μοντέλου χρησιμοποιούνται τεχνικές βέλτιστης επιλογής τους, οι γνωστές τεχνικές βελτιστοποίησης. Οι τεχνικές βελτιστοποίησης χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, αυτές που δεν κάνουν χρήση παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος (μηδενικής τάξης) και σε αυτές που κάνουν χρήση παραγώγων. Το πιο σημαντικό μέτρο αποτελεσματικότητας τους είναι η πληρότητα που δηλώνει την πιθανότητα με την οποία θα συγκλίνει μια μέθοδος στο ολικό ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης. Γενικά, οι περισσότερες μέθοδοι δεν είναι πλήρεις για αυτό και συχνά εφαρμόζονται σε αυτές διάφορα κόλπα για να αυξηθεί η πιθανότητα σύγκλισης τους σε ολικό ελάχιστο.

Κάποιες χαρακτηριστικές μέθοδοι μηδενικής τάξης είναι :

- Γραμμική αναζήτηση και παραλλαγές. Η γραμμική αναζήτηση είναι μια πλήρης μέθοδος που εξετάζει όλες τις πιθανές τιμές των μεταβλητών εξομάλυνσης και επιλέγει τις βέλτιστες βάση μιας συνάρτησης κόστους. Επειδή είναι πολύ αργή έχει δημιουργηθεί παραλλαγή της που εκτελεί διαδοχικές γραμμικές αναζητήσεις σε όλο και μικρότερα διαστήματα με όλο και μεγαλύτερη ακρίβεια. Η παραλλαγή αυτή πιθανότατα χάνει την πληρότητα της αρχικής.
- Δυναμική αναζήτηση. Σε αυτήν την τεχνική από ένα αρχικό συνδυασμό παραμέτρων εξετάζονται οι γειτονικοί με βάση κάποιο βήμα και γίνεται η μετάβαση προς τον καλύτερο. Σαν μέθοδος δεν είναι πλήρης για αυτό το αρχικό σημείο της μεθόδου επιλέγεται να είναι το μικρότερο από κάποια εξετασμένα έτσι ώστε να αυξάνεται η πιθανότητα σύγκλισης της σε ολικό ελάχιστο.
- Hooke Jeeves pattern search. Και αυτή η τεχνική αυτή στηρίζεται σε απευθείας υπολογισμούς της συνάρτησης κόστους του προβλήματος. Από ένα αρχικό συνδυασμό των προς επιλογή παραμέτρων μέσω κάποιων συστηματικών κινήσεων συγκλίνει προς ένα συνδυασμό που δίνει ελάχιστη τιμή της συνάρτησης κόστους. Και αυτή η μέθοδος δεν είναι πλήρης.
- Αναρρίχηση λόφων .Η αναρρίχηση λόφων είναι μια μέθοδος αναζήτησης που ξεκινώντας από ένα αρχικό σημείο (διάνυσμα παραμέτρων) μετακινείται συνεχώς στην κατεύθυνση της καλύτερης τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Τελικά καταλήγει σε ένα διάνυσμα παραμέτρων του οποίου όλα τα γειτονικά δίνουν χειρότερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Γενικά δεν είναι πλήρης για αυτό και εφαρμόζεται με επανεκκινήσεις από διαφορετικά αρχικά σημεία.

- Αναζήτηση χρυσής τομής. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται μόνο σε μονοπαραμετρικά προβλήματα. Η φιλοσοφία που κρύβεται πίσω από αυτή είναι να επιχειρείται όλο και μεγαλύτερος περιορισμός του διαστήματος στο οποίο βρίσκεται το ελάχιστο μέχρις ότου να καταλήξει σε σημείο (πολύ μικρό διάστημα). Σημειώνεται πως ούτε αυτή είναι πλήρης.
- Προσομοιωμένη ανόπτηση. Η τεχνική αυτή είναι μια παραλλαγή της αναρρίχησης λόφων που όμως υπό συνθήκες επιτρέπεται η μετάβαση σε χειρότερο συνδυασμό παραμέτρων. Είναι στην ουσία συνδυασμός αναρρίχησης λόφων και τυχαίου περιπάτου. Με κατάλληλη παραμετροποίηση η πιθανότητα σύγκλισης στο ολικό ελάχιστο της συνάρτησης κόστους τείνει στο ένα, οπότε είναι σχεδόν πλήρης.

Από την άλλη πλευρά, κάποιες χαρακτηριστικές τεχνικές βελτιστοποίησης που κάνουν χρήση παραγώγων είναι :

- Steepest descent. Η μέθοδος αυτή είναι πρώτης τάξης, καθώς απαιτεί τον υπολογισμό μόνο της πρώτης παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης. Με στόχο τη βελτιστοποίηση του προβλήματος, την εύρεση δηλαδή του ελαχίστου της αντικειμενικής του συνάρτησης, τελεί μεταβάσεις από σημείο σε σημείο σύμφωνα με την αντίθετη παράγωγο της αντικειμενικής συνάρτησης στο τρέχων σημείο. Σημειώνεται πως δεν είναι πλήρης.
- Τεχνική BFGS. Η τεχνική αυτή είναι δεύτερης τάξης, καθώς κάνει χρήση δευτέρων παραγώγων της συνάρτησης κόστους. Γενικά εκτελεί μεταβάσεις από σημείο σε σημείο διαμέσου σχέσης στην οποία χρησιμοποιούνται προσεγγίσεις του πίνακα δευτέρων παραγώγων της συνάρτησης κόστους. Ούτε αυτή η μέθοδος είναι πλήρης.
- Τεχνική GRG. Η τεχνική generalized reduced gradient (GRG) ανήκει στην κατηγορία μεθόδων βελτιστοποίησης μείωσης παραγώγων (reduced gradient). Αυτές οι μέθοδοι επεκτείνουν τεχνικές βελτιστοποίησης προβλημάτων με γραμμικούς περιορισμούς σε άλλα με μη γραμμικούς. Σε γενικές γραμμές ρυθμίζουν τις μεταβλητές έτσι ώστε οι ενεργοί περιορισμοί να ικανοποιούνται καθώς προχωράει η μέθοδος από σημείο σε σημείο. Στην περίπτωση που δεν υπάρχουν περιορισμοί, οι μέθοδοι απλοποιούνται σε αναζήτηση steepest descent ενώ αν οι περιορισμοί και η αντικειμενική συνάρτηση είναι γραμμικές τότε απλοποιούνται στη μέθοδο simplex. Και αυτή η μέθοδος δεν εγγυάται σύγκλιση σε ολικό ελάχιστο.
- Levenberg–Marquardt. Η μέθοδος δημιουργήθηκε σε δύο φάσεις πρώτα ο Levenberg ανέπτυξε μια αρχική μορφή της και στη συνέχεια ο Marquardt την τροποποίησε, για να πάρει την τελική της μορφή που είναι γνωστή ως μέθοδος Levenberg–Marquardt. Από άποψης ταχύτητας σύγκλισης είναι πιο γρήγορη της τεχνικής steepest descent αλλά υπό συνθήκες πιο αργή των μεθόδων Quasi-Newton. Ωστόσο, έναντι των δευτέρων υπερτερεί στην πιθανότητα σύγκλισης σε ελάχιστο όσο άστοχο και αν είναι το αρχικό σημείο της μεθόδου. Όπως και οι υπόλοιπες μέθοδοι που παρουσιάστηκαν μέχρι

τώρα και κάνουν χρήση παραγώγων έτσι και αυτή δεν εγγυάται τη σύγκλιση σε ολικό ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης.

1.4 Πειράματα βελτιστοποίησης.

Η βελτιστοποίηση είναι η διαδικασία επιλογής των μεταβλητών ενός προβλήματος που δίνουν την καλύτερη τιμή αυτού. Στην εργασία αυτή εκτελέστηκαν πειράματα βελτιστοποίησης των μεταβλητών εκθετικής εξομάλυνσης στα κλασικά μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης. Παράλληλα, τα αποτελέσματα των τεχνικών βελτιστοποίησης για το κλασικό μοντέλο σταθερού επιπέδου συγκρίθηκαν με αυτά των δύο παραλλαγών του κλασικού μοντέλου που προσαρμόζουν δυναμικά την μεταβλητή εξομάλυνσης και αναφέρθηκαν παραπάνω. Στα πειράματα εφαρμόστηκαν όλες οι τεχνικές βελτιστοποίησης μηδενικής τάξης καμία όμως που να κάνει χρήση παραγώγων. Ως συνάρτηση κόστους ορίστηκε σε κάθε περίπτωση το μέσο τετραγωνικό σφάλμα των προβλέψεων του εκάστοτε μοντέλου για τις υπάρχουσες τιμές της χρονοσειράς.

Από τα πειράματα αντλήθηκαν δύο ειδών αποτελέσματα, αποτελέσματα σφάλματος πρόβλεψης και αποτελέσματα χρονικής διάρκειας βελτιστοποίησης. Όσον αφορά τα αποτελέσματα σφάλματος αυτά υπολογίστηκαν ακριβώς όπως ορίζουν οι κανόνες του διαγωνισμού M3. Πιο συγκεκριμένα, αναλόγως του χρονικού είδους των χρονοσειρών αποκρύφτηκαν όσες τιμές όριζε ο διαγωνισμός και παράχθηκαν προβλέψεις για αυτές. Στη συνέχεια, υπολογίστηκε το συμμετρικό μέσο ποσοστιαίο σφάλμα (Smare) αυτών των προβλέψεων που αποτελεί το πρώτο είδος αποτελεσμάτων. Όσον αφορά τα αποτελέσματα χρόνου αυτά υπολογίστηκαν σε δευτερόλεπτα και περιλαμβάνουν αποκλειστικά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης των παραμέτρων και όχι τον επιπλέον χρόνο της παραγωγής των προβλέψεων και του υπολογισμού του σφάλματος. Αυτά τα δύο είδη αποτελεσμάτων αρκούν για να χαρακτηρίσουν την αποδοτικότητα μιας μεθόδου βελτιστοποίησης. Από τη μία το σφάλμα δείχνει την ακρίβεια της και από την άλλη η χρονική διάρκεια εκτέλεσης της δείχνει την πολυπλοκότητα της που είναι εξίσου σημαντική.

Οι τεχνικές βελτιστοποίησης εφαρμόστηκαν ξεχωριστά στα διάφορα χρονικά είδη χρονοσειρών για κάθε ένα από τα τρία κλασικά μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης. Η διαδικασία των πειραμάτων που ακολουθήθηκε είναι η εξής :

- Αρχικά, επιλέχθηκε το χρονικό είδος των χρονοσειρών με τις οποίες θα κατασκευαστεί το μοντέλο προβλέψεων.
- Στη συνέχεια, αποεποχικοποιήθηκαν με βάση τους συντελεστές εποχικοποίησης του διαγωνισμού M3 οι χρονοσειρές εφόσον παρουσίαζαν εποχιακότητα.
- Ύστερα, επιλέχθηκε το μοντέλο εκθετικής εξομάλυνσης που θα υλοποιηθεί.
- Ακολούθως, επιλέχθηκαν οι αρχικές τιμές επιπέδου και τάσης εφόσον έπρεπε ανάμεσα από κατάλληλες τιμές τους.
- Στη συνέχεια, εκτελέστηκε η εκάστοτε τεχνική βελτιστοποίησης, που υλοποιεί επαναληπτικά το μοντέλο πρόβλεψης με διαφορετικές παραμέτρους μέχρι να βρει κάποια που ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα των προβλέψεων (in sample) . Σε αυτό το σημείο καταγράφεται το πρώτο αποτέλεσμα των πειραμάτων, που είναι ο χρόνος βελτιστοποίησης.

- Σειρά παίρνει η παραγωγή προβλέψεων(out sample) από το επιλεγθέν μοντέλο με τις προηγούμενες ευρεθείσες βέλτιστες τιμές παραμέτρων εξομάλυνσης.
- Έπειτα, επαναεποχικοποιούνται οι προβλέψεις εφόσον οι χρονοσειρές που χρησιμοποιήθηκαν ήταν εποχιακές και είχε προηγηθεί αποεποχικοποίηση.
- Τέλος, υπολογίζεται το σφάλμα (smare) των προβλέψεων που προέκυψαν από τη δημιουργία του μοντέλου με τις βέλτιστες ευρεθείσες τιμές μεταβλητών εξομάλυνσης. Το σφάλμα αυτό είναι το δεύτερο ζητούμενο αποτέλεσμα των πειραμάτων.

Να σημειωθεί ότι η παραπάνω διαδικασία διαφοροποιείται στην περίπτωση των μοντέλων σταθερού επιπέδου δυναμικά προσαρμοζόμενης τιμής μεταβλητής εξομάλυνσης. Ουσιαστικά η διαφορά είναι πως παραλείπεται το πέμπτο βήμα, η εφαρμογή δηλαδή τεχνικής βελτιστοποίησης αφού στα μοντέλα αυτά η τιμή της μεταβλητής εξομάλυνσης έχει καθορισμένο τρόπο τιμολόγησης και μάλιστα αλλάζει για κάθε σημειακή πρόβλεψη.

1.5 Αποτελέσματα και μελλοντικές προεκτάσεις.

1.5.1 Αποτελέσματα.

Στα πλαίσια της παρούσης εργασίας μελετήθηκαν διάφοροι τρόποι τιμολόγησης των μεταβλητών εξομάλυνσης κάποιων μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης. Εξετάστηκαν μοντέλα με σταθερή τιμή μεταβλητών και κάποια μοντέλα σταθερού επιπέδου με μεταβαλλόμενη σημειακά τιμή μεταβλητής εξομάλυνσης. Στα μοντέλα σταθερών τιμών μεταβλητών εφαρμόστηκαν διάφορες τεχνικές βελτιστοποίησης για την επιλογή των τιμών αυτών. Οι τεχνικές που εφαρμόστηκαν δεν περιορίζονται σε αυτές που έχουν χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν αλλά επεκτείνονται και σε νέες. Από όλα τα παραπάνω βγήκαν πολλά χρήσιμα συμπεράσματα για την τιμολόγηση των μεταβλητών εξομάλυνσης. Αρχικά όσον αφορά την ακρίβεια των προβλέψεων με βάση τις επιλεγθείσες τιμές αυτή στα μοντέλα σταθερού επιπέδου δεν διαφοροποιείται ιδιαίτερα αλλά στα υπόλοιπα υπάρχουν ουσιαστικές διαφορές. Σε όλα πάντως τα μοντέλα και για όλα τα είδη των χρονοσειρών έγινε μια προσπάθεια διαλογής των καλύτερων μεθόδων τιμολόγησης που φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί :

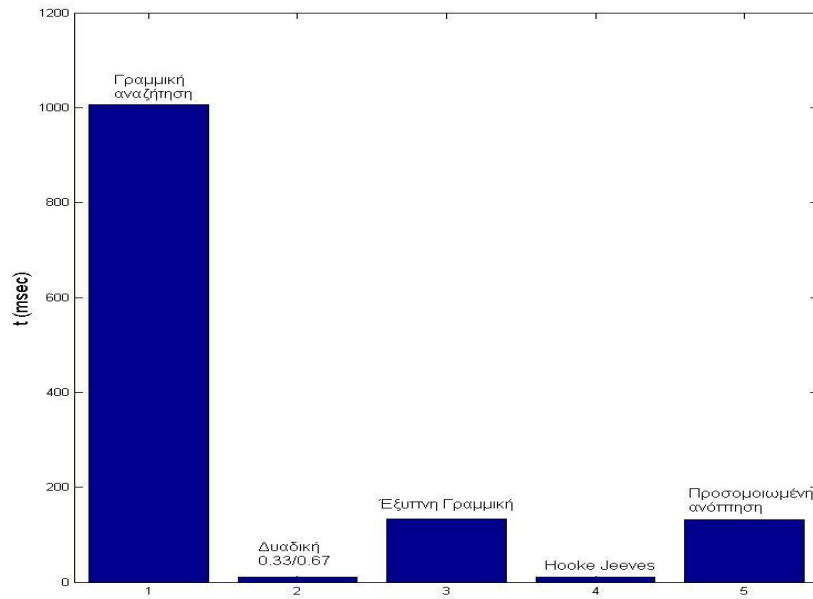
Πίνακας 1. 1 : Ακριβείς μέθοδοι ανά είδος χρονοσειράς και μοντέλο τάσης

	Μηνιαία δεδομένα	Τριμηνιαία δεδομένα	Ετήσια δεδομένα	«Άλλα» δεδομένα
Σταθερό επίπεδο	Όλες εκτός του απλοποιημένου φίλτρου Kalman	Stes	Απλοποιημένο φίλτρο Kalman	Όλες
Γραμμική τάση (Holt)	Γραμμική, Έξυπνη γραμμική, Αναρρίχηση λόφων	Γραμμική, Έξυπνη γραμμική, Αναρρίχηση λόφων	Προσομοιωμένη ανόπτηση, Γραμμική, Έξυπνη γραμμική	Γενικευμένη δυαδική
Μη γραμμική τάση	Hooke-Jeeves, Δυαδική αναζήτηση, Προσομοιωμένη ανόπτηση	Γενικευμένη δυαδική (με μικρό αριθμό διαμερίσεων)	Προσομοιωμένη ανόπτηση, Hooke-Jeeves	Γενικευμένη δυαδική, Hooke-Jeeves

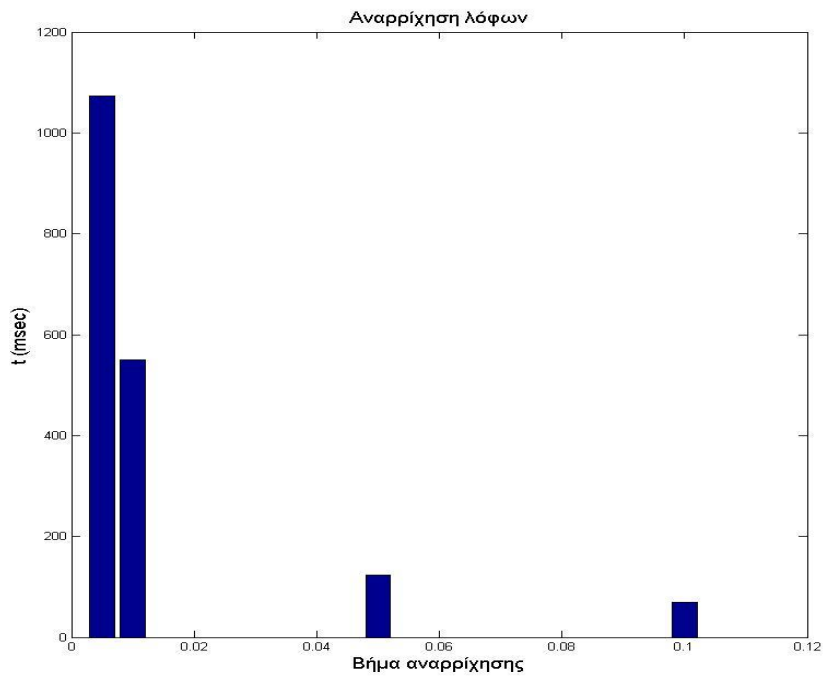
Οι παραπάνω επιλογές τεχνικών έχουν γίνει με κάποιες επιφυλάξεις που αφορούν κυρίως στην επιλογή του αρχικού επιπέδου και της αρχικής τάσης. Αυτό οφείλεται στο ότι τα αποτελέσματα κάθε μεθόδου βρίσκονται σε άμεση εξάρτηση και από τις αρχικές επιλογές τάσης και επιπέδου. Μια μέθοδος που είναι βέλτιστη για κάποιο συνδυασμό αρχικών παραμέτρων δεν είναι απαραίτητως ιδανική για κάποιον άλλον συνδυασμό.

Από την άλλη πλευρά, όσον αφορά τον χρόνο που απαιτεί κάθε τεχνική βελτιστοποίησης αυτός διαφέρει αρκετά από τεχνική σε τεχνική. Μακράν ταχύτερες είναι η Hooke-Jeeves και η δυαδική, ενώ πιο αργή είναι η γραμμική και πολλές φορές η έξυπνη γραμμική. Επίσης πολύ αργή μπορεί να γίνει και η αναρρίχηση λόφων για μικρό βήμα αναρρίχησης πράγμα που όμως δε συμβαίνει ιδιαίτερα στη γενικευμένη δυαδική για μεγάλο αριθμό διαμερίσεων. Παρακάτω ακολουθούν διαγράμματα που αντιπαραβάλουν τις τεχνικές βελτιστοποίησης στο μοντέλο γραμμικής τάσης που είναι σε γενικές γραμμές αντιπροσωπευτικό ως προς την ταχύτητα. Ωστόσο να σημειωθεί ότι η έξυπνη γραμμική που φαίνεται στο πρώτο διάγραμμα παρακάτω υπό συνθήκες απαιτεί χρόνο αντίστοιχο της γραμμικής.

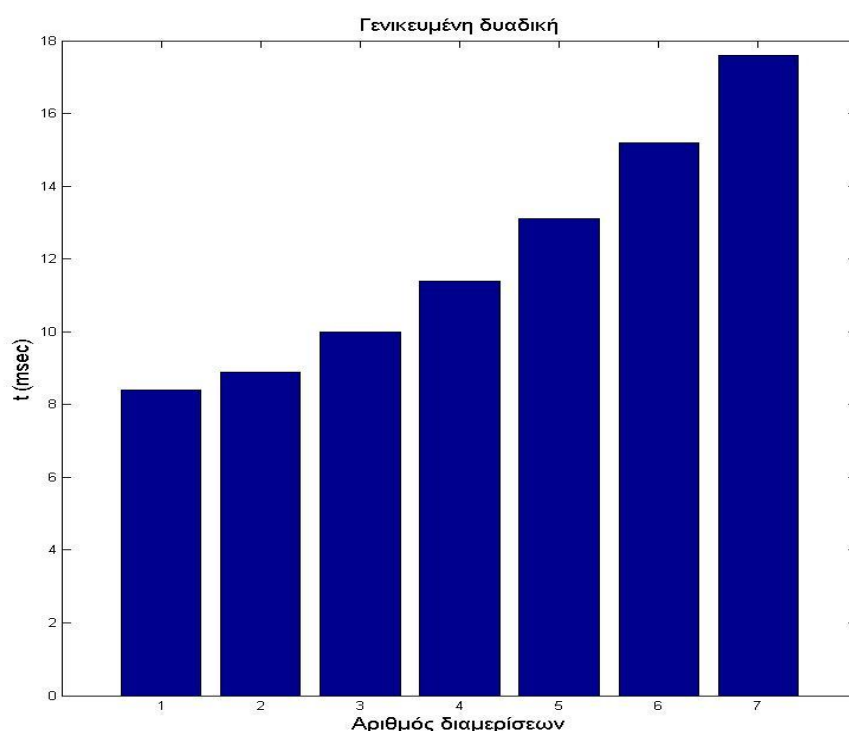
Διάγραμμα 1. 1 : Απαιτούμενοι χρόνοι τεχνικών βελτιστοποίησης (μοντέλο Holt)



Διάγραμμα 1. 2 : Απαιτούμενοι χρόνοι αναρρίχησης λόφων (μοντέλο Holt)



Διάγραμμα 1. 3 : Απαιτούμενοι χρόνοι γενικευμένης δυαδικής (μοντέλο Holt)



Κάποιος που καλείται να επιλέξει μέθοδο τιμολόγησης των παραμέτρων εξομάλυνσης ενός μοντέλου πρόβλεψης εκθετικής εξομάλυνσης,, συνδυάζοντας τα παραπάνω διαγράμματα και τις προτάσεις του πίνακα μπορεί να το πράξει αξιόπιστα. Φυσικά υπενθυμίζεται ότι τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας είναι από πειραματισμό στα δεδομένα του διαγωνισμού M3 και δεν είναι απαραίτητως τα ίδια για κάθε τυχούσα χρονοσειρά.

1.5.2 Μελλοντικές προεκτάσεις

Αν και από τα πειράματα της παρούσης εργασίας βγήκαν πολλά και χρήσιμα αποτελέσματα παρόλα ταύτα υπάρχουν πολλά θέματα που είτε έμειναν ανοικτά εξαρχής είτε προέκυψαν στην πορεία της. Πρώτα από όλα, ως μια μελλοντική προέκταση που ήταν εξαρχής γνωστή, αφού σκοπίμως αμελήθηκε, είναι η μελέτη της ανταπόκρισης τεχνικών βελτιστοποίησης, που κάνουν χρήση παραγώγων, στα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης. Στην παρούσα εργασία δεν επιλέχθηκε να υλοποιηθούν τέτοιες τεχνικές και θα ήταν ενδιαφέρον να μελετηθεί η συμπεριφορά τους και να συγκριθεί, όσον αφορά το χρόνο και την ακρίβεια προβλέψεων, με τις μεθόδους μηδενικής τάξης που εφαρμόστηκαν. Εκτός όμως από αυτή την προέκταση από τα αποτελέσματα των πειραμάτων προέκυψε μια άλλη που δεν αναμενόταν. Αυτή είναι η μελέτη μέσα από το σχεδιασμό και την υλοποίηση κατάλληλων πειραμάτων της μεθοδολογίας επιλογής αρχικής τάξης και αρχικού επιπέδου με βάση τα δεδομένα. Αυτή η ανάγκη προέκυψε καθώς για διαφορετικές αρχικές επιλογές τάξης και

επιπέδου τα αποτελέσματα άλλαζαν δραματικά. Οι αλλαγές αυτές δεν περιορίζονταν μόνο στην ακρίβεια των προβλέψεων αλλά επεκτείνονταν και στην καταλληλότητα των διαφόρων τεχνικών βελτιστοποίησης. Μάλιστα κάποιες από τις κατάλληλες αρχικές τιμές τάσης και επιπέδου έδωσαν ιδιαιτέρως ανακριβή αποτελέσματα. Θα ήταν λοιπόν σημαντικό να εξεταστούν ποιές αρχικές τιμές τάσης και επιπέδου είναι πραγματικά κατάλληλες για κάθε είδους χρονοσειρά. Παράλληλα, θα άξιζε τον κόπο η μελέτη μέσω της σχεδίασης και υλοποίησης κατάλληλων πειραμάτων της δυναμικής προσαρμογής της μεταβλητής εξομάλυνσης του επιπέδου στα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης με τάση, είτε γραμμική είτε μη γραμμική. Τέτοιου είδους μοντέλα έχουν χρησιμοποιηθεί από ερευνητές και θα ήταν σημαντικό να αντιπαραβληθούν με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία διότι μπορεί υπό συνθήκες να υπερτερούν στην ακρίβεια των προβλέψεων. Τέλος, κρίνεται σημαντικό να μελετηθούν οι τιμές των μεταβλητών εξομάλυνσης που επιλέγονται από τις τεχνικές βελτιστοποίησης με σκοπό την εύρεση διαστημάτων στα οποία βρίσκονται συνηθέστερα αναλόγως του είδους της χρονοσειράς. Αυτό θα είχε ως αποτέλεσμα την επιλογή στενότερων του $[0, 1]$ διαστημάτων τιμών των μεταβλητών εξομάλυνσης στα οποία εφαρμόζονται οι τεχνικές βελτιστοποίησης αναλόγως του είδους της χρονοσειράς. Όλες οι παραπάνω προεκτάσεις είναι στην κατεύθυνση του σχηματισμού μιας ολοκληρωμένης εικόνας πάνω στη βέλτιστη κατασκευή των μοντέλων χρονοσειρών, έτσι ώστε κάποιος που καλείται να δημιουργήσει προβλέψεις να έχει μια πλήρη μεθοδολογία που προσαρμόζει όλες τις επιμέρους παραμέτρους και τεχνικές στο πρόβλημα του.

2. Εισαγωγή στις προβλέψεις

2.1 Προβλέψεις

Από πολύ νωρίς στη ζωή του ανθρώπου του παρουσιάστηκε η ανάγκη να προβλέψει την εξέλιξη ποικίλων φαινομένων και μεγεθών. Αυτά απλώνονταν σε όλους τους τομείς της ζωής του, από φαινόμενα που είχαν σχέση με τη βιοτική μέριμνα όπως εξέλιξη καιρικών φαινομένων (βροχόπτωση, χιονόπτωση κ.α.) μέχρι μεγέθη που σχετιζόνταν με τις επιχειρηματικές του δραστηριότητες όπως ζήτηση αγαθών, κόστος προϊόντων κ.α. Προσπάθησε λοιπόν, να βρει τρόπους πρόβλεψης των μελλοντικών εξελίξεων. Ωστόσο κάπου έπρεπε να βασιστεί για να το πετύχει αυτό και η βάση αυτή δεν ήταν άλλη από την παρατήρηση. Στην πορεία των αιώνων παρατηρώντας ο άνθρωπος δημιούργησε τις επιστήμες και απέκτησε τη γνώση, απαρχή όλων ήταν είναι και θα είναι η παρατήρηση. Έτσι λοιπόν, για να προβλέψει τα διάφορα φαινόμενα και την ένταση τους ξεκίνησε από το να παρατηρήσει και καταγράψει την πορεία εξέλιξης τους. Αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας ήταν η δημιουργία ακολουθιών τιμών μεγεθών με την εξέλιξη τους στο χρόνο, οι ακολουθίες αυτές είναι γνωστές ως χρονοσειρές. Από εκεί και έπειτα ο άνθρωπος αντιμετώπισε την πρόκληση να επεκτείνει στο μέλλον αυτές τις ακολουθίες, να δημιουργήσει δηλαδή προβλέψεις που ήταν και ο αντικειμενικός του σκοπός, με διάφορους τρόπους. Αναπτύχθηκαν πολλές μέθοδοι που κάνουν χρήση της ιστορικής πληροφορίας για παραγωγή προβλέψεων, από καμία όμως δεν μπορεί να περιμένει κάποιος την απόλυτη πρόβλεψη ή διαφορετικά μια προφητεία. Όλες οι μέθοδοι λειτουργούν σε κάποια πλαίσια σφάλματος τα οποία ο χρήστης πρέπει να λαμβάνει σοβαρά υπόψιν.

Σήμερα, η ανάγκη για προβλέψεις δεν έχει μειωθεί καθόλου τουναντίον μάλιστα γίνεται όλο και μεγαλύτερη. Ειδικά στον επιχειρηματικό τομέα, οι προβλέψεις μιας μεγάλης ποικιλίας μεγεθών ανάλογα και με τον τομέα δραστηριοποίησης των επιχειρήσεων είναι απαραίτητη στη λήψη αποφάσεων. Αρωγό σε αυτή τους την ανάγκη έχουν μια μεγάλη γκάμα μεθόδων που εξελίσσονται συνέχεια έτσι ώστε να ελαχιστοποιούν τα σφάλματα πρόβλεψης. Ακολούθως στο κεφάλαιο, θα παρουσιαστούν τα βασικά στοιχεία ενός συστήματος πρόβλεψης. Τα δεδομένα του συστήματος που δεν είναι άλλα από τις χρονοσειρές, οι κατηγορίες μεθόδων πρόβλεψης, οι διάφοροι τύποι σφαλμάτων με βάση τους οποίους υπολογίζεται το λάθος της πρόβλεψης και τελικά μια σύνοψη της διαδικασίας πρόβλεψης. Επίσης, δεν θα παραληφθεί η αναφορά στα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των μεθόδων πρόβλεψης.

2.2 Χρονοσειρές

2.2.1 Γενικά

Οι χρονοσειρές είναι ακολουθίες τιμών μεγεθών για διαφορετικές χρονικές στιγμές ([Ασημακόπουλος, 2005](#)). Τα μεγέθη σε γενικές γραμμές μπορεί να είναι οποιαδήποτε από την ένταση ενός καιρικού φαινομένου μέχρι την τιμή μιας μετοχής του χρηματιστηρίου. Ουσιαστικά, οι χρονοσειρές αποτυπώνουν την εξέλιξη ενός μεγέθους στο χρόνο και αποτελούν ιστορική πληροφορία. Η σωστή καταγραφή της εξέλιξης του μεγέθους, για τη δημιουργία μιας χρονοσειράς απαιτεί τη σταθερή χρονική διαφορά των παρατηρήσεων-τιμών του. Από το παραπάνω είναι προφανές ότι υπάρχουν διαφορετικά είδη χρονοσειρών ανάλογα με τη χρονική απόσταση των παρατηρήσεων. Υπάρχουν μηνιαίες χρονοσειρές, όταν η απόσταση ανάμεσα στις παρατηρήσεις είναι ένας μήνας, ετήσιες όταν η απόσταση είναι ένας χρόνος, τριμηνιαίες, εβδομαδιαίες, ημερήσιες και ούτω καθεξής. Μέσα από τη συστηματική μελέτη των χρονοσειρών, η οποία ξεκινά πάντα με την παρατήρηση της γραφικής παράστασης της χρονοσειράς με οριζόντιο άξονα το χρόνο, προκύπτουν τα ποιοτικά χαρακτηριστικά τους. Αυτά είναι :

- Η τάση
- Η στασιμότητα
- Η κυκλικότητα
- Η εποχιακότητα
- Η τυχαιότητα
- Οι ασυνέχειες
 - i. Ασυνήθιστες τιμές (outliers)
 - ii. Αλλαγή επιπέδου (level shift)

Ακολούθως, θα παρουσιαστούν πιο αναλυτικά τα σημαντικότερα εξ αυτών που είναι η τάση, η εποχιακότητα, η κυκλικότητα, η τυχαιότητα και οι ασυνέχειες.

2.2.2 Ποιοτικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών

1. Τάση

Η τάση αντιπροσωπεύει τη γενική εικόνα της χρονοσειράς. Μπορεί να είναι ανοδική, πτωτική ή σταθερή και γενικά αντικατοπτρίζει τη μακροπρόθεσμη μεταβολή του μέσου όρου των τιμών της χρονοσειράς. Υπό συνθήκες η τάση μπορεί να εκτιμηθεί από μια ευθεία γραμμή ή μία εκθετική καμπύλη, ωστόσο ανάλογα τη χρονοσειρά η καμπύλη μπορεί να διαφοροποιηθεί. Για να αποφανθεί κάποιος με ασφάλεια αν μια χρονοσειρά περιέχει τάση είναι απαραίτητη η ύπαρξη ικανού αριθμού τιμών έτσι ώστε να εκτιμηθεί ένα κατάλληλο μήκος περιόδου στο οποίο θα αναζητηθεί αυτή. Αυτό συμβαίνει διότι αν μια χρονοσειρά παρουσιάζει κυκλικές διακυμάνσεις για κάποιο χρονικό διάστημα και το πλήθος των

διαθέσιμων τιμών υπολείπεται έναντι αυτού του διαστήματος, τότε η υπάρχουσα κυκλικότητα θα ληφθεί ως τάση και πιθανώς τα αποτελέσματα της ανάλυσης να είναι λανθασμένα.

2. Κυκλικότητα

Ο κυκλικός παράγοντας ή αλλιώς κυκλικότητα αποτυπώνει τις ανόδους ή τις πτώσεις λόγω ειδικών συνθηκών, που είναι γνωστές ως επιχειρηματικός κύκλος και παρουσιάζεται κατά περιόδους. Το μήκος αυτών των περιόδων δεν είναι απαραίτητως σταθερό και συνήθως είναι μεγαλύτερο του ενός έτους. Η ύπαρξη κυκλικότητας είναι ιδιαίτερα συνήθης σε χρονοσειρές οικονομικών μεγεθών, όπως τιμές μετοχών, δείκτες παραγωγής, κέρδη επιχειρήσεων κ.α. Η απεικόνιση της κυκλικότητας σε γραφικές παραστάσεις χρονοσειρών είναι μια κυματοειδής γραμμή που περιορίζεται ανάμεσα στη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της χρονοσειράς.

3. Εποχιακότητα

Η εποχιακότητα αντιπροσωπεύει τις περιοδικές διακυμάνσεις των τιμών μιας χρονοσειράς που έχουν σταθερό και μικρότερο του ενός έτους μήκος. Οι διακυμάνσεις αυτές είναι προβλέψιμες, καθώς συμβαίνουν με σταθερό τρόπο. Αποτέλεσμα αυτού είναι η εύκολη απομόνωση της εποχιακότητας και η δημιουργία αποεποχικοποιημένων χρονοσειρών. Ένα απλό παράδειγμα εποχιακότητας είναι η αύξηση των πωλήσεων αγαθών στην περίοδο των εκπτώσεων. Στο σημείο αυτό κρίνεται σκόπιμο να γίνει αναφορά στην διαφορά της εποχιακότητας από την κυκλικότητα. Η μεν εποχιακότητα έχει σταθερή και γνωστή περίοδο εμφάνισης, η δε κυκλικότητα έχει άνισα διαστήματα εμφάνισης μεγάλης διάρκειας.

4. Ασυνέχειες

Με τον όρο ασυνέχειες, αποκαλούνται οι μη προβλέψιμες και σημαντικές διαφοροποιήσεις των τιμών μίας χρονοσειράς που έχουν παροδικό ή μόνιμο χαρακτήρα. Υπάρχουν δύο ειδών ασυνέχειες, οι ασυνήθιστες τιμές (outliers) και η αλλαγή επιπέδου (level shift). Οι ασυνήθιστες τιμές έχουν μικρή χρονική διάρκεια και χρειάζονται προσεκτικό χειρισμό ειδικά σε μια διαδικασία πρόβλεψης. Παράδειγμα, μιας ασυνήθιστης τιμής είναι η απότομη πτώση της παραγωγής μια βιοτεχνίας εξαιτίας της βλάβης κάποιων μηχανημάτων. Η αλλαγή επιπέδου συμβαίνει όταν υπάρχουν για μεγάλο χρονικό διάστημα ασυνήθιστες τιμές. Παράδειγμα αυτού, είναι η μόνιμη πτώση στις πωλήσεις αγαθών πολυτελείας σε οικονομίες που παρουσιάστηκε ύφεση.

5. Τυχειότητα

Τελευταίο χαρακτηριστικό των χρονοσειρών και μεγάλος σκόπελος για τις προβλέψεις είναι η συνιστώσα της τυχειότητας. Η τυχειότητα αναπαριστά τις λεγόμενες μη κανονικές διακυμάνσεις των τιμών των χρονοσειράς. Γενικά μπορεί να υπολογιστεί αν από τις τιμές μιας χρονοσειράς απομονωθούν η τάση, η εποχιακότητα και η κυκλικότητα. Ότι απομένει είναι το σφάλμα δηλαδή ο τυχαίος παράγοντας (τυχειότητα).

2.3 Διαδικασία προβλέψεων

Η διαδικασία προβλέψεων (Makridakis, 1986) αποδεικνύεται ιδιαίτερα απαιτητική όταν γίνεται με το σωστό και αποδοτικό τρόπο. Σε αυτήν την περίπτωση ακολουθούνται κάποια διαδοχικά βήματα. Το πρώτο και πιθανότατα σημαντικότερο βήμα είναι ο καθορισμός του προβλήματος, μάλιστα σε αυτό το στάδιο στην πράξη παρουσιάζονται και τα μεγαλύτερα προβλήματα. Για να επιτευχθεί η δημιουργία βέλτιστων προβλέψεων είναι αναγκαίο να ξεκαθαριστεί το πώς θα χρησιμοποιηθούν αυτές οι προβλέψεις και από ποιους. Επίσης, είναι συνετό να δαπανηθεί αρκετός χρόνος στη συλλογή και στη διατήρηση των δεδομένων καθώς και στη μελλοντική αξιοποίηση των προβλέψεων. Επόμενο βήμα της διαδικασίας είναι η συλλογή των πληροφοριών αυτή καθ' αυτή. Η συλλογή είναι απαραίτητη για να υλοποιηθούν οι μέθοδοι πρόβλεψης. Οι πληροφορίες είναι δύο ειδών, από τη μια τα στατιστικά δεδομένα (χρονοσειρές, δείκτες κτλ) και από την άλλη κρίσεις και απόψεις εμπειρογνομόνων που ασχολούνται με τα υπό πρόβλεψη μεγέθη. Στη συνέχεια, με σκοπό να αποκτηθεί μια αίσθηση των δεδομένων πραγματοποιείται ανάλυση των χρονοσειρών για αναγνώριση των ποιοτικών τους χαρακτηριστικών. Αυτό θα επιτρέψει στους επιστήμονες που θα δημιουργήσουν τις προβλέψεις να επιλέξουν τις κατάλληλες μεθόδους πρόβλεψης. Ο κορμός της ανάλυσης των χρονοσειρών περιλαμβάνει σε γενικές γραμμές τα εξής:

- Γραφική απεικόνιση. Αυτή ως γνωστόν επιτρέπει την αναγνώριση των ποιοτικών χαρακτηριστικών της χρονοσειράς.
- Προσαρμογή δεδομένων. Αυτή περιλαμβάνει διαχείριση κενών και μηδενικών τιμών καθώς και ημερολογιακές προσαρμογές.
- Απομόνωση σειράς τάσης-κύκλου. Η ποσοτικοποίηση δηλαδή των συνιστωσών τάσης και κυκλικότητας της χρονοσειράς, που γίνεται με τη χρήση «κινητών μέσων όρων»
- Στατιστική επεξεργασία. Αυτή περιλαμβάνει υπολογισμό σημαντικών στατιστικών μεγεθών (μέση τιμή, ελάχιστη/μεγιστη τιμή, τυπική απόκλιση κτλ.) , στατιστικών δεικτών, δεικτών εποχιακότητας καθώς και ρυθμού ανάπτυξης (growth rate).

- Χειρισμός σημείων ασυνέχειας. Εδώ περιλαμβάνεται ο εντοπισμός σημείων ασυνέχειας ή αλλαγών επιπέδου και η διόρθωση τους συνήθως με χρήση κριτικών προτάσεων εμπειρογνομόνων.

Με βάση την παραπάνω ανάλυση το επόμενο βήμα είναι η επιλογή της βέλτιστης μεθόδου πρόβλεψης καθώς και των ιδανικότερων παραμέτρων της, που είναι και το αντικείμενο της παρούσας εργασίας. Τέλος, η διαδικασία προβλέψεων ολοκληρώνεται με την χρήση και την αποτίμηση του επιλεχθέντος μοντέλου με χρήση των βέλτιστων παραμέτρων του. Όσο για τον υπολογισμό της ακρίβειας των προβλέψεων, αυτή κρίνεται με την πάροδο του χρόνου.

2.4 Μέθοδοι προβλέψεων

Οι μέθοδοι προβλέψεων χωρίζονται σε τρεις μεγάλες κατηγορίες, τις ποσοτικές μεθόδους, τις κριτικές μεθόδους και τις τεχνολογικές μεθόδους. Η κάθε κατηγορία θα αναλυθεί περαιτέρω στη συνέχεια.

2.4.1 Ποσοτικές μέθοδοι (quantitative)

Οι ποσοτικές μέθοδοι προβλέψεων ταξινομούνται σε μοντέλα χρονοσειρών και αιτιοκρατικά μοντέλα ανάλογα με το μοντέλο που κάνουν χρήση. Γενικά εφαρμόζονται όταν η διαθέσιμη πληροφορία ποσοτικοποιείται με τη μορφή αριθμητικών δεδομένων και με την παραδοχή ότι η εξέλιξη των ιστορικών αυτών δεδομένων κρατά ένα σταθερό μοτίβο. Κάθε ποσοτική μέθοδος χαρακτηρίζεται από ένα αριθμό ιδιοτήτων, μελετώντας τις οποίες, δύναται κάποιος να αποφανθεί κατά πόσο ταιριάζει αυτή η μέθοδος σε μια συλλογή δεδομένων.

2.4.1.1 Μοντέλα χρονοσειρών

Τα μοντέλα χρονοσειρών αποτελούν το πιο δημοφιλές είδος ποσοτικών μεθόδων πρόβλεψης. Βασίζονται στην υπόθεση ότι η μεταβολή των υπό εξέταση μεγεθών ακολουθεί ένα λανθάνον πρότυπο που επαναλαμβάνεται στο χρόνο παραμένοντας όμως σταθερό. Η αναγνώριση αυτού του λανθάνοντος προτύπου στηρίζεται αποκλειστικά στα υπάρχοντα δεδομένα και οι προβλέψεις παράγονται τελικά με την επέκταση του στο μέλλον. Είναι πολύ σημαντικό να υπάρχει διαθέσιμος ικανός αριθμός παρατηρήσεων του υπό πρόβλεψη μεγέθους έτσι ώστε να αναγνωριστεί βέλτιστα το πρότυπο συμπεριφοράς της και να

παραχθούν ακολούθως πιο ακριβείς προβλέψεις. Στις μοντέλα χρονοσειρών περιλαμβάνονται οι εξής μέθοδοι:

- Μέθοδοι αποσύνθεσης.
Οι μέθοδοι αποσύνθεσης στηρίζονται στην αναγνώριση των ξεχωριστών συνιστωσών μιας χρονοσειράς και στην απομόνωση τους. Οι συνιστώσες αυτές που αναφέρθηκαν και παραπάνω είναι η τάση, η κυκλικότητα, η εποχιακότητα και η τυχαιότητα. Σε γενικές γραμμές στις μεθόδους αποσύνθεσης στόχος είναι η αναγνώριση των συνιστωσών με τη βέλτιστη ακρίβεια. Συνήθως, αναγνωρίζεται πρώτα η εποχιακότητα και κατόπιν η τάση και η κυκλικότητα. Ότι απομένει αποτελεί την τυχαιότητα που δεν μπορεί να προβλεφθεί και απλά αναγνωρίζεται.
- Μέθοδοι εξομάλυνσης.
Στις μεθόδους εξομάλυνσης με βάση την ιστορική πληροφορία που περιέχεται στη χρονοσειρά παράγεται μια χρονοσειρά εξομαλυμένων (smoothed) τιμών. Η εξομάλυνση ουσιαστικά απομονώνει το βασικό λανθάνον πρότυπο εξέλιξης των τιμών της χρονοσειράς από τις τυχαίες αποκλίσεις. Στη συνέχεια, με διαθέσιμη την εξομαλυμένη χρονοσειρά που έχει ελαχιστοποιημένη την τυχαιότητα αρκεί η επέκταση της στο μέλλον για παραγωγή ικανοποιητικών προβλέψεων, ιδιαίτερα σε βραχυχρόνιο ορίζοντα. Οι μέθοδοι εξομάλυνσης χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, τις μεθόδους κινητού μέσου όρου και τις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης. Η διαφορά τους έγκειται στους συντελεστές βαρύτητας που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή της πρόβλεψης. Κάποιες εκδοχές των μεθόδων εξομάλυνσης μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία και για αυτό θα ακολουθήσει αναλυτική περιγραφή τους στο επόμενο κεφάλαιο.
- Αυτοπαλινδρομικές μέθοδοι κινητού μέσου όρου.
Οι αυτοπαλινδρομικές μέθοδοι κινητού μέσου όρου είναι στοχαστικά μαθηματικά μοντέλα με τα οποία γίνεται προσπάθεια περιγραφής της διαχρονικής εξέλιξης κάποιου μεγέθους. Η προτίμηση αυτών έναντι ντετερμινιστικών μοντέλων γίνεται εξαιτίας του πλήθους των μη ντετερμινιστικών παραγόντων που επηρεάζουν τα διάφορα μεγέθη. Γενικά σε αυτό το είδος μεθόδων οι προβλέψεις είναι γραμμικός συνδυασμός των παρελθουσών τιμών του μεγέθους, ενός τυχαίου παράγοντα σφάλματος και υπό συνθήκες κάποιων επιπλέον στοχαστικών παραγόντων (π.χ. καιρός). Οι προβλέψεις προκύπτουν ως πιθανότητα η τιμή του μεγέθους να βρίσκεται σε ένα διάστημα τιμών. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των αυτοπαλινδρομικών μοντέλων κινητού μέσου όρου είναι ότι βασίζονται στην παραδοχή της αλληλεξάρτησης ανάμεσα στις τιμές του μεγέθους σε διαφορετικές χρονικές στιγμές.

2.4.1.2 Επεξηγηματικές (Αιτιοκρατικές) μέθοδοι.

Σε αντίθεση με την προσαρμογή κάποιου μοντέλου στη χρονοσειρά που γίνεται παραδείγματος χάριν στην εκθετική εξομάλυνση, στις επεξηγηματικές μεθόδους αναγνωρίζεται ένας αριθμός μεταβλητών οι οποίες σχετίζονται με τη σειρά δεδομένων και

στη συνέχεια αναπτύσσεται κάποιο μοντέλο με στόχο να αποτυπώσει τη σχέση αυτή. Τελικά η πρόβλεψη παράγεται συναρτήσει κάποιων παραγόντων που επηρεάζουν την τελική τιμή της. Αξίζει να σημειωθεί ότι δεν είναι απαραίτητο να υπάρχει χρονική εξάρτηση. Η δημιουργία μιας επεξηγηματικής μεθόδου καθιστά ευκολότερη την κατανόηση των συνθηκών και δίδει τη δυνατότητα πειραματισμού στα δεδομένα με στόχο την μελέτη των επιδράσεων στην παραγωγή προβλέψεων. Δυο είδη επεξηγηματικών μεθόδων είναι οι οικονομετρικές και οι μέθοδοι παλινδρόμησης. Στις μεν μεθόδους παλινδρόμησης, γίνεται η παραδοχή πως το υπό πρόβλεψη μέγεθος εξαρτάται μέσω μιας γραμμικής σχέσης από ένα αριθμό ανεξάρτητων μεταβλητών. Στην περίπτωση που υπάρχει μόνο μια ανεξάρτητη μεταβλητή η μέθοδος ονομάζεται απλή γραμμική παλινδρόμηση, διαφορετικά πολλαπλή. Στις δε οικονομετρικές μεθόδους, το υπό πρόβλεψη μέγεθος εξαρτάται από ένα αριθμό μεταβλητών-παραγόντων που όμως είναι και αυτές εξαρτημένες μεταξύ τους, όπως συμβαίνει για τα περισσότερα πραγματικά μεγέθη. Έτσι προκύπτει ένα σύστημα ταυτόχρονων εξισώσεων.

2.4.2 Κριτικές μέθοδοι.

Οι κριτικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται συχνά σε επιχειρήσεις. Στηρίζονται στην κρίση, τη διαίσθηση και στη βαθιά γνώση ανθρώπων. Γενικά δεν απαιτούν μεγάλο όγκο δεδομένων όπως οι ποσοτικές μέθοδοι. Οι προβλέψεις προκύπτουν τελικά από τις απόψεις ενός ή πολλών εμπειρογνομόνων. Όταν μεν ο εμπειρογνώμων είναι ένας ονομάζονται ατομικές μέθοδοι, όταν δε είναι περισσότεροι που ανταλλάσσουν απόψεις και αποφασίζουν από κοινού ονομάζονται μέθοδοι επιτροπής.

2.4.3 Τεχνολογικές μέθοδοι.

Οι τεχνολογικές μέθοδοι χωρίζονται στις διερευνητικές (exploratory) και στις κανονιστικές (normative) . Γενικά, είναι χρήσιμες σε μακροπρόθεσμα σχέδια οικονομικής, τεχνολογικής πολιτικής ή και κοινωνικής φύσης. Οι μεν διερευνητικές μέθοδοι έχοντας ως αφετηρία το παρελθόν και το παρόν προχωρούν στην πρόβλεψη (μέλλον) διερευνώντας όλες τις πιθανές εκφάνσεις του μεγέθους. Οι δε κανονιστικές μέθοδοι, έχουν προκαθορισμένους τους μελλοντικούς στόχους και απλά μελετούν τη δυνατότητα πραγμάτωσης τους με τους υπάρχοντες περιορισμούς και τους διαθέσιμους υλικοτεχνικούς πόρους.

2.5 Σφάλματα προβλέψεων.

Από τα προηγούμενα έγινε φανερό ότι αν και έχει αναπτυχθεί μεγάλη ποικιλία από μεθόδους προβλέψεων καμία δεν είναι σε θέση να δώσει ακριβή πρόβλεψη. Όλες οι παραγόμενες προβλέψεις περιέχουν σφάλμα. Με τον όρο σφάλμα νοείται η απόκλιση της πραγματικής τιμής ενός μεγέθους από την προβλεφθείσα τιμή του. Γενικά υπάρχουν διάφοροι δείκτες υπολογισμού αυτής της απόκλισης. Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν οι σημαντικότεροι.

- **Σφάλμα.**

Το σφάλμα προκύπτει απλά από την διαφορά της πραγματικής τιμής και της πρόβλεψης για μία χρονική στιγμή.

$$e_t = \text{realvalue} - \text{forecast}$$

- **Απόλυτο σφάλμα.**

Το απόλυτο σφάλμα AE (Absolute error) προκύπτει από την απόλυτη τιμή της διαφοράς πραγματικής τιμής και προβλεφθείσας τιμής για μια χρονική στιγμή.

$$AE = |e_t|$$

- **Μέσο σφάλμα.**

Το μέσο σφάλμα ME (Mean error) είναι η μέση τιμή των σφαλμάτων για όλες(στον τύπο n) τις διαθέσιμες χρονικές στιγμές.

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t$$

- **Μέσο απόλυτο σφάλμα.**

Το μέσο απόλυτο σφάλμα MAE (Mean absolute error) είναι η μέση τιμή των απόλυτων σφαλμάτων για όλες(στον τύπο n) τις διαθέσιμες χρονικές στιγμές.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |e_t|$$

- **Μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE).**

Είναι η μέση τιμή των τετραγώνων των σφαλμάτων για όλες(στον τύπο n) τις διαθέσιμες χρονικές στιγμές.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2$$

- **Σχετικό σφάλμα.**

Το σχετικό σφάλμα PE (Percentage error) προκύπτει από το λόγο του σφάλματος και της πραγματικής τιμής σε κάποια χρονική στιγμή. Πολλαπλασιάζοντας με 100 γίνεται ποσοστιαίο.

$$PE = \frac{e_t}{realvalue}$$

- **Μέσο σχετικό σφάλμα.**

Το μέσο σχετικό σφάλμα MPE (Mean percentage error) είναι η μέση τιμή των σχετικών σφαλμάτων για όλες(στον τύπο n) τις διαθέσιμες χρονικές στιγμές. Πολλαπλασιάζοντας με 100 γίνεται ποσοστιαίο.

$$MPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n PE_t$$

- **Μέσο απόλυτο σχετικό σφάλμα(MAPE).**

Υπολογίζεται ομοίως με το μέσο σχετικό σφάλμα, μόνο που λαμβάνονται οι απόλυτες τιμές των σχετικών σφαλμάτων. Πολλαπλασιάζοντας με 100 γίνεται ποσοστιαίο.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |PE_t|$$

- **Συμμετρικό μέσο σχετικό σφάλμα(SMAPE).**

Υπολογίζεται με βάση την παρακάτω σχέση:

$$SMAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{realvalue_t - forecast_t}{(realvalue_t + forecast_t)/2} \right|$$

- **Mean absolute scaled error (MASE)**

Είναι μέτρο σφάλματος που υπολογίζεται μέσω της σχέσης :

$$MASE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left(\left| \frac{e_t}{\frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n |Y_i - Y_{i-1}|} \right| \right)$$

Στην παρούσα εργασία θα γίνει χρήση του σφάλματος MSE για τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων του μοντέλου και του σφάλματος SMAPE για τον υπολογισμό του σφάλματος με τις επιλεγθείσες βέλτιστες τιμές παραμέτρων.

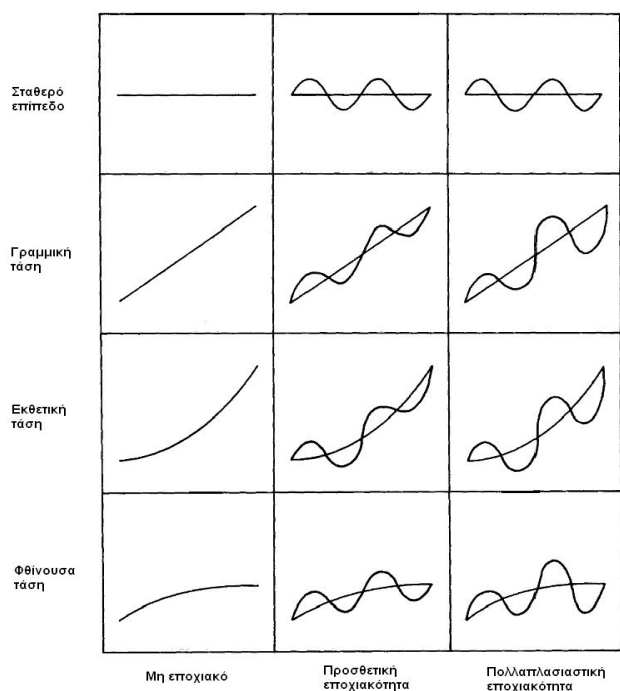
3. Μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης.

3.1 Εισαγωγή

Οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης ([De Gooijer and Hyndman, 2006](#); [Gardner, 1985](#); [Gardner, 2006](#)), ως ένα είδος μοντέλων χρονοσειρών ανήκουν στην ευρύτερη κατηγορία των ποσοτικών μεθόδων πρόβλεψης. Όπως σε όλες τις ποσοτικές μεθόδους έτσι και σε αυτές γίνεται χρήση ποσοτικοποιημένης διαθέσιμης πληροφορίας, που για τις ανάγκες τους έχει μορφή χρονοσειρών. Γενικά τα μοντέλα χρονοσειρών, των οποίων είδος είναι οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης, βασίζονται στην υπόθεση ότι η μεταβολή των υπό εξέταση μεγεθών ακολουθεί ένα λανθάνον πρότυπο που επαναλαμβάνεται στο χρόνο παραμένοντας όμως σταθερό. Η όσον το δυνατόν ακριβέστερη αναγνώριση αυτού του προτύπου αποτελεί το άλφα και το ωμέγα για την παραγωγή προβλέψεων. Ειδικότερα, οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης με βάση την ιστορική πληροφορία δημιουργούν μια εξομαλυμένη χρονοσειρά, απομονώνοντας ουσιαστικά το λανθάνον πρότυπο εξέλιξης του εκάστοτε μεγέθους από τις τυχαίες αποκλίσεις. Αυτό μάλιστα γίνεται θεωρώντας σημαντικότερες τις πιο πρόσφατες τιμές του υπό πρόβλεψη μεγέθους. Το τελευταίο αυτό χαρακτηριστικό είναι που τις διαφοροποιεί από τις μεθόδους εξομάλυνσης κινητού μέσου όρου που θεωρούν εξίσου σημαντικές όλες τις τιμές του υπό πρόβλεψη μεγέθους ανεξάρτητα της παλαιότητας τους. Η χρήση των μεθόδων εκθετικής εξομάλυνσης είναι ιδιαίτερα διαδεδομένη ήδη από τη δεκαετία του 60 που αναπτύχθηκαν. Ο λόγος για τη διάδοση τους είναι τα καλά αποτελέσματα τους σε βραχυχρόνιες προβλέψεις, έχοντας παράλληλα πολλά πλεονεκτήματα. Πλεονεκτήματα όπως η εύκολη εφαρμογή τους χωρίς πολύπλοκες διαδικασίες, η ευνότητα στο χρήστη έννοια των παραμέτρων τους καθώς και οι μικρές απαιτήσεις που έχουν σε μνήμη και υπολογιστικούς πόρους. Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι όπως προκύπτει από πρακτικά αποτελέσματα η ακρίβεια των μεθόδων εκθετικής εξομάλυνσης πολύ λίγο απέχει από αυτήν άλλων πολύπλοκων και σύνθετων μεθόδων. Αυτό συμβαίνει διότι, οι πολύπλοκες μέθοδοι είναι ευαίσθητες σε ακραίες τιμές (special events) και επίσης η καθεμία είναι στοχευμένη σε συγκεκριμένου είδους δεδομένα και καθίσταται ανακριβής σε τυχούσα διαφοροποίηση αυτών. Αν και οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης έγιναν πολύ γρήγορα δημοφιλείς η στατιστική τους θεμελίωση καθυστέρησε πολύ να πραγματοποιηθεί και μάλιστα στην αρχή πολλοί ερευνητές αμφέβαλλαν για αυτήν. Επίσης, σε αυτές τις μεθόδους ασκήθηκε έντονη κριτική καθώς δεν υπήρχε δυνατότητα τοποθέτησης διαστημάτων εμπιστοσύνης για τις προβλέψεις. Ωστόσο σήμερα, είναι αποδεδειγμένο πια ότι αυτές οι μέθοδοι αποτελούν ιδανική λύση για μια πολύ γενική κατηγορία μοντέλων χώρου-κατάστασης (state space models) και είναι τελικά γενικότερες ακόμα και από πολύπλοκες στοχαστικές μεθόδους πρόβλεψης (π.χ. ARIMA). Έχουν αναπτυχθεί πολλά είδη μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης και χωρίζονται σε κατηγορίες ανάλογα με τη γενική μορφή της γραφικής παράστασης της χρονοσειράς συναρτήσεως του χρόνου. Υπάρχουν τέσσερα μοντέλα τάσης, το σταθερό επιπέδου, αυτό της γραμμικής τάσης καθώς και αυτά φθίνουσας και εκθετικής τάσης. Τα παραπάνω συνδυαζόμενα με τα τρία εποχιακά μοντέλα που είναι αυτό της προσθετικής εποχιακότητας, αυτό της πολλαπλασιαστικής εποχιακότητας καθώς και το μη εποχιακό

δίνουν δώδεκα βασικά συνδυαστικά μοντέλα. Ακολούθως παρατίθεται διάγραμμα στο οποίο παρουσιάζονται παραστατικά τα παραπάνω μοντέλα.

Διάγραμμα 3. 1 : Κλασικά μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης.



Αναλυτικότερα, στα μοντέλα σταθερής τάσης γίνεται η παραδοχή πως δεν υπάρχει τάση, ότι δηλαδή ο μέσος όρος των τιμών του μεγέθους είναι σχετικά σταθερός. Έτσι, η πρόβλεψη εκτελείται με την προέκταση μιας οριζόντιας ευθείας γραμμής. Αυτά τα είδους μοντέλα χρησιμοποιούνται είτε για προβλέψεις ενός βήματος είτε σε θορυβώδεις και με μεγάλη τυχαιότητα χρονοσειρές. Στα μοντέλα γραμμικής τάσης που είναι και τα πιο διαδεδομένα οι προβλέψεις προκύπτουν με την προέκταση μιας γραμμής. Στα μοντέλα εκθετικής τάσης οι προβλέψεις αποτυπώνονται γραφικά από μια εκθετική καμπύλη. Γενικά είναι χρήσιμα σε μεγέθη που η εμπειρία έχει δείξει ότι τιμή τους αυξάνεται απότομα, όπως πχ πρωτοεμφανιζόμενα στην αγορά προϊόντα. Τέλος στα μοντέλα φθίνουσας τάσης, οι προβλέψεις αποτυπώνονται γραφικά από μια φθίνουσα καμπύλη. Τα τελευταία είναι κατάλληλα για μακροχρόνιες προβλέψεις στις οποίες αντίθετα τα γραμμικής και εκθετικής τάσης είναι υπεραισιόδοξα και κρίνονται ακατάλληλα. Όσον αφορά την εποχιακότητα, στο μοντέλο προσθετικής εποχιακότητας το εύρος των εποχικών διακυμάνσεων στις τιμές της χρονοσειράς θεωρείται σταθερό και ανεξάρτητο από τις αυξομειώσεις των τιμών της. Από την άλλη πλευρά, στο πολλαπλασιαστικό μοντέλο εποχιακότητας οι εποχικές διακυμάνσεις των τιμών της χρονοσειράς έχουν άμεση συνάρτηση από την τιμή του μεγέθους. Για παράδειγμα, όσο μεγαλύτερη τιμή έχει το μέγεθος τόσο μεγαλύτερη θα είναι η εποχική διακύμανση.

Στη συνέχεια, θα παρουσιαστούν κάποιες βασικές παράμετροι των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης.

3.2 Παράμετροι μεθόδων.

Όλες οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης λειτουργούν κάνοντας χρήση κάποιων παραμέτρων που επιλέγονται από το χρήστη της μεθόδου και χωρίς αυτές τα μοντέλα δε λειτουργούν. Μάλιστα είναι πολύ σημαντική η κατάλληλη επιλογή τους καθώς δύναται να επηρεάσουν πολύ την ακρίβεια των προβλέψεων. Για την ορθή επιλογή τους γίνεται χρήση αλγορίθμων βελτιστοποίησης, που άλλωστε είναι και το αντικείμενο της παρούσας εργασίας. Οι παράμετροι των μεθόδων είναι:

I. Αρχικό επίπεδο

Το αρχικό επίπεδο εκφράζει το επίπεδο της εξομαλυμένης χρονοσειράς τη χρονική στιγμή μηδέν, δηλαδή πριν την πρώτη τιμή της χρονοσειράς του υπό πρόβλεψη μεγέθους. Με χρήση αυτού και κάποιων επιπλέον παραμέτρων ανάλογα το χρησιμοποιούμενο μοντέλο υπολογίζεται η πρώτη τιμή της εξομαλυμένης χρονοσειράς. Για τιμή αρχικού επιπέδου έχουν προταθεί διάφορες τιμές κάποιες εκ των οποίων είναι:

- Η πρώτη παρατήρηση της χρονοσειράς.
- Ο μέσος όρος των παρατηρήσεων της χρονοσειράς.
- Ο μέσος όρος των n πρώτων παρατηρήσεων (τυχαίο n).
- Το σταθερό επίπεδο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης των τιμών της χρονοσειράς.

II. Αρχική τάση

Η αρχική τάση εκφράζει την συνιστώσα τάσης της εξομαλυμένης χρονοσειράς τη χρονική στιγμή μηδέν, δηλαδή μια χρονική στιγμή πριν την πρώτη παρατήρηση της υπάρχουσας χρονοσειράς. Όπως και το αρχικό επίπεδο χρησιμοποιείται μαζί με τις υπόλοιπες παραμέτρους του μοντέλου για τον υπολογισμό της πρώτης τιμής της εξομαλυμένης χρονοσειράς. Προφανώς δε χρειάζεται σε μοντέλα χωρίς τάση. Κάποιες από τις συνιστώμενες τιμές που λαμβάνει είναι:

- Η δεύτερη μείον την πρώτη παρατήρηση της χρονοσειράς.
- Η τελευταία μείον την πρώτη παρατήρηση της χρονοσειράς δια $n-1$, όπου n αριθμός παρατηρήσεων της χρονοσειράς.
- Η τάση από το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης των τιμών της χρονοσειράς.

III. Μεταβλητές εκθετικής εξομάλυνσης

Είναι γνωστό ότι για την εκθετική εξομάλυνση όσο πιο πρόσφατα είναι τα δεδομένα τόσο μεγαλύτερη πληροφορία περιέχουν. Αποδίδεται λοιπόν, μεγαλύτερη βαρύτητα στα πρόσφατα δεδομένα, και αυτή φθίνει εκθετικά όσο παλαιότερες είναι οι τιμές της χρονοσειράς του μεγέθους. Οι μεταβλητές εκθετικής εξομάλυνσης είναι ουσιαστικά οι παράμετροι που ορίζουν τον τρόπο με τον οποίο φθίνει η σημαντικότητα των παλαιότερων παρατηρήσεων στον υπολογισμό των εξομαλυμένων τιμών της χρονοσειράς. Στα βασικά μη εποχιακά μοντέλα ο αριθμός τους είναι από μία στην απλή εκθετική εξομάλυνση (SES) μέχρι τρεις στα μοντέλα φθίνουσας και εκθετικής τάσης. Ο ακριβής αριθμός και ρόλος τους θα παρουσιαστεί ξεχωριστά σε κάθε μοντέλο στη συνέχεια του κεφαλαίου. Μεγάλη κουβέντα έχει γίνει για το πεδίο τιμών των μεταβλητών εκθετικής εξομάλυνσης έτσι ώστε τα μοντέλα να είναι σταθερά. Ωστόσο, μετά από μελέτες πολλών ερευνητών είναι πια κοινώς αποδεκτό να λαμβάνουν τιμές στο διάστημα $[0,1]$. Το συγκεκριμένο διάστημα τιμών υιοθετήθηκε και στην παρούσα εργασία για τα πειράματα βελτιστοποίησης. Όπως έχει αναφερθεί και στα προηγούμενα οι μεταβλητές εκθετικής εξομάλυνσης πρέπει να λαμβάνουν κατάλληλες τιμές (Fildes et al, 1998) έτσι ώστε τα αποτελέσματα των προβλέψεων να είναι όσον το δυνατόν ακριβή. Οι τιμές αυτές παλαιότερα επιλέγονταν αυθαίρετα. Ανατρέχοντας κάποιος στην ειδική βιβλιογραφία χρησιμοποιούσε τις προτεινόμενες τιμές ανάλογα με το είδος της χρονοσειράς. Πλέον όμως, για την κατάλληλη επιλογή τους χρησιμοποιούνται μέθοδοι βελτιστοποίησης. Η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται αναζητώντας τις τιμές των μεταβλητών που ελαχιστοποιούν ένα μέτρο σφάλματος των προβλέψεων των υπαρχουσών τιμών της χρονοσειράς. Είναι συνήθως πρακτική ως μέτρο σφάλματος να επιλέγεται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) και η παρούσα εργασία δεν διαφοροποιήθηκε από αυτή. Η βελτιστοποίηση γενικά, είναι μια απαιτητική σε υπολογιστικούς πόρους και μνήμη διαδικασία που κατέσπει όμως εφαρμόσιμη με τη δημιουργία ευφώνων μεθόδων αλλά κυρίως με την εξέλιξη των υπολογιστικών συστημάτων. Περισσότερα για τις τεχνικές βελτιστοποίησης θα αναφερθούν στο επόμενο κεφάλαιο. Παρακάτω θα παρουσιαστούν οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης που υλοποιήθηκαν στην παρούσα μελέτη.

3.3 Εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου

3.3.1 Κλασική μέθοδος (ses)

Η απλή εκθετική εξομάλυνση (Brown, 1959) ή στη διεθνή ορολογία simple exponential smoothing (SES) είναι το μοντέλο εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου και χωρίς εποχιακότητα. Η μαθηματική του περιγραφή φαίνεται στις ακόλουθες σχέσεις :

$$e_t = X_t - \hat{X}_{t-1} \quad (1)$$

$$S_t = S_{t-1} + h_1 * e_t$$

$$\hat{X}_t(m) = S_t$$

Η πρώτη εξίσωση υπολογίζει το σφάλμα πρόβλεψης που δεν είναι άλλο από τη διαφορά της τιμής της χρονοσειράς τη χρονική στιγμή t από την πρόβλεψη της χρονικής στιγμής $t-1$ για τη χρονική στιγμή t . Ο αριθμός 1 μέσα στην παρένθεση δηλώνει ότι είναι πρόβλεψη για την επόμενη χρονική στιγμή. Στη γενική περίπτωση που είναι m (τρίτη εξίσωση) δηλώνει για m χρονικές στιγμές μετά. Το S_t δηλώνει το επίπεδο της εξομαλυμένης χρονοσειράς τη χρονική στιγμή t και προκύπτει όπως φαίνεται και στη δεύτερη εξίσωση από το άθροισμα του επιπέδου της προηγούμενης χρονικής στιγμής και ενός ποσοστού του σφάλματος πρόβλεψης. Το ποσοστό του σφάλματος πρόβλεψης που συνυπολογίζεται ελέγχεται από το συντελεστή εξομάλυνσης h_1 . Η μεταβλητή h_1 είναι η μόνη μεταβλητή εκθετικής εξομάλυνσης που κάνει χρήση αυτό το μοντέλο και λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0,1]$ ως συνήθως. Από την τελευταία εξίσωση φαίνεται ότι η πρόβλεψη ισούται με το επίπεδο της εξομαλυμένης χρονοσειράς και είναι ίδια για κάθε μετέπειτα χρονική στιγμή (ευθεία οριζόντια γραμμή).

Η συμπεριφορά του μοντέλου σταθερού επιπέδου γενικά προσομοιάζει με αυτή του αυτόματου πιλότου. Αφού υπολογιστεί το σφάλμα πρόβλεψης για κάθε τιμή της χρονοσειράς, αν αυτό είναι θετικό (χαμηλή προηγούμενη πρόβλεψη) η επόμενη πρόβλεψη αυξάνεται. Στην αντίθετη περίπτωση που η προηγούμενη πρόβλεψη είναι υψηλή, δηλαδή το σφάλμα αρνητικό τότε η επόμενη πρόβλεψη μειώνεται. Σε κάθε περίπτωση στόχος της διαδικασίας είναι μέσω των σφαλμάτων οι προβλέψεις να οδηγηθούν στο πραγματικό επίπεδο της χρονοσειράς.

Σε αυτό το σημείο κρίνεται σκόπιμο να γίνει αναφορά στη μεγάλη σημασία που έχει η επιλογή κατάλληλων τιμών για το αρχικό επίπεδο και το συντελεστή εξομάλυνσης. Αν η επιλογή αρχικού επιπέδου δεν είναι αντιπροσωπευτική τότε όλες οι προβλέψεις θα είναι ανακριβείς. Αυτό συμβαίνει καθώς η διαδικασία είναι αλυσιδωτή, όλες οι προβλέψεις εξαρτώνται από τις προηγούμενες και τελικά από το αρχικό επίπεδο-αρχική πρόβλεψη. Επιπλέον, η πρώτη πρόβλεψη στη διαδικασία βελτιστοποίησης του συντελεστή εξομάλυνσης επηρεάζει την τιμή του. Κάποιες αντιπροσωπευτικές τιμές αρχικού επιπέδου έχουν αναφερθεί νωρίτερα σε αυτό το κεφάλαιο, είναι σημαντικό πάντως ότι ανάμεσα ακόμα και σε αυτές υπάρχουν μεγάλες διαφορές στις προβλέψεις. Όσον αφορά το συντελεστή εξομάλυνσης, η επιλογή κατάλληλης τιμής για αυτόν γίνεται με χρήση τεχνικών βελτιστοποίησης. Κριτήριο της βελτιστοποίησης είναι συνήθως η ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος των προβλέψεων των τιμών της χρονοσειράς (In sample). Σε γενικές γραμμές οι τεχνικές βελτιστοποίησης εκτελούν αναζήτηση, στο πεδίο τιμών των

μεταβλητών, της τιμής για την οποία ελαχιστοποιείται το σφάλμα πρόβλεψης. Προς το παρόν πάντως δεν είναι σημαντικό να αναλυθούν περισσότερο.

Από θεωρητικής πλευράς ο καταλληλότερος, όσον αφορά την ακρίβεια των προβλέψεων, συντελεστής εξομάλυνσης επηρεάζεται από δύο αλληλοεξαρτώμενους παράγοντες. Πρώτον, επηρεάζεται από το ποσοστό θορύβου στη χρονοσειρά. Όσο πιο θορυβώδη είναι τα δεδομένα της χρονοσειράς τόσο πιο μικρή πρέπει να είναι η τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης. Αυτό συμβαίνει για να αποφευχθεί η έντονη αντίδραση στο θόρυβο. Δεύτερον, επηρεάζεται από την μεταβλητότητα του μέσου όρου των τιμών της χρονοσειράς. Όσο πιο πολύ μεταβάλλεται η τιμή του μεγέθους στην πάροδο του χρόνου τόσο μεγαλύτερη θα πρέπει να ναι η τιμή του συντελεστή ώστε να παρακολουθείται αυτή η μεταβολή. Σε αντίθετη περίπτωση που η τιμή του μέσου όρου παρουσιάζει σχετική σταθερότητα τότε ο συντελεστής θα πρέπει να είναι μικρός. Στην ακραία περίπτωση που ο συντελεστής εξομάλυνσης πάρει την τιμή 1 τότε η πρόβλεψη είναι ίση με την τελευταία τιμή της χρονοσειράς, πράγμα που άλλωστε φαίνεται και από τις μαθηματικές σχέσεις. Ένας άλλος σημαντικός ρόλος του συντελεστή εξομάλυνσης είναι ότι καθορίζει τα βάρη με τα οποία συμμετέχουν τα δεδομένα της χρονοσειράς ανάλογα με την χρονική τους θέση. Στην εξίσωση που ακολουθεί φαίνονται τα βάρη συναρτήσει του συντελεστή εξομάλυνσης, γίνεται μάλιστα ξεκάθαρος και ο λόγος που ονομάζεται εκθετική εξομάλυνση, καθώς τα βάρη φθίνουν εκθετικά με την παλαιότητα :

$$S_t = h_1 \cdot X_t + h_1 \cdot (1 - h_1) \cdot X_{t-1} + h_1 \cdot (1 - h_1)^2 \cdot X_{t-2} + \dots + h_1 \cdot (1 - h_1)^k \cdot X_{t-k}$$

3.3.2 Δυναμικά προσαρμοζόμενες μέθοδοι εξομάλυνσης

Προηγουμένως παρουσιάστηκε η κλασική μέθοδος της απλής εκθετικής εξομάλυνσης. Όλα αυτά τα χρόνια που χρησιμοποιούνται οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης υπάρχει μια παράλληλη έρευνα βελτίωσης τους. Ως αποτέλεσμα αυτής της έρευνας έχουν προταθεί κατά καιρούς διάφορες παραλλαγές των μεθόδων εκθετικής εξομάλυνσης. Μια μεγάλη κατηγορία μοντέλων εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου που αναπτύχθηκαν είναι αυτές στις οποίες η μεταβλητή εξομάλυνσης δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται. Γενικά, λίγες είναι αυτές που παρουσιάζουν ενδιαφέρον για αυτό και από αυτή την κατηγορία στην παρούσα εργασία επιλεχθεισών για μελέτη δύο μόλις μέθοδοι. Η πρώτη εξ αυτών επελέχθη καθώς βάση των δημοσιευμένων αποτελεσμάτων της έχει ακρίβεια αποτελεσμάτων που υπερτερεί σε κάποιες περιπτώσεις έναντι της κλασικής μεθόδου. Η δεύτερη επελέχθη καθώς παρότι έχει δώσει υποδεέστερα αποτελέσματα από την απλή εκθετική εξομάλυνση, κάνει χρήση μιας απλής μορφής φίλτρου kalman το οποίο δύναται στο μέλλον να δώσει ώθηση στη βελτίωση των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης. Επίσης, μέσω του φίλτρου Kalman μπορούν να υπολογιστούν διαστήματα εμπιστοσύνης για τις προβλέψεις. Το κύριο χαρακτηριστικό λοιπόν, που διαφοροποιεί αυτές τις μεθόδους από τη κλασική μέθοδο

σταθερού επιπέδου είναι το ότι ο συντελεστής εξομάλυνσης δεν παραμένει σταθερός αλλά μεταβάλλεται με στόχο την προσαρμογή του στην αλλαγή των χαρακτηριστικών της χρονοσειράς. Στην απλή εκθετική εξομάλυνση ο συντελεστής h_t είναι σταθερός για κάθε χρονική στιγμή (για κάθε t) ενώ αντίθετα και στις δύο παραλλαγές που θα παρουσιαστούν παρακάτω αλλάζει από βήμα σε βήμα (από μια χρονική στιγμή στην επόμενη) της μεθόδου. Σαν παρένθεση, αξίζει να αναφερθεί σε αυτό το σημείο ότι μεταβαλλόμενες τιμές παραμέτρων εξομάλυνσης έχουν χρησιμοποιηθεί επιτυχώς μόνο για τον συντελεστή εξομάλυνσης του επιπέδου. Στα μοντέλα με οποιασδήποτε μορφής τάση η χρήση μεταβαλλόμενων τιμών παραμέτρων εξομάλυνσης ήταν απογοητευτική όταν επεκτεινόταν και στο συντελεστή εξομάλυνσης της τάσης ([Gardner, 2006](#)).

Στη συνέχεια ακολουθεί παρουσίαση των δυναμικά προσαρμοζόμενων μεθόδων εξομάλυνσης περίων ο λόγος.

3.3.2.1 Smooth transition exponential smoothing (STES)

Όπως αναφέρθηκε και εισαγωγικά το κύριο χαρακτηριστικό της μεθόδου εκθετικής εξομάλυνσης ομαλής μετάβασης ([Taylor, 2004a](#); [Taylor 2004b](#)), η οποία για ευκολία θα αποκαλείται STES, είναι η δυναμική αλλαγή της παραμέτρου εξομάλυνσης με το πέρασμα του χρόνου. Αυτό συμβαίνει με σκοπό την προσαρμογή της παραμέτρου στις αλλαγές των χαρακτηριστικών της χρονοσειράς. Αρχικά, είναι σημαντικό να υπενθυμιστεί πως το συγκεκριμένο μοντέλο δεν περιλαμβάνει τάση (μοντέλο σταθερής τάσης). Η μέθοδος αυτή ανήκει στα μοντέλα ομαλής μετάβασης (smooth transition models). Η βασική ιδέα πίσω από αυτά τα μοντέλα είναι ότι τουλάχιστον μια μεταβλητή λαμβάνει τιμές μέσω μιας συνεχούς συνάρτησης της μεταβλητής μετάβασης V_t . Για να γίνει περισσότερο κατανοητό αυτό παρατίθεται ως παράδειγμα το μοντέλο παλινδρόμησης ομαλής μετάβασης (smooth transition regression model, STR) :

$$y_t = a + b_t \cdot x_t + e_t$$

Όπου,

$$b_t = \frac{\omega}{1 + \exp(\beta + \gamma \cdot V_t)}$$

Στις παραπάνω σχέσεις η μεταβλητή b_t του μοντέλου παλινδρόμησης λαμβάνει τιμές μέσω συνεχούς συνάρτησης της μεταβλητής V_t .

Η μαθηματική περιγραφή της STES μεθόδου περιλαμβάνει τις παρακάτω σχέσεις:

$$f_{t+1} = a_t \cdot y_t + (1 - a_t) \cdot f_t$$

Όπου,

$$a_t = \frac{1}{1 + \exp(\beta + \gamma \cdot V_t)}$$

Στην πρώτη σχέση με f συμβολίζονται οι τιμές της εξομαλυμένης χρονοσειράς, δηλαδή οι προβλέψεις τις χρονικές στιγμές t και $t+1$. Με y_t συμβολίζεται η τιμή της χρονοσειράς τη χρονική στιγμή t , ενώ το a_t είναι ο συντελεστής εξομάλυνσης που προκύπτει κάθε φορά από τη δεύτερη σχέση. Αν στην πρώτη εξίσωση αντικατασταθεί ο συντελεστής εξομάλυνσης με ένα σταθερό τότε προκύπτει το μοντέλο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης, απλά με διαφορετικής μορφής μαθηματική σχέση που είναι ουσιαστικά ισοδύναμη με αυτή που παρουσιάστηκε νωρίτερα στο κεφάλαιο. Στη δεύτερη σχέση τα β, γ είναι σταθερές οι οποίες λαμβάνουν τιμές στο διάστημα $[-1,1]$. Η δεύτερη σχέση αποτελεί μια λογιστική συνάρτηση μέσω της οποίας υπολογίζεται η παράμετρος εξομάλυνσης και έχει πεδίο τιμών το διάστημα $[0,1]$. Αποτέλεσμα αυτού είναι ο περιορισμός των τιμών της παραμέτρου εξομάλυνσης στο $[0,1]$ που είναι και το ενδεδειγμένο από τη βιβλιογραφία διάστημα τιμών της. Η V_t είναι η μεταβλητή μετάβασης και η επιλογή της είναι ίσως το πιο σημαντικό κομμάτι της μεθόδου STES. Η πιο προφανής λύση είναι να χρησιμοποιηθεί ως μεταβλητή μετάβασης ένα μέτρο σφάλματος της πιο πρόσφατης πρόβλεψης όπως το απόλυτο σφάλμα, το τετραγωνικό σφάλμα, το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, κτλ. Μια άλλη λύση είναι να χρησιμοποιηθεί κάποια διαφορετική μεταβαλλόμενη παράμετρος εξομάλυνσης από τα υπάρχοντα μοντέλα δυναμικά προσαρμοζόμενων παραμέτρων. Γενικά από αυτές τις επιλογές τα καλύτερα αποτελέσματα έχει η επιλογή του απόλυτου σφάλματος ή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος.

Με στόχο τη δυνατότητα εύρεσης διαστημάτων εμπιστοσύνης για τις προβλέψεις αυτής της μεθόδου έχει αναπτυχθεί το ισοδύναμο μοντέλο κατάστασης-χώρου (state-space model) μέσω του οποίου αυτό πραγματοποιείται. Το μοντέλο αυτό δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις :

$$\begin{aligned} X_t &= \mu_{t-1} + \varepsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + a_t \cdot \varepsilon_t \\ a_t &= \frac{1}{1 + \exp(\beta + \gamma \cdot V_t)} \end{aligned}$$

Όπου ε_t τυχαία μεταβλητή λευκού θορύβου Gauss.

Κλείνοντας, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι η μέθοδος STES δίνει καλά αποτελέσματα στις περιπτώσεις που και η χρονοσειρά αλλά και οι υπό πρόβλεψη τιμές περιέχουν είτε

αλλαγή επιπέδου, είτε ασυνήθιστες τιμές. Ωστόσο, τα αποτελέσματα είναι απογοητευτικά αν το είδος των ασυνεχειών είναι διαφορετικό στη χρονοσειρά και στις υπό πρόβλεψη τιμές(αλλαγή επιπέδου στο ένα και ασυνήθιστες τιμές στο άλλο).

3.3.2.2 Απλοποιημένο φίλτρο Kalman

Η μέθοδος αυτή(Snyder, 1988) δημιουργήθηκε με σκοπό να ξεπεραστεί το πρόβλημα της ισχυρής εξάρτησης των προβλέψεων από την επιλογή αρχικού επιπέδου, ειδικά σε χρονοσειρές με λίγες τιμές. Στηρίζεται στο μοντέλο του Muth⁺⁺ του οποίου η μαθηματική περιγραφή ακολουθεί παρακάτω :

$$\begin{aligned}y_t &= m_t + u_t \\m_{t+1} &= m_t + a \cdot u_t \\m_1 &= \mu\end{aligned}$$

Στο μοντέλο αυτό η ζήτηση y_t ισούται με μια μέση ζήτηση m_t συν μια τυχαία διαταραχή u_t . Όλες οι διαταραχές u_t είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές μηδενικής μέσης τιμής και κοινής διακύμανσης σ^2 . Η μέση ζήτηση σε κάθε χρονική στιγμή ισούται με τη μέση ζήτηση και ένα ποσοστό της τυχαίας διαταραχής της προηγούμενης χρονικής στιγμής. Από αυτό φαίνεται ότι η μέση ζήτηση είναι μια τυχαία μεταβλητή που προσαρμόζεται στις τυχαίες διαταραχές της ζήτησης. Το ύψος της προσαρμογής εξαρτάται τελικά από τη μεταβλητή εξομάλυνσης a . Η τρίτη εξίσωση δείχνει ότι η αρχική μέση ζήτηση ισούται με μια άγνωστη σταθερά μ .

Το μοντέλο αυτό αποτελεί ειδική περίπτωση των μοντέλων κατάστασης-χώρου (state-space) και μπορεί να εκτιμηθεί με χρήση φίλτρου Kalman. Μάλιστα, είναι τέτοιες οι εξισώσεις του μοντέλου που το φίλτρο Kalman έχει πολύ απλή μορφή. Πιο συγκεκριμένα, το φίλτρο Kalman στη μορφή που εμφανίζεται στηρίζεται στον παράγοντα μείωσης (discount factor) $\delta=1-\alpha$, στους βραχείς παράγοντες μείωσης ('short-run' discount factors) δ_t και στις βραχείς παραμέτρους εξομάλυνσης ('short-run' smoothing parameter) $\alpha_t=1-\delta_t$.

Παρακάτω φαίνεται μια τυπική επανάληψη για να δημιουργηθούν οι προβλέψεις \hat{y}_t :

1. Υπολογίζεται το σφάλμα :

$$e_t = y_t - \hat{y}_t$$

2. Ανανεώνεται η πρόβλεψη μέσω της :

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_t + a_t \cdot e_t$$

3. Υπολογίζεται ο νέος βραχύς παράγοντας μείωσης μέσω της :

$$\delta_{t+1} = 1 / (\delta + 1 / \delta - \delta_t)$$

4. Υπολογίζεται η νέα παράμετρος εξομάλυνσης :

$$a_{t+1} = 1 - \delta_{t+1}$$

Η αρχικοποίηση γίνεται με $a_1=1$, $\delta_1=0$ και $\hat{y}_1=0$ για $t=1$. Ο παράγοντας μείωσης δ λαμβάνει τιμές στο τέλος κάθε επανάληψης μέσω της εκτιμήτριας σχέσης :

$$\tilde{\delta}_n = - \sum_{t=2}^{n-1} e_t \cdot (y_{t+1} - y_t) / \sum_{t=2}^{n-1} e_t^2 \quad (n = 3, 4, \dots)$$

Όπου n είναι το πλήθος των τιμών της χρονοσειράς και y_t οι τιμές της χρονοσειράς. Η παραπάνω σχέση δεν ορίζεται για $n=2$ και για αυτό είναι δύσκολο να αρχικοποιηθεί το μοντέλο. Σε αυτή την περίπτωση $\tilde{\delta}_1=0$ και $\tilde{\delta}_2=1$.

Μπορεί να αποδειχθεί ότι τα σφάλματα πρόβλεψης e_t αποτελούν ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, μηδενικής μέσης τιμής με διακύμανση :

$$\delta \cdot \sigma^2 / \delta_t$$

Συνεπώς, η διακύμανση σ^2 μπορεί να υπολογιστεί άμεσα μέσω των σφαλμάτων πρόβλεψης από τη σχέση :

$$\hat{\sigma}^2 = \left[\sum_{t=2}^n \delta_t \cdot e_t^2 / \delta \right] / (n-1)$$

Οι προβλέψεις της μεθόδου σε αντίθεση με την απλή εκθετική εξομάλυνση συγκλίνουν στο μέσο όρο του δείγματος των τιμών της χρονοσειράς όταν το $\alpha=0$. Στην άλλη ακραία περίπτωση που το $\alpha=1$ οι προβλέψεις ταυτίζονται με τις προβλέψεις της απλής εκθετικής

εξομάλυνσης, που σημαίνει πως η πρόβλεψη ισούται με την τελευταία τιμή της χρονοσειράς (naive forecast).

3.4 Εκθετική εξομάλυνση γραμμικής τάσης (Holt)

Το μοντέλο εκθετικής εξομάλυνσης με γραμμική τάση είναι γνωστό στη βιβλιογραφία και ως μέθοδος Holt ([Holt, 1957](#)). Η μέθοδος Holt αποτελεί μια επέκταση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης με ανεξάρτητη μεταβλητή το χρόνο. Ως γνωστόν το μοντέλο της γραμμικής παλινδρόμησης περιγράφεται από την εξίσωση :

$$y_t = a + b \cdot t$$

Όπου οι παράμετροι a , b του μοντέλου είναι σταθερές για όλο το μήκος της χρονοσειράς. Η σταθερά a δηλώνει το αρχικό σημείο της χρονοσειράς, ενώ η σταθερά b αποτελεί την κλίση της ευθείας, δηλαδή το ρυθμό μεταβολής της τιμής του μεγέθους y προς την πάροδο του χρόνου. Ο υπολογισμός τους γίνεται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων της οποίας βασική ιδέα είναι η ελαχιστοποίηση της απόστασης των πραγματικών τιμών από αυτές της γραμμής παλινδρόμησης.

Το επιπλέον χαρακτηριστικό της μεθόδου Holt σε σχέση με την απλή γραμμική παλινδρόμηση είναι η μεταβλητότητα των παραμέτρων a , b . Το αρχικό σημείο και η κλίση υπολογίζονται κατ' επανάληψη κάθε χρονική στιγμή, ώστε να μπορεί να αποδοθεί μεγαλύτερο βάρος όσο πιο πρόσφατα είναι τα δεδομένα. Δημοσιευμένα αποτελέσματα μελετών έχουν δείξει ότι οι εξομαλυμένες τιμές της κλίσης και του επιπέδου από το μοντέλο Holt είναι πολύ πιο ακριβείς από αυτές που προκύπτουν με εφαρμογή της απλής γραμμικής παλινδρόμησης.

Η μέθοδος Holt περιγράφεται μαθηματικά από τις παρακάτω σχέσεις :

$$\begin{aligned}e_t &= X_t - \hat{X}_{t-1}(1) \\S_t &= S_{t-1} + T_{t-1} + h_1 \cdot e_t \\T_t &= T_{t-1} + h_2 \cdot e_t \\ \hat{X}_t(m) &= S_t + m \cdot T_t\end{aligned}$$

Η διαδικασία εφαρμογής της μεθόδου Holt ακολουθεί μια σειρά από βήματα. Αρχικά, υπολογίζεται το σφάλμα πρόβλεψης για χρονικό ορίζοντα μίας περιόδου. Υπολογίζεται δηλαδή, η διαφορά της πραγματικής τιμής του μεγέθους τη χρονική στιγμή t και της προβλεφθείσας τιμής για τη χρονική στιγμή t μια χρονική στιγμή πριν. Κατόπιν, υπολογίζεται το επίπεδο της χρονοσειράς(S_t) τη χρονική στιγμή t , που όπως φαίνεται στη

δεύτερη εξίσωση ισούται με το άθροισμα του επιπέδου και της τάσης της προηγούμενης χρονικής στιγμής και ενός ποσοστού του σφάλματος πρόβλεψης. Το ποσοστό του σφάλματος που συνυπολογίζεται ρυθμίζεται μέσω του συντελεστή εξομάλυνσης της τάσης (h_1). Στη συνέχεια, μέσω της τρίτης εξίσωσης υπολογίζεται η τάση (T_t) τη χρονική στιγμή t ως το άθροισμα της τάσης την προηγούμενη χρονική στιγμή και ενός ποσοστού του σφάλματος πρόβλεψης. Αντιστοίχως με το συντελεστή εξομάλυνσης του επιπέδου ο συντελεστής εξομάλυνσης της τάσης (h_2) καθορίζει το ποσοστό συνυπολογισμού του σφάλματος στην τιμή της επόμενης τάσης. Τελικά, η πρόβλεψη για m περιόδους μπροστά από τη χρονική στιγμή t προκύπτει από την τελευταία εξίσωση. Είναι το άθροισμα του επιπέδου τη χρονική στιγμή t συν m φορές την τάση τη χρονική στιγμή t .

Μετά από την περιγραφή του μοντέλου γραμμικής τάσης είναι ξεκάθαρο πια η διαφορά του από την απλή γραμμική παλινδρόμηση. Στη μέθοδο Holt το επίπεδο αποτελεί το αρχικό σημείο μιας γραμμής τάσης η οποία είναι διαφορετική για κάθε χρονική στιγμή. Από την άλλη πλευρά, στη μέθοδο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης δημιουργείται μία και μόνο γραμμή τάσης που ξεκινά από ένα αρχικό σημείο.

Όπως και στα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου, έτσι και σε αυτό της γραμμικής τάσης, είναι εξαιρετικά καθοριστική για την ακρίβεια των προβλέψεων του η κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων. Οι συντελεστές εξομάλυνσης που λαμβάνουν τιμές στο διάστημα $[0,1]$ πρέπει να επιλέγονται απαραίτητα με εφαρμογή τεχνικών βελτιστοποίησης, εφόσον αναζητάται μια ικανοποιητική πρόβλεψη. Η βελτιστοποίηση εκτελείται με κριτήριο την ελαχιστοποίηση ενός μέτρου σφάλματος, που συνήθως είναι το μέσο τετραγωνικό. Συχνά η τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης της τάσης προκύπτει μικρότερη από την αντίστοιχη του συντελεστή εξομάλυνσης του επιπέδου. Αυτό συμβαίνει διότι, η τιμή της τάσης τις περισσότερες φορές είναι μικρότερη από αυτή του επιπέδου και εφόσον στον υπολογισμό τους λαμβανόταν υπόψιν παρόμοιο ποσοστό του σφάλματος τότε δύναται να προέκυπτε αστάθεια του μοντέλου. Όσον αφορά τις τιμές του αρχικού επιπέδου και της αρχικής τάσης, αυτές πρέπει να αντιπροσωπεύουν τη χρονοσειρά του υπό πρόβλεψη μεγέθους. Ωστόσο, έχει τονιστεί ξανά ότι τα αποτελέσματα των μοντέλων διαφέρουν πολύ ακόμα και όταν χρησιμοποιούνται διαφορετικές αντιπροσωπευτικές τιμές, παρά τη φαινομενική καταλληλότητα όλων. Συνεπώς, είναι σκόπιμο να εξετάζονται διαφορετικές αρχικές τιμές για την τάση και το επίπεδο.

3.5 Εκθετική εξομάλυνση μη γραμμικής τάσης

Στα προηγούμενα έγινε γνωστό ότι το μοντέλο γραμμικής τάσης είναι μια επέκταση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Μια περαιτέρω επέκταση είναι το μοντέλο εκθετικής εξομάλυνσης μη γραμμικής τάσης (Gardner, 1985). Σε αυτό το μοντέλο η τάση της χρονοσειράς δεν έχει περιορισμούς στη μορφή της, όπως συμβαίνει στο μοντέλο σταθερής τάσης (οριζόντια ευθεία γραμμή) και στο μοντέλο Holt (ευθεία γραμμή). Η προσαρμογή του μοντέλου στην τάση της χρονοσειράς γίνεται με τη βοήθεια μιας μεταβλητής που ονομάζεται παράμετρος διόρθωσης της τάσης ϕ . Στην ουσία η παράμετρος διόρθωσης της τάσης ελέγχει το ρυθμό μεταβολής των τιμών της χρονοσειράς και αναλόγως ρυθμίζει την

εξομαλυμένη τάση. Μαθηματικά το μοντέλο μη γραμμικής τάσης περιγράφεται από τις ακόλουθες σχέσεις :

$$\begin{aligned}
 e_t &= X_t - \hat{X}_{t-1}(1) \\
 S_t &= S_{t-1} + \phi \cdot T_{t-1} + h_1 \cdot e_t \\
 T_t &= \phi \cdot T_{t-1} + h_2 \cdot e_t \\
 \hat{X}_t(m) &= S_t + \phi^m \cdot T_t
 \end{aligned}$$

Η διαδικασία παραγωγής προβλέψεων περιλαμβάνει την εφαρμογή των παραπάνω εξισώσεων με τη σειρά που εμφανίζονται. Αρχικά, υπολογίζεται το σφάλμα πρόβλεψης με ορίζοντα μίας χρονικής στιγμής κατά τα γνωστά. Στη συνέχεια, υπολογίζεται το εξομαλυμένο επίπεδο της χρονοσειράς. Όπως εύκολα μπορεί να παρατηρήσει κάποιος από τη δεύτερη εξίσωση, ισούται με το εξομαλυμένο επίπεδο της προηγούμενης χρονικής στιγμής συν την εξομαλυμένη τάση της προηγούμενης χρονικής στιγμής, ρυθμισμένη όμως κατάλληλα με την παράμετρο ρύθμισης(ϕ), καθώς και συν ένα ποσοστό του σφάλματος πρόβλεψης. Το ποσοστό του σφάλματος πρόβλεψης που λαμβάνεται υπόψιν ρυθμίζεται από το συντελεστή εξομάλυνσης του επιπέδου (h_1). Έπειτα, από την τρίτη εξίσωση υπολογίζεται η εξομαλυμένη τάση ως άθροισμα, ενός ποσοστού του σφάλματος πρόβλεψης και της τροποποιημένης με την παράμετρο ρύθμισης εξομαλυμένη τάση της προηγούμενης χρονικής στιγμής. Το ποσοστό του σφάλματος πρόβλεψης που συνυπολογίζεται καθορίζεται από τον παράγοντα εξομάλυνσης της τάσης (h_2). Τελικά η παραγόμενη από το μοντέλο πρόβλεψη βρίσκεται με χρήση της τελευταίας σχέσης. Ισούται με το άθροισμα του εξομαλυμένου επιπέδου και της εξομαλυμένης τάσης πολλαπλασιασμένης με τον παράγοντα ρύθμισης της τάσης υψωμένο στη m , όπου m ο χρονικός ορίζοντας της πρόβλεψης(για πόσες χρονικές στιγμές μπροστά είναι η πρόγνωση).

Όλες οι μεταβλητές του μοντέλου έχουν πεδίο τιμών το διάστημα $[0,1]$. Ο τρόπος με τον οποίο λαμβάνουν τιμές δεν διαφέρει από αυτούς στις υπόλοιπες κλασικές μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης, προκύπτουν δηλαδή με εφαρμογή τεχνικών βελτιστοποίησης. Η βέλτιστη επιλογή τους γίνεται έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα των προβλέψεων του μοντέλου. Θεωρητικά στη διαδικασία της βελτιστοποίησης θα μπορούσε ως κριτήριο να χρησιμοποιηθεί ένα άλλο μέτρο σφάλματος, ωστόσο το μέσο τετραγωνικό σφάλμα χαίρει της μεγαλύτερης αποδοχής.

Αναλύοντας κανείς περισσότερο το συντελεστή διόρθωσης της τάσης μπορεί να δει ότι όταν λαμβάνει τιμές μεγαλύτερες της μονάδας τότε προκύπτει εκθετική τάση και ο ρυθμός αύξησης των τιμών του μεγέθους αυξάνεται χρόνο με το χρόνο. Στην αντίθετη περίπτωση που λαμβάνει τιμές μικρότερες της μονάδας, ο ρυθμός αύξησης των τιμών του μεγέθους μειώνεται με την πάροδο του χρόνου.

Μπορεί να καθίσταται κουραστικό καθώς επαναδιατυπώνεται στην περιγραφή κάθε μοντέλου, ωστόσο είναι παρά πολύ σημαντική η επιλογή του αρχικού επιπέδου και της

αρχικής τάσης. Όπως σε όλα τα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης έτσι και σε αυτό της μη γραμμικής τάσης οι αρχικές αυτές τιμές πρέπει να επιλέγονται κατάλληλα. Μάλιστα, θα ήταν σκόπιμο να δοκιμάζονται διαφορετικές κατάλληλες τιμές και να επιλέγεται αυτή που ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα των προβλέψεων. Ομοίως δηλαδή με τον τρόπο επιλογής των τιμών των μεταβλητών εξομάλυνσης.

Είναι σύνηθες φαινόμενο οι προβλέψεις που δίνει το μοντέλο μη γραμμικής τάσης να ομοιάζουν με αυτές είτε της απλής εκθετικής εξομάλυνσης είτε της μεθόδου Holt. Αυτό αν και περίεργο είναι πολύ φυσιολογικό και εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς. Για παράδειγμα, εφόσον η χρονοσειρά δεν περιέχει τάση η διαδικασία βελτιστοποίησης των μεταβλητών του μοντέλου θα δώσει ως κατάλληλο συντελεστή διόρθωσης της τάσης κάποια τιμή που θα τείνει στο μηδέν. Το μοντέλο όμως μη γραμμικής τάσης για $\phi=0$ απλοποιείται στην απλή εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου. Συνεπώς η παραχθείσα πρόβλεψη θα είναι παρόμοια με αυτή του μοντέλου σταθερού επιπέδου. Ομοίως, αν η χρονοσειρά περιέχει γραμμική τάση, οι προβλέψεις των μοντέλων μη γραμμικής τάσης και γραμμικής τάσης θα είναι παρόμοιες.

Γενικά το μοντέλο μη γραμμικής τάσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν ένα αυτόματο σύστημα πρόβλεψης για κάθε είδους χρονοσειρά ανεξάρτητα των χαρακτηριστικών της. Ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου διόρθωσης ϕ το μοντέλο αποτυπώνει ένα από τα τέσσερα γενικά μοντέλα εξομάλυνσης. Οι τιμές της παραμέτρου ϕ με την αντιστοίχιση τους είναι :

- $\phi = 0$, σταθερό επίπεδο
- $\phi < 1$, φθίνουσα τάση
- $\phi > 1$, εκθετική τάση
- $\phi = 1$, γραμμική τάση

Τα μοντέλα εκθετικής τάσης δεν απαντώνται συχνά σε μεγέθη από τη πραγματική ζωή και επειδή είναι υπεραισιόδοξα η εφαρμογή τους κρύβει κινδύνους. Για αυτό το λόγο και η παράμετρος διόρθωσης της τάσης περιορίζεται να λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0,1]$. Αποτέλεσμα αυτού είναι να αποκλείεται το μοντέλο εκθετικής τάσης.

Η ακρίβεια των προβλέψεων του μοντέλου μη γραμμικής τάσης είναι αισθητά καλύτερες από αυτές της μεθόδου Holt και της ses. Το μοντέλο μη γραμμικής τάσης υπερτερεί σε περιπτώσεις που τα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς δεν επιτρέπουν την κατάταξη τους σε κάποιο συγκεκριμένο μοντέλο. Επιπλέον, είναι πολύ ακριβές για μακροχρόνιες προβλέψεις, μεγάλου δηλαδή ορίζοντα πρόβλεψης.

4. Μέθοδοι βελτιστοποίησης

4.1 Εισαγωγή

Σήμερα σε ένα μεγάλο αριθμό επιστημονικών πεδίων τα εκάστοτε προβλήματα μοντελοποιούνται συχνά μέσω μαθηματικών προβλημάτων. Γενικά, τα προβλήματα αυτά περιλαμβάνουν μεταβλητές παραμέτρους οι οποίες επηρεάζουν πολύ τα αποτελέσματα τους. Συνήθως οι μεταβλητές αυτές λαμβάνουν τιμές σε ένα συγκεκριμένο χώρο τιμών. Με στόχο την εξαγωγή από τα μαθηματικά μοντέλα ορθών αποτελεσμάτων εκτελείται βελτιστοποίηση τους. Με τον όρο βελτιστοποίηση ή διαφορετικά μαθηματική βελτιστοποίηση δηλώνεται η διαδικασία επιλογής των παραμέτρων του προβλήματος οι οποίες εφαρμοζόμενες δίδουν τη βέλτιστη τιμή του. Προφανώς η βέλτιστη τιμή ενός προβλήματος είναι είτε η ελάχιστη, είτε η μέγιστη. Στη γενική του μορφή ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης αποτελείται από την αντικειμενική συνάρτηση (ή συνάρτηση κόστους), τη συνάρτηση δηλαδή των μεταβλητών η οποία δίνει το μέτρο των αποτελεσμάτων του προβλήματος. Παράλληλα, περιλαμβάνει μαθηματικές σχέσεις περιορισμών στις τιμές που μπορούν να λάβουν οι μεταβλητές. Ακολουθούν οι μαθηματικές σχέσεις ενός γενικού προβλήματος βελτιστοποίησης :

$$\text{Αντικειμενική συνάρτηση : } y(\mathbf{x})$$

$$\text{Περιορισμοί ισότητας: } f_i(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, h$$

$$\text{Περιορισμοί ανισότητας: } f_i(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \text{για } i = h+1, \dots, m$$

Στις παραπάνω σχέσεις \mathbf{x} είναι το διάνυσμα των μεταβλητών.

Πιο συγκεκριμένα, η μορφή των προβλημάτων βελτιστοποίησης των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης είναι απλούστερη. Ο λόγος για αυτό είναι πως από άποψη περιορισμών υπάρχουν μόνο ανισοτικοί. Μάλιστα οι ανισοτικοί αυτοί περιορισμοί είναι εξαιρετικά απλοί καθώς περιορίζουν απλά τις τιμές των μεταβλητών μέσα σε ένα διάστημα. Ως αντικειμενική συνάρτηση της οποίας ζητείται η ελαχιστοποίηση, χρησιμοποιείται κάποιο μέτρο σφάλματος των προβλέψεων. Γενικά, είναι αποτελεσματική τακτική η χρησιμοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος για αυτό και χρησιμοποιείται ευρέως. Παρακάτω φαίνονται οι σχέσεις του προβλήματος μαθηματικής βελτιστοποίησης των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης :

$$\text{Αντικειμενική συνάρτηση : } MSE(\mathbf{x})$$

$$\text{Περιορισμοί : } 0 \leq x_i \leq 1 \text{ για όλα τα } i$$

Με x συμβολίζεται το διάνυσμα των μεταβλητών εξομάλυνσης που μπορεί να είναι από μια μέχρι τρεις. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα των προβλέψεων υπολογίζεται κατά τα γνωστά, ως η μέση τιμή των τετραγώνων των διαφορών πρόβλεψης και πραγματικής τιμής. Είναι ξεκάθαρο ότι εξαρτάται από τις μεταβλητές εξομάλυνσης καθώς με χρήση τους προκύπτουν οι προβλέψεις.

Όσον αφορά τον τρόπο λειτουργίας των τεχνικών βελτιστοποίησης αυτός λίγο πολύ είναι ίδιος για τις περισσότερες από αυτές. Ακολουθούν τη συλλογιστική της εξέτασης των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος για διάφορες τιμές των παραμέτρων. Αναζητούν δηλαδή στο πεδίο τιμών των παραμέτρων τις τιμές για τις οποίες ελαχιστοποιείται ή μεγιστοποιείται (ανάλογα το πρόβλημα) η αντικειμενική συνάρτηση. Η διαφορά των τεχνικών βελτιστοποίησης έγκειται στον τρόπο με τον οποίο μέσω των δοκιμών προσεγγίζουν το βέλτιστο συνδυασμό τιμών παραμέτρων του προβλήματος. Ο αριθμός των δοκιμών στις τιμές των παραμέτρων είναι ουσιαστικά αριθμός υπολογισμών του μοντέλου και όσο μεγαλύτερος είναι τόσο περισσότερος χρόνος απαιτείται για τη βελτιστοποίηση. Προφανώς, τεχνικές που απαιτούν μεγάλο χρόνο εκτέλεσης δεν είναι προτιμητέες όσο καλά αποτελέσματα και να έχουν διότι αν και τα υπολογιστικά συστήματα έχουν βελτιωθεί ο όγκος των δεδομένων είναι τέτοιος που οι υπολογιστικοί πόροι δεν αρκούν. Για παράδειγμα, η πιο απλή τεχνική βελτιστοποίησης που είναι η γραμμική αναζήτηση εξετάζει όλο το διάστημα τιμών των παραμέτρων και επιλέγει τις βέλτιστες παραμέτρους. Γενικά, δίνει πολύ καλά αποτελέσματα αλλά ο χρόνος που απαιτεί έχει οδηγήσει στην περιθωριοποίηση της.

Με στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου εκτέλεσης της βελτιστοποίησης έχουν αναπτυχθεί ευφυείς μαθηματικές διαδικασίες βελτιστοποίησης. Προφανώς στην προσπάθεια μείωσης του χρόνου που απαιτούν αυτές οι τεχνικές επιδιώκεται να μην επηρεαστούν πολύ αρνητικά τα αποτελέσματα τους, αλλά να διατηρηθεί μια ισορροπία ανάμεσα σε αυτά και στον χρόνο εκτέλεσης τους. Οι διαδικασίες αυτές κάθε μια με τον τρόπο της προσπαθούν να προσεγγίσουν το βέλτιστο συνδυασμό παραμέτρων με τους ελάχιστους δυνατούς υπολογισμούς του προβλήματος. Γενικά μπορούν να χωριστούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες, αυτές που κάνουν χρήση παραγώγων των συναρτήσεων του προβλήματος και σε αυτές που δεν χρειάζεται να υπολογιστούν παράγωγοι. Ο υπολογισμός των παραγώγων είναι μια απαιτητική υπολογιστικά διαδικασία, ωστόσο με τη χρήση τους οι υπολογισμοί του προβλήματος είναι τόσο λίγοι που τελικά συμφέρει η εφαρμογή αυτών των μεθόδων. Από την άλλη πλευρά οι μέθοδοι που δεν κάνουν χρήση παραγώγων είναι πιο εύκολες στην εφαρμογή αλλά υπό συνθήκες μπορεί να είναι πιο αργές. Όσον αφορά τα αποτελέσματα των μεθόδων και των δύο κατηγοριών υπάρχει μια αβεβαιότητα και προς το παρόν δεν είναι ξεκάθαρο ποιες πραγματικά δίνουν καλύτερα αποτελέσματα. Αυτή είναι και η αφορμή της παρούσας εργασίας, να διερευνήσει δηλαδή τα αποτελέσματα των τεχνικών βελτιστοποίησης, συγκεκριμένα όμως στα προβλήματα βελτιστοποίησης παραμέτρων των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης. Στη συνέχεια του κεφαλαίου θα παρουσιαστούν κάποιες χαρακτηριστικές μέθοδοι και από τις δύο κατηγορίες, ωστόσο στην παρούσα εργασία υλοποιήθηκαν μόνο τεχνικές που δεν απαιτούν τη χρήση παραγώγων των συναρτήσεων των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης. Αυτή η επιλογή έγινε καθώς θεωρείται πιο πολύπλοκη η εφαρμογή μεθόδων παραγώγων και είναι δύσχρηστες σε άπειρους χρήστες. Μάλιστα, όσες φορές έχουν εφαρμοστεί σε μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης αυτό έχει γίνει στα πλαίσια χρήσης μια ολοκληρωμένης προγραμματιστικής εφαρμογής, που περιλαμβάνει συναρτήσεις υλοποίησης τους.

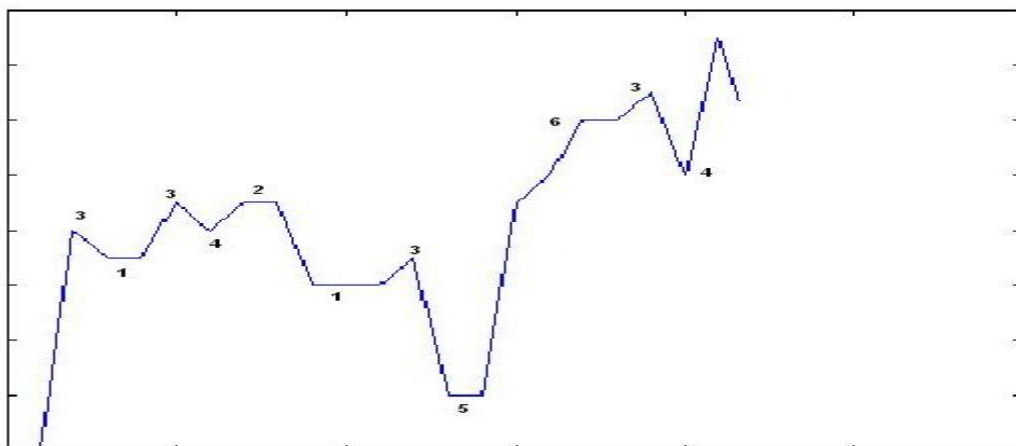
4.2 Μέθοδοι χωρίς χρήση παραγώνων

4.2.1 Γενικά

Οι τεχνικές βελτιστοποίησης αυτής της κατηγορίας αναζητούν το συνδυασμό των παραμέτρων εξομάλυνσης που δίνει την ελάχιστη τιμή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MSE) χωρίς να υπολογίζουν παραγώγους των συναρτήσεων του μοντέλου. Οι μέθοδοι αυτές στηρίζονται στον απευθείας υπολογισμό της τιμής της συνάρτησης κόστους του προβλήματος για διάφορους συνδυασμούς παραμέτρων. Εξαιτίας του άμεσου υπολογισμού της αντικειμενικής συνάρτησης και όχι κάποιων παραγώνων της ονομάζονται και μηδενικής τάξης μέθοδοι. Έχει αναπτυχθεί ένας μεγάλος αριθμός μεθόδων και από αυτές αρκετές έχουν χρησιμοποιηθεί στην βελτιστοποίηση των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης.

Με εξαίρεση την γραμμική αναζήτηση, που εξετάζει όλους τους συνδυασμούς των παραμέτρων, οι υπόλοιπες τεχνικές αυτής της κατηγορίας υπολογίζουν αρχικά το μέσο τετραγωνικό σφάλμα για ένα τυχαίο συνδυασμό παραμέτρων και κατόπιν με κάποιες ευφυείς κινήσεις προσεγγίζουν το πλησιέστερο ελάχιστο του σφάλματος. Καμία όμως από αυτές τις μεθόδους δεν είναι πλήρης, δεν μπορεί δηλαδή να εγγυηθεί ότι προσέγγισε ολικό ελάχιστο της συνάρτησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος και όχι κάποιο τοπικό ελάχιστο. Τα τοπικά ελάχιστα είναι ένα από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της αντικειμενικής συνάρτησης που μπορούν να εξαπατήσουν μια τεχνική βελτιστοποίησης. Άλλα τέτοια χαρακτηριστικά είναι ο αποκαλούμενος ώμος μιας συνάρτησης όπως και τα τοπικά επίπεδα ελάχιστα ή μέγιστα. Τα χαρακτηριστικά αυτά θα παρουσιαστούν εποπτικά με χρήση μιας γραφικής παράστασης της αντικειμενικής συνάρτησης, για να κατανοηθούν καλύτερα. Η αντικειμενική συνάρτηση (MSE) ενός προβλήματος βελτιστοποίησης μοντέλου εκθετικής εξομάλυνσης μπορεί κάλλιστα να αποτυπωθεί γραφικά συναρτήσει των παραμέτρων, αν αυτές είναι μέχρι δύο. Για τρεις παραμέτρους δεν μπορεί να γίνει γραφική αναπαράσταση αλλά υπάρχει αντιστοιχία με αυτά που ισχύουν για λιγότερες. Ακολούθως, δίνεται η γραφική παράσταση αντικειμενικής συνάρτησης μιας μεταβλητής εξομάλυνσης (μοντέλο σταθερού επιπέδου) που περιλαμβάνει τα χαρακτηριστικά που κάνουν δύσκολη τη διαδικασία βελτιστοποίησης [2].

Διάγραμμα 4. 1 : Ιδιότροπα σημεία αντικειμενικής συνάρτησης.



Αναλυτικότερα, στη γραφική παράσταση που προηγήθηκε φαίνονται τα εξής προβληματικά σημεία :

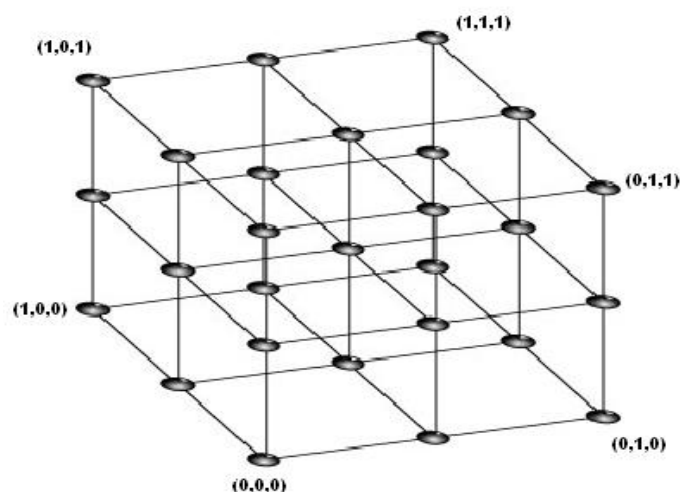
- Τοπικό ελάχιστο: Είναι σημείο στο οποίο η συνάρτηση έχει ελάχιστο, αλλά όχι ολικό. Σε τέτοιους είδους σημεία μπορεί να συγκλίνει λανθασμένα μια μέθοδος βελτιστοποίησης ανάλογα με την αρχικοποίηση της. Στο σχήμα σημειώνεται με τον αριθμό 4.
- Τοπικό επίπεδο: Είναι μια περιοχή που η τιμή της συνάρτησης είναι σταθερή. Εξαιτίας της σταθερής τιμής μια μέθοδος βελτιστοποίησης μπορεί να εγκλωβιστεί σε ένα επίπεδο και εφόσον δεν είναι σωστά κατασκευασμένη μπορεί να εκτελείται επί άπειρον. Διακρίνονται οι υποπεριπτώσεις:
 1. Το τοπικό ελάχιστο επίπεδο σημειώνεται στο σχήμα με τον αριθμό 1.
 2. Το τοπικό μέγιστο επίπεδο σημειώνεται στο σχήμα με τον αριθμό 2.
 3. Ο ώμος που σημειώνεται στο σχήμα με τον αριθμό 6.

Γενικά στις τεχνικές βελτιστοποίησης έχουν προσαρτηθεί κάποια στοιχεία με στόχο να αποφεύγονται αυτοί οι σκόπελοι. Ο αντικειμενικός σκοπός δηλαδή είναι να καταστούν με κάποιες τροποποιήσεις οι μέθοδοι πλήρεις. Όπου με τον όρο πλήρης μέθοδος βελτιστοποίησης δηλώνεται αυτή που δίνει το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης κόστους ενός προβλήματος. Περισσότερα όμως για αυτά τα στοιχεία θα παρουσιαστούν ξεχωριστά ανά μέθοδο.

4.2.2 Γραμμική αναζήτηση και παραλλαγές.

Η γραμμική αναζήτηση(grid search) είναι η πιο απλή μέθοδος βελτιστοποίησης και ο τρόπος λειτουργίας της δεν παρουσιάζει κανένα περίπλοκο συλλογισμό για αυτό και έχει χρησιμοποιηθεί στα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης όπως και σε ένα μεγάλο αριθμό προβλημάτων. Με χρήση αυτής της μεθόδου υπολογίζονται όλες οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης για όλους τους συνδυασμούς των παραμέτρων του προβλήματος και τελικά επιλέγονται οι παράμετροι που δίνουν την ελάχιστη τιμή. Όπως είναι φυσικό, αφού οι παράμετροι των προβλημάτων λαμβάνουν τιμές σε συνεχή διαστήματα, δεν μπορούν να υπολογιστούν όλες οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης. Αντί αυτού υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για ένα πλέγμα τιμών του χώρου τιμών των παραμέτρων. Για καλύτερη κατανόηση του πλέγματος ακολουθεί μια γραφική απεικόνιση του για χώρο τριών μεταβλητών εξομάλυνσης που λαμβάνουν τιμές στο διάστημα [0,1].

Διάγραμμα 4. 2 : Πλέγμα σημείων γραμμικής αναζήτησης 3 μεταβλητών



Το πλεονέκτημα της γραμμικής αναζήτησης είναι πως σαν μέθοδος δεν εξαπατάται από τυχόν ιδιότροπα χαρακτηριστικά της αντικειμενικής συνάρτησης (τοπικά ελάχιστα, επίπεδα κτλ) και δίνει καταρχήν σωστά αποτελέσματα. Ωστόσο, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων εξαρτάται από το πόσο πυκνό πλέγμα δημιουργείται στην αρχικοποίηση της μεθόδου και αυτό είναι το κύριο μειονέκτημα της. Όσο πιο πυκνό πλέγμα τόσο μεγαλύτερες είναι οι απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους και χρόνο και παρότι τα υπολογιστικά συστήματα έχουν εξελιχθεί οι απαιτήσεις αυτές είναι ασύμφορες.

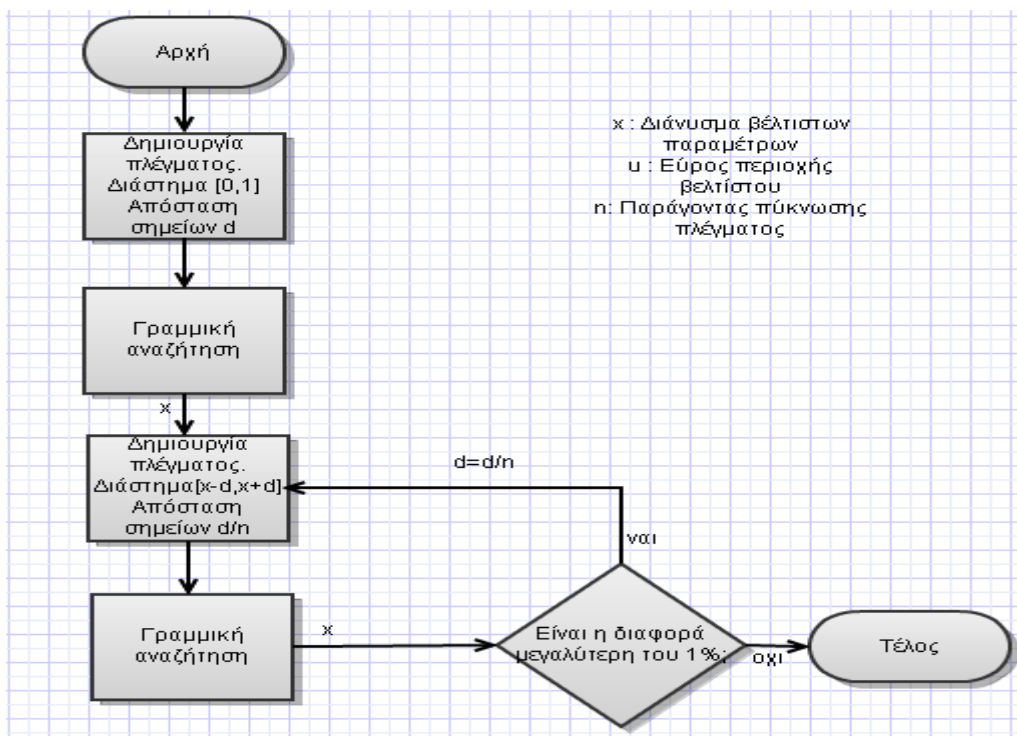
Στα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης έχει χρησιμοποιηθεί ([Makridakis and Hibon, 1991](#)) για την βελτιστοποίηση των παραμέτρων μια παραλλαγή της γραμμικής αναζήτησης. Η παραλλαγή αυτή έχει στόχο τη μείωση των απαιτούμενων υπολογισμών και επομένως του χρόνου βελτιστοποίησης. Στην ουσία, η διαδικασία που ακολουθείται σε αυτή την τεχνική είναι να εκτελούνται επαναλαμβανόμενες γραμμικές αναζητήσεις σε όλο και πυκνότερα πλέγματα. Πιο συγκεκριμένα, εκτελείται αρχικά σε ένα αραιό πλέγμα γραμμική αναζήτηση και επιλέγονται από αυτή οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων. Στη συνέχεια, απομονώνεται η περιοχή γύρω από τις συντεταγμένες των βέλτιστων παραμέτρων και σε αυτή δημιουργείται ένα νέο πυκνότερο πλέγμα. Κατόπιν, σε αυτό το πλέγμα εκτελείται εκ νέου γραμμική αναζήτηση που δίνει καινούριο βέλτιστο συνδυασμό παραμέτρων. Ομοίως με προηγούμενως απομονώνεται μια περιοχή γύρω από τις συντεταγμένες και σε αυτή κατασκευάζεται ακόμα πυκνότερο πλέγμα στο οποίο εκτελείται γραμμική αναζήτηση. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου το κέρδος σε σφάλμα να είναι μικρότερο του 1%.

Όσον αφορά αυτή τη μέθοδο δεν είναι ξεκάθαρο το εύρος της περιοχής των εκάστοτε βέλτιστων παραμέτρων εξομάλυνσης το οποίο θα πλεγματοποιείται για να εκτελεστεί νέα γραμμική αναζήτηση. Απο το εύρος της περιοχής όμως εξαρτάται και η ακρίβεια της μεθόδου αλλά και η ταχύτητα της και θα πρέπει να επιλέγεται κατάλληλα μέσω δοκιμών.

Το κύριο πλεονέκτημα αυτής της παραλλαγής της γραμμικής μεθόδου είναι ότι περιορίζονται πολύ οι υπολογισμοί του προβλήματος με αποτέλεσμα να εκτελείται ταχύτερα και με μικρότερο υπολογιστικό κόστος. Απο την άλλη πλευρά όμως μειονεκτεί έναντι της κλασικής γραμμικής αναζήτησης στο ότι μπορεί να εξαπατηθεί από ιδιότροπα σημεία της αντικειμενικής συνάρτησης όπως πχ τοπικά ελάχιστα. Ουσιαστικά, στο βωμό της ταχύτητας θυσιάζεται η πληρότητα της γραμμικής αναζήτησης.

Το διάγραμμα ροής της μεθόδου φαίνεται παρακάτω :

Διάγραμμα 4. 3 : Διάγραμμα ροής έξυπνης γραμμικής αναζήτησης.



4.2.3 Δυαδική αναζήτηση και παραλλαγές.

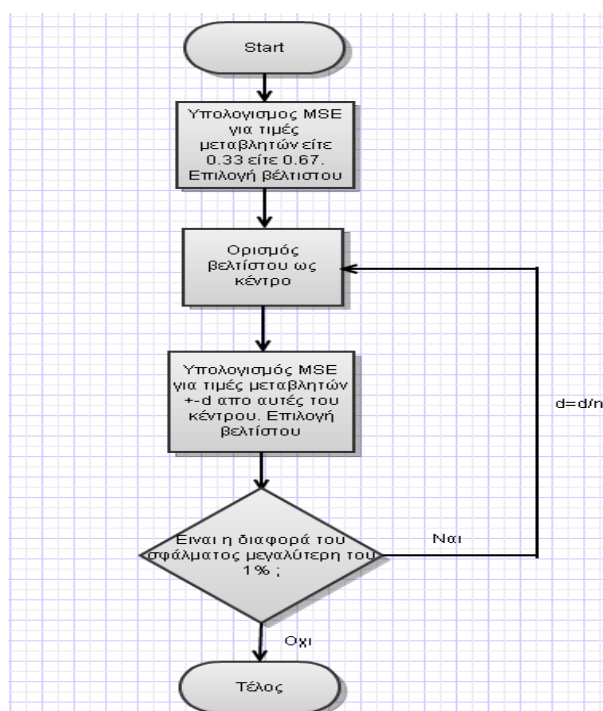
Μια άλλη διαδεδομένη τεχνική βελτιστοποίησης είναι η δυαδική αναζήτηση. Σε αυτή τη μέθοδο υπολογίζεται αρχικά η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος για ένα συνδυασμό παραμέτρων. Στη συνέχεια υπολογίζονται και οι τιμές για συνδυασμούς παραμέτρων που απέχουν ίση απόσταση ανά συντεταγμένη από τον αρχικό. Ακολουθώντας, επιλέγεται ο συνδυασμός που δίνει την ελάχιστη τιμή και ορίζεται ως νέο κέντρο. Κατόπιν επαναλαμβάνεται η διαδικασία υπολογισμού της αντικειμενικής συνάρτησης για συνδυασμούς παραμέτρων που ισαπέχουν ανά συντεταγμένη από το κέντρο, με μειωμένη όμως απόσταση, και επιλέγεται ως κέντρο ο νέος συνδυασμός που δίνει ελάχιστη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Η διαδικασία αυτή συνήθως επαναλαμβάνεται έως ότου η μεταβολή της τιμής της συνάρτησης κόστους να είναι μικρότερη του 1%. Πολύ σημαντικό για τη σωστή λειτουργία της μεθόδου είναι σε κάθε επανάληψη να μειώνεται η απόσταση από το κέντρο στην οποία υπολογίζονται οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης.

Στα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης η δυαδική αναζήτηση έχει χρησιμοποιηθεί ([Gardner and McKenzie, 1985](#)) επιτυχώς στο παρελθόν με συγκεκριμένη μορφή. Αναλυτικότερα, η διαδικασία που ακολουθεί περιλαμβάνει αρχικά τον υπολογισμό του μέσου τετραγωνικού σφάλματος πρόβλεψης για τιμές των μεταβλητών εξομάλυνσης είτε 0.33 είτε 0.67 (όλους

τους συνδυασμούς). Κατόπιν επιλέγεται ο συνδυασμός που δίνει την ελάχιστη τιμή σφάλματος, την ελάχιστη δηλαδή τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Έπειτα, υπολογίζεται το σφάλμα σε απόσταση ± 0.17 ανά συντεταγμένη(μεταβλητή) από το βέλτιστο αυτό σημείο μεταβλητών εξομάλυνσης. Από τα υπολογισμένα σφάλματα επιλέγεται το μικρότερο και συγκεκριμένα ο συνδυασμός των μεταβλητών εξομάλυνσης από τον οποίο προκύπτει και ορίζεται ως νέο κέντρο. Ακολούθως η διαδικασία επαναλαμβάνεται, υποδιπλασιάζοντας κάθε φορά την απόσταση από το κέντρο στην οποία υπολογίζονται τα σφάλματα. Η επαναληπτική αυτή διαδικασία τερματίζεται όταν η μεταβολή του σφάλματος γίνει μικρότερη του 1% .

Στην επόμενη σελίδα παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής της δυαδικής αναζήτησης που έχει χρησιμοποιηθεί στα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης :

Διάγραμμα 4. 4 : Διάγραμμα ροής δυαδικής 0,33/0,67 αναζήτησης.



Η παραπάνω χρησιμοποιηθείσα τεχνική δεν είναι πλήρης, δηλαδή δεν εξασφαλίζει την εύρεση του ολικού ελαχίστου της συνάρτησης κόστους. Για το λόγο αυτό επιλέχθηκε στην παρούσα εργασία να δοκιμαστεί μια γενικευμένη μορφή της εμπνευσμένη από την λογική του «διαίρει και βασιλεύε». Στην γενικευμένη αυτή μορφή ο χώρος από τον οποίο λαμβάνουν τιμές οι παράμετροι χωρίζεται σε υποχώρους σε καθένα εκ των οποίων ελέγχεται ένα σημείο για αρχικό σημείο της δυαδικής αναζήτησης. Τελικά από αυτά τα σημεία επιλέγεται αυτό που δίνει την χαμηλότερη τιμή της συνάρτησης κόστους του προβλήματος. Η δυαδική αναζήτηση που έχει χρησιμοποιηθεί στα μοντέλα εξομάλυνσης είναι γενικευμένη με χωρισμό σε δύο υποχώρους δηλαδή εξέταση δύο αρχικών σημείων.

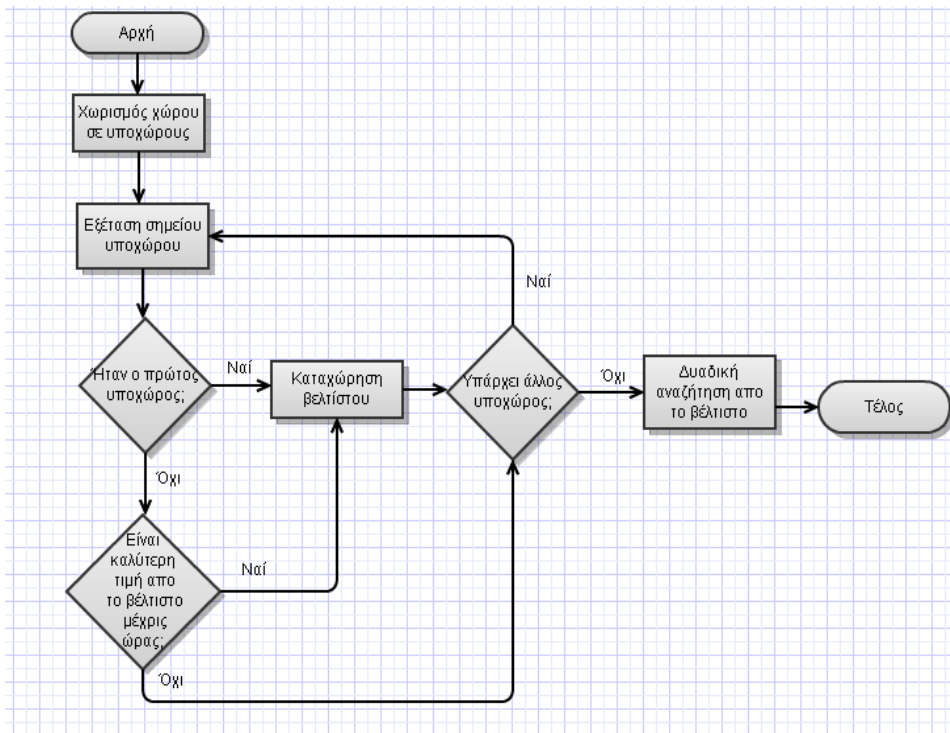
Το αρχικό βήμα της μεθόδου που υποδιπλασιάζεται μετά από κάθε επανάληψη εξαρτάται από τον αριθμό των διαμερίσεων του χώρου τιμών των μεταβλητών. Αυτό συμβαίνει για να έχει πάντα κατάλληλη τιμή ώστε να εξετάζεται όλος ο χώρος τιμών των μεταβλητών. Η σχέση που δίνει το βήμα συναρτήσει των διαμερίσεων είναι :

$$step = \frac{1}{2 \cdot (diamer + 1)}$$

Όπου diamer είναι ο αριθμός διαμερίσεων του αρχικού χώρου τιμών.

Παρακάτω φαίνεται το διάγραμμα ροής της μεθόδου :

Διάγραμμα 4. 5 : Διάγραμμα ροής γενικευμένης δυαδικής αναζήτησης.



Ουσιαστικά, ο χωρισμός του χώρου τιμών των μεταβλητών σε υποχώρους εξετάζει περισσότερα σημεία για την εύρεση του κατάλληλου αρχικού. Αυτό αυξάνει την πιθανότητα εύρεσης ολικού ελαχίστου που είναι πιο πιθανό να ναι κοντά σε αυτό που δίνει τη μικρότερη τιμή κόστους από όσα περισσότερα εξετάζονται.

4.2.4 Hooke Jeeves pattern search.

Η τεχνική Hooke Jeeves pattern search ([Hooke and Jeeves, 1961](#)) είναι μια μέθοδος βελτιστοποίησης που έχει χρησιμοποιηθεί ([Gardner, 1985](#); [Flowers, 1980](#)) στο παρελθόν σε μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης. Στηρίζεται και αυτή όπως οι προηγούμενες σε απευθείας υπολογισμούς της αντικειμενικής συνάρτησης χωρίς να απαιτείται ο υπολογισμός παραγώγων της. Σε αυτή πραγματοποιούνται μεταβάσεις από σημείο βάσης σε σημείο βάσης με στόχο στο τελικό σημείο βάσης να ελαχιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση. Ο τρόπος λειτουργίας της ακολουθεί λίγο πολύ την παρακάτω διαδικασία.

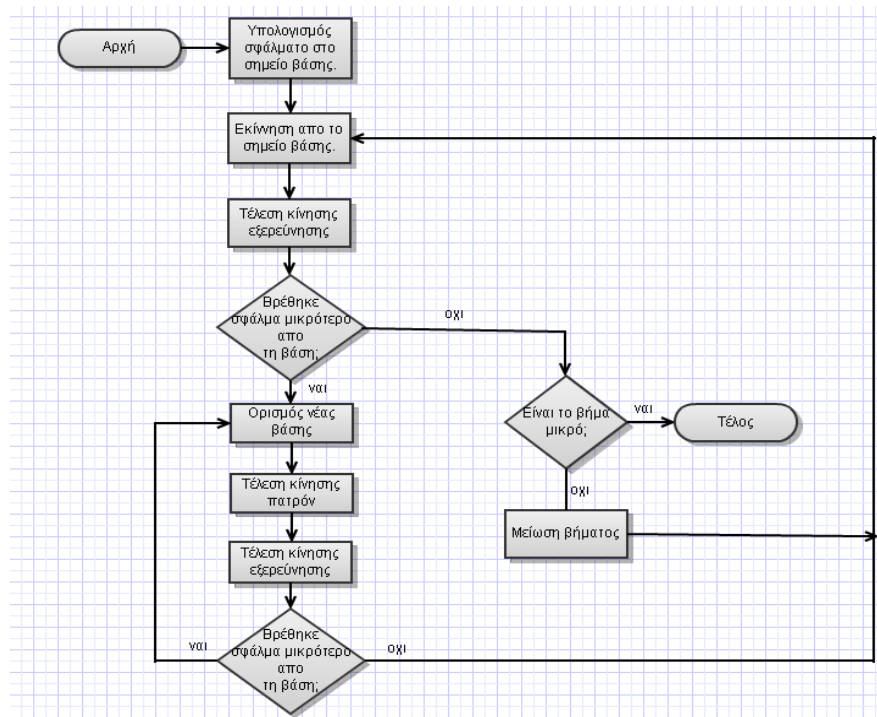
Αρχικά ορίζεται ένα τυχαίο σημείο βάσης και από αυτό πραγματοποιούνται οι μεταβάσεις σε όλο και καλύτερο μέσω δύο διαφορετικών κινήσεων. Η πρώτη εξ αυτών λέγεται κίνηση εξερεύνησης (exploratory move) και η δεύτερη κίνηση πατρών (pattern move). Στην κίνηση εξερεύνησης από ένα αρχικό σημείο βάσης με σταθερό βήμα εξερευνάται διαδοχικώς η μεταβολή των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης για αλλαγές (όσο το βήμα) στις μεταβλητές μέχρι να εξεταστούν όλες. Στην κίνηση εξερεύνησης αλλάζει μόνο μια μεταβλητή κάθε φορά αλλά δεν τελειώνει μέχρι να εξεταστούν όλες. Απο την κίνηση εξερεύνησης προκύπτει ένα βέλτιστο σημείο που μπορεί να είναι ακόμα και το αρχικό. Η κίνηση πατρών με τη σειρά της εκτελείται με χρήση των δύο πιο πρόσφατων σημείων βάσης μέσω της σχέσης :

$$x = x_{base}^{new} + (x_{base}^{new} - x_{base}^{old})$$

Τα σημεία βάσης εκτός από το αρχικό που επιλέγεται τυχαία, επιλέγονται μέσω δύο διαφορετικών τρόπων. Ο πρώτος εξ αυτών είναι να επιλεγεί το τελικό σημείο της πρώτης κίνησης εξερεύνησης αν αυτό έχει μικρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης από αυτή στο σημείο βάσης. Απο την άλλη ο δεύτερος ορίζει να τεθεί σημείο βάσης το τελικό σημείο της κίνησης εξερεύνησης που ακολουθεί μια κίνηση πατρών, εφόσον φυσικά είναι καλύτερο από αυτό στο σημείο βάσης. Όταν από τη διαδικασία δεν μπορεί να οριστεί νέο σημείο βάσης τότε μειώνεται το σταθερό βήμα και επαναλαμβάνεται η διαδικασία. Τελικά η μέθοδος σταματάει όταν το βήμα της εξερεύνησης είναι αρκετά μικρό, που το πόσο μικρό είναι στη ευχέρεια του χρήστη της μεθόδου.

Στα πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου βελτιστοποίησης πρωτοστατεί η ταχύτητα της που οφείλεται στο μη υπολογισμό παραγώγων και στους λίγους υπολογισμούς του προβλήματος. Επίσης είναι αρκετά συμπαγής μέθοδος. Απο την άλλη πλευρά, το κυριότερο μειονέκτημα της είναι πως δεν είναι πλήρης, δεν εξασφαλίζει επομένως σύγκλιση στο ολικό ελάχιστο της συνάρτησης κόστους του προβλήματος. Εκτός αυτού, στα μειονεκτήματα της συγκαταλέγεται ότι υπό συνθήκες δύναται να κολλήσει και να μην δώσει σωστό αποτέλεσμα. Για την αποφυγή βέβαια του κολλήματος της μεθόδου υπάρχουν κόλπα που χρησιμοποιούνται.

Διάγραμμα 4. 6 : Διάγραμμα ροής Hooke Jeeves pattern search.



4.2.5 Αναρρίχηση λόφων.

Η αναρρίχηση λόφων (Stuart and Norvig, 2003) είναι μια τεχνική βελτιστοποίησης που μοιάζει με τη δυαδική αναζήτηση με τη διαφορά όμως ότι το βήμα της αναζήτησης είναι σταθερό. Ουσιαστικά είναι μια μέθοδος αναζήτησης που ξεκινώντας από ένα αρχικό σημείο (διάνυσμα παραμέτρων) μετακινείται συνεχώς στην κατεύθυνση της καλύτερης τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Τελικά καταλήγει σε ένα διάνυσμα παραμέτρων του οποίου όλα τα γειτονικά δίνουν χειρότερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, που στα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης είναι το σφάλμα.

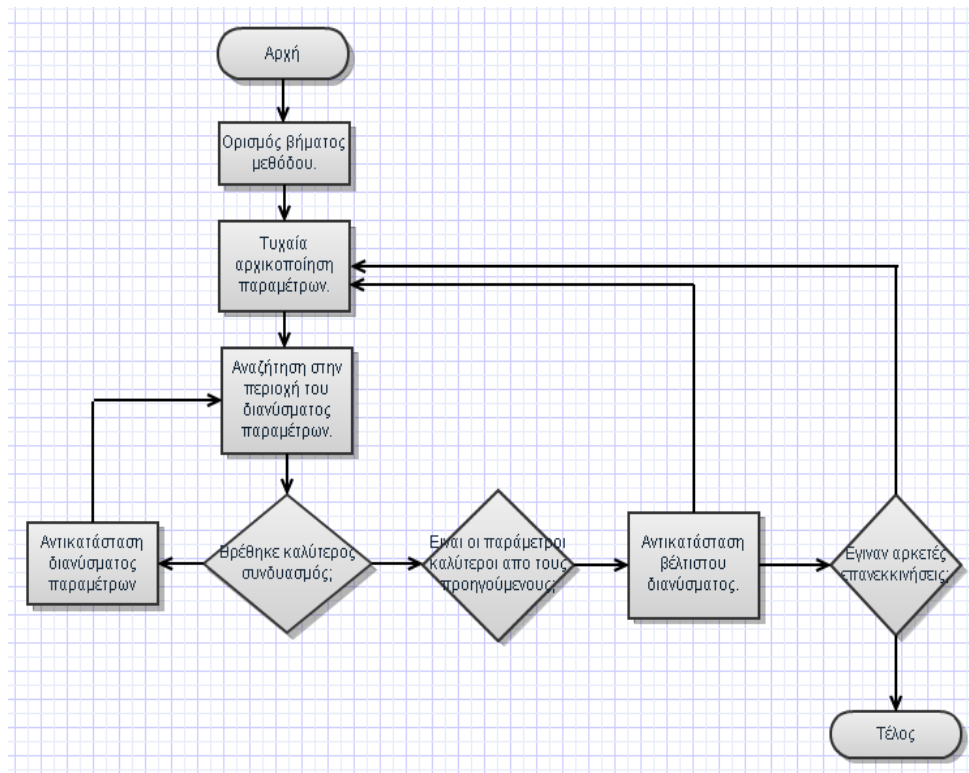
Η τεχνική αυτή δεν είναι πλήρης, εξετάζει μόνο τις γειτονικές τιμές παραμέτρων και για αυτό είναι ευάλωτη σε ιδιαιτερότητες της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος. Κάλιστα μπορεί να καταλήξει σε τοπικά ελάχιστα ανάλογα με το αρχικό διάνυσμα που επιλέγεται κατά την εκκίνηση της μεθόδου και εκτός αυτού, μπορεί να εγκλωβιστεί σε επίπεδα χωρία του πεδίου τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης. Με στόχο να ξεπεραστούν οι αδυναμίες της μεθόδου έχουν υιοθετηθεί κάποια κόλπα στην υλοποίηση της. Όσον αφορά τον εγκλωβισμό σε επίπεδα προσαρτάται η δυνατότητα πλάγιας κίνησης έτσι ώστε τελικά να απεγκλωβίζεται εφόσον «κολλήσει». Αυτό σημαίνει ότι πραγματοποιείται υπό συνθήκες μετάβαση σε γειτονικό σημείο που δίνει ίδια τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Οι πλάγιες κινήσεις πρέπει να έχουν ένα όριο γιατί κρύβουν και οι ίδιες τον κίνδυνο να πραγματοποιούνται ασταμάτητα. Όσον αφορά τώρα την αποφυγή των τοπικών ελαχίστων

αυτή επιτυγχάνεται με τις τυχαίες επανεκκινήσεις της μεθόδου. Όπως αναφέρθηκε ήδη το κατά πόσο θα συγκλίνει η μέθοδος σε κάποιο τοπικό ελάχιστο εξαρτάται από την επιλογή του αρχικού σημείου. Έτσι λοιπόν μια απλή λύση είναι να εκτελείται η μέθοδος για διαφορετικά τυχαία αρχικά σημεία και να επιλέγεται τελικά το καλύτερο από τα ευρεθέντα διανύσματα παραμέτρων της κάθε εκκίνησης της. Με αυτόν τον τρόπο αυξάνεται πολύ η πιθανότητα να βρεθεί τελικά το ολικό ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης. Η αναρρίχηση λόφων με επανεκκινήσεις είναι πλήρης με πιθανότητα που πλησιάζει το 1 σε αντίθεση με την απλή αναρρίχηση λόφων που δεν είναι πλήρης και εγγυάται σε μικρό ποσοστό τη σύγκλιση σε ολικό ελάχιστο.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε η αναρρίχηση λόφων με επανεκκινήσεις χωρίς όμως τη δυνατότητα πλάγιων κινήσεων η οποία δεν κρίθηκε σκόπιμη. Σε κάθε εκτέλεση της μεθόδου επιλέγεται το σταθερό βήμα αναζήτησης βάση του οποίου προκύπτουν τα γειτονικά προς εξέταση σημεία.

Στην επόμενη σελίδα δίνεται το διάγραμμα ροής της μεθόδου :

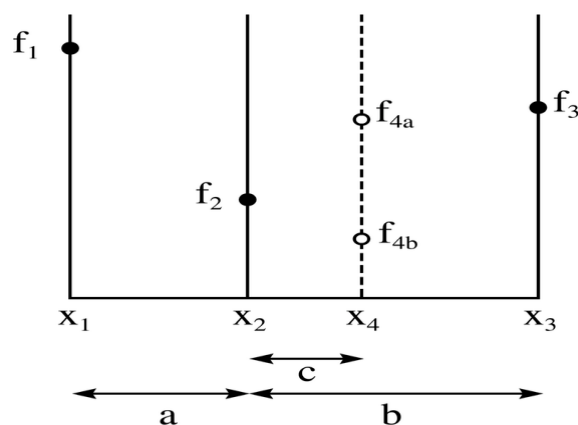
Διάγραμμα 4. 7 : Διάγραμμα ροής αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις.



4.2.6 Αναζήτηση χρυσής τομής.

Η αναζήτηση χρυσής τομής (golden section search) είναι μια γρήγορη και ακριβής τεχνική βελτιστοποίησης που όμως εφαρμόζεται μόνο σε προβλήματα βελτιστοποίησης μιας παραμέτρου, δηλαδή στην εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου (Stuart and Norvig, 2003). Έχει επιχειρηθεί να χρησιμοποιηθεί και σε πολυπαραμετρικά προβλήματα αλλά τα αποτελέσματα της δεν είναι ακριβή. Η φιλοσοφία που κρύβεται πίσω από αυτή είναι να επιχειρείται όλο και μεγαλύτερος περιορισμός του διαστήματος στο οποίο βρίσκεται το ελάχιστο μέχρις ότου να καταλήξει σε σημείο (πολύ μικρό διάστημα). Στη μέθοδο υπολογίζονται οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης για τριάδες σημείων που επιλέγονται στο διάστημα βάση της χρυσής αναλογίας (golden ratio). Σε μια τυπική επανάληψη της μεθόδου υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για τρεις τιμές παραμέτρων x_1, x_2, x_3 , (βλέπε σχήμα).

Διάγραμμα 4. 8 : Συνάρτηση παράδειγμα για αναζήτηση χρυσής τομής.



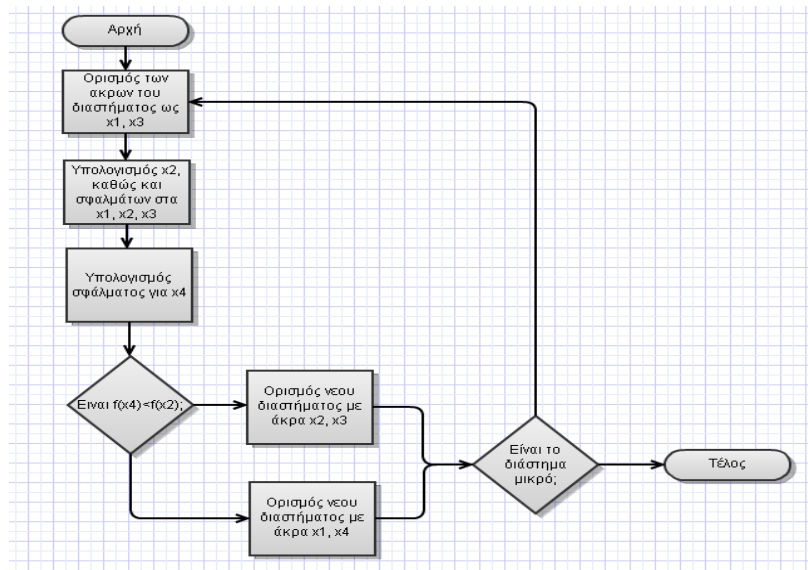
Οι αποστάσεις a, b υπολογίζονται βάση της χρυσής αναλογίας:

$$\phi = \frac{b}{a} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Όπως φαίνεται από το σχήμα αφού το f_2 είναι μικρότερο από τα f_1, f_3 το ελάχιστο θα βρίσκεται στο διάστημα $[x_1, x_3]$. Στη συνέχεια υπολογίζεται η αντικειμενική συνάρτηση για μια παράμετρο x_4 , όπου $x_4 = x_1 - x_2 + x_3$. Εφόσον, για x_4 η τιμή είναι f_{4a} το ελάχιστο βρίσκεται στο διάστημα $[x_1, x_4]$ και η μέθοδος επαναλαμβάνεται για αυτό το διάστημα. Στην περίπτωση που η τιμή είναι f_{4b} το ελάχιστο βρίσκεται στο διάστημα $[x_2, x_3]$ και η μέθοδος επαναλαμβάνεται σε αυτό το διάστημα. Με αυτή τη διαδικασία προσεγγίζεται το ελάχιστο και η μέθοδος σταματάει όταν το νέο διάστημα γίνει αρκετά μικρό.

Παρακάτω ακολουθεί το διάγραμμα ροής της μεθόδου :

Διάγραμμα 4. 9 : Διάγραμμα ροής αναζήτησης χρυσής τομής.



Η μέθοδος αυτή είναι εξαιρετικά γρήγορη, ωστόσο δεν είναι πλήρης και θα μπορούσε υπό συνθήκες να δώσει σαν αποτέλεσμα τοπικό ελάχιστο της συνάρτησης κόστους του εκάστοτε προβλήματος. Το κυριότερο πάντως πρόβλημα της είναι ότι δεν εφαρμόζεται σε πολυπαραμέτρικα προβλήματα οπότε αποκλείεται η εφαρμογή της σε μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης με τάση.

Μια ενδιαφέρουσα πληροφορία είναι πως σε τεχνικές βελτιστοποίησης με παραγώγους γίνεται συχνά χρήση αυτής της μεθόδου για τη βελτιστοποίηση μιας εσωτερικής μεταβλητής των τεχνικών που δεν έχει σχέση με τις υπό βελτιστοποίηση παραμέτρους του προβλήματος. Η προτίμηση αυτής της μεθόδου δείχνει αν μη τι άλλο ότι είναι ιδιαίτερα αποδοτική και γρήγορη στη βελτιστοποίηση προβλημάτων μιας μεταβλητής.

4.2.7 Προσομοιωμένη ανόπτηση.

Ένας αλγόριθμος αναρρίχησης λόφων που δεν κάνει ποτέ «κατηφορικές» κινήσεις (ανηφορικές για ελαχιστοποίηση) προς καταστάσεις μικρότερης αξίας (μεγαλύτερης αντίστοιχα στην ελαχιστοποίηση) είναι σίγουρα μη πλήρης διότι μπορεί να παγιδευτεί σε ένα τοπικό μέγιστο(ή ελάχιστο). Απο την άλλη πλευρά ένας καθαρά τυχαίος περίπατος, δηλαδή μεταβάσεις σε επόμενες καταστάσεις επιλεγμένες τυχαία από όλες τις δυνατές είναι πλήρης αλλά έχει πολύ μικρή απόδοση. Με στόχο λοιπόν να υπάρξει και πληρότητα και αποδοτικότητα δημιουργήθηκε η τεχνική της προσομοιωμένης ανόπτησης(simulated annealing) που συνδυάζει τις δύο παραπάνω μεθόδους ([Stuart and Norvig, 2003](#); [Kirkpatrick et al, 1983](#)). Ο όρος ανόπτηση χρησιμοποιείται στη μεταλλουργία για τη διαδικασία που χρησιμοποιείται ώστε να σκληρύνουν μέταλλα και γυαλί. Αυτό γίνεται με αρχική θέρμανση των υλικών και κατόπιν βαθμιαία ψύξη τους για να αποκτήσουν τελικά κρυσταλλική κατάσταση χαμηλής ενέργειας.

Η τεχνική θα περιγραφεί για προβλήματα ελαχιστοποίησης (κατάβασης λόφου) όπως αυτά των σφαλμάτων της εκθετικής εξομάλυνσης. Στην κατάβαση πλαγιάς κάθε επόμενη κίνηση γίνεται προς κατάσταση με χαμηλότερη ενέργεια, δηλαδή μικρότερο σφάλμα. Αντίθετα

στην προσομοιωμένη απόπτωση εκτός από τις μεταβάσεις σε καταστάσεις μικρότερου σφάλματος υπό συνθήκες γίνονται και μεταβάσεις σε άλλες μεγαλύτερου σφάλματος. Η μετάβαση σε χειρότερη κατάσταση γίνεται τυχαία, με πιθανότητα μικρότερη του 1 που εξαρτάται από το πόσο χειρότερη είναι η νέα κατάσταση και από τη θερμοκρασία. Η μαθηματική σχέση υπολογισμού της πιθανότητας είναι :

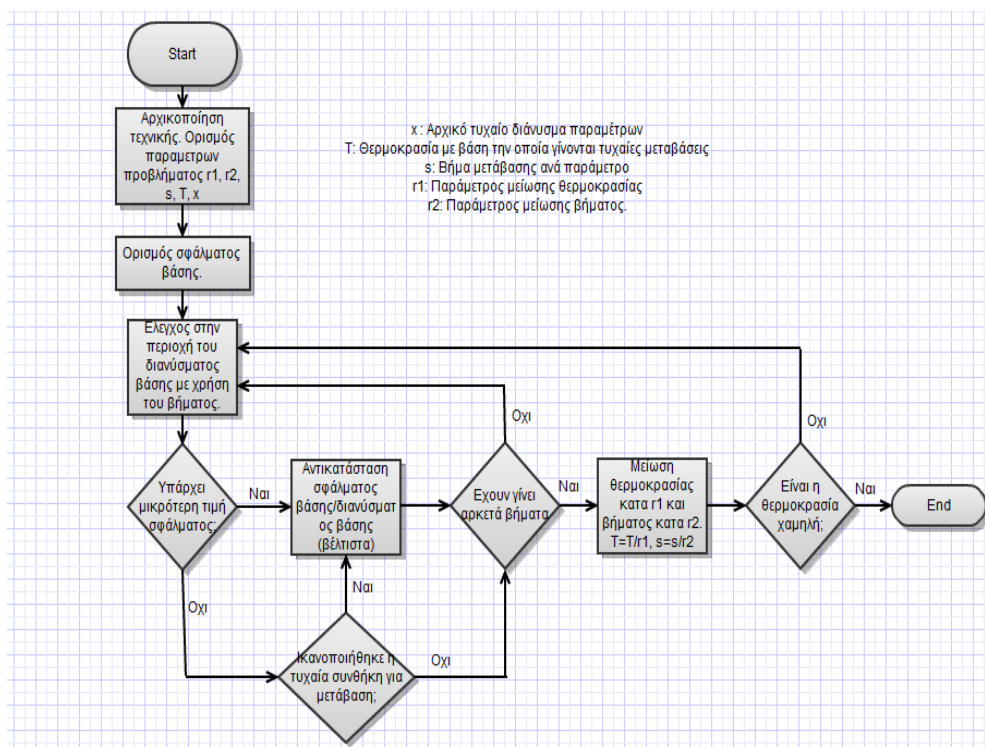
$$p = e^{\Delta E / T}$$

Όπου ΔΕ είναι η διαφορά της τιμής του σφάλματος για τις δύο καταστάσεις και Τ η θερμοκρασία.

Μεγάλη σημασία για τη μέθοδο παίζει η θερμοκρασία και ο τρόπος με τον οποίο μειώνεται, καθώς έχει αποδειχτεί πως με αργό χρονοδιάγραμμα μείωσης της, η μέθοδος συγκλίνει σε ολικό ελάχιστο με πιθανότητα που τείνει στο 1. Όσο πιο αργά βέβαια μειώνεται η θερμοκρασία τόσο πιο χρονοβόρα και υπολογιστικά απαιτητική γίνεται η μέθοδος, οπότε καλό θα ήταν να διατηρείται μια ισορροπία. Ο ρόλος της θερμοκρασίας και της μείωσης της είναι να επιτρέπει πιο πολλές τυχαίες μεταβάσεις στην αρχή της μεθόδου και αυτές να φθίνουν κατόπιν με τη μείωση της έτσι ώστε να απλοποιείται η μέθοδος σε κατάβαση πλαγιάς αφού η πιθανότητα μετάβασης σε χειρότερη κατάσταση γίνεται πολύ μικρή. Η αρχικά μεγάλη πιθανότητα μετάβασης σε κατάσταση μεγαλύτερου σφάλματος επιτρέπει την αποχώρηση από μια πιθανή τοπική γούβα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης κόστους προς σημείο που βρίσκεται κοντύτερα στο ολικό ελάχιστο αν και έχει μεγαλύτερη τιμή κόστους. Όπως είναι φυσικό η μέθοδος περιλαμβάνει μεγάλη στοχαστικότητα και κάλλιστα η κίνηση που περιγράφηκε παραπάνω θα μπορούσε να οδηγήσει τη μέθοδο από τη γούβα του ολικού ελαχίστου προς μια άλλη τοπικού ελαχίστου.

Στη συνέχεια παρατίθεται το διάγραμμα ροής της προσομοιωμένης απόπτωσης.

Διάγραμμα 4. 10 : Διάγραμμα ροής προσομοιωμένης απόπτωσης.



4.3 Μέθοδοι με χρήση παραγώγων

4.3.1 Γενικά

Οι τεχνικές βελτιστοποίησης που κάνουν χρήση παραγώγων στη λογική δεν διαφέρουν από αυτές που έχουν αναφερθεί μέχρι τώρα απλά διαφέρουν στον τρόπο που επιτυγχάνουν το σκοπό τους. Όπως και οι προαναφερθείσες ξεκινώντας από ένα τυχαίο συνδυασμό παραμέτρων του προβλήματος υπολογίζουν την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και στη συνέχεια κινούνται προς συνδυασμούς παραμέτρων που δίνουν καλύτερες τιμές. Η διαφορά τους έγκειται στο ότι κάνουν χρήση της παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης για να κατευθυνθούν γρήγορα σε μικρότερες τιμές της.

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι δεν είναι όλες οι μέθοδοι αυτής της κατηγορίας πλήρεις, δηλαδή δεν είναι απαραίτητο πως θα συγκλίνουν σε ολικό ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος. Όσον αφορά λοιπόν την απόδοσή τους, δεν είναι σίγουρο πως υπερτερούν έναντι των τεχνικών που δεν απαιτούν τον υπολογισμό παραγώγων.

Στα προβλήματα βελτιστοποίησης μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης έχουν χρησιμοποιηθεί διάφορες τεχνικές που κάνουν χρήση παραγώγων, ωστόσο αυτό δεν συνέβη μεμονωμένα. Οι τεχνικές εφαρμόστηκαν ([Rasmussen, 2004](#); [Bowerman, O'Connell and Koehler, 2005](#)) στα πλαίσια ολοκληρωμένων προγραμματιστικών εφαρμογών που περιλάμβαναν ρουτίνες, οι οποίες τις υλοποιούσαν. Ένα παράδειγμα είναι η εφαρμογή solver του Microsoft excel η οποία υλοποιεί τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης GRG2.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου θα παρουσιαστούν κάποιες τεχνικές. Ξεκινώντας από την απλούστερη που είναι η steepest descent μέχρι πιο πολύπλοκες που εφαρμόζονται σε ολοκληρωμένα προγραμματιστικά πακέτα.

4.3.2 Steepest descent

Η τεχνική βελτιστοποίησης steepest descent ([Mordecai, 2003](#)), είναι η πιο απλή τεχνική που κάνει χρήση παραγώγων. Είναι μέθοδος πρώτης τάξης, καθώς απαιτεί τον υπολογισμό μόνο της πρώτης παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης. Με στόχο τη βελτιστοποίηση του προβλήματος, την εύρεση δηλαδή του ελαχίστου της αντικειμενικής του συνάρτησης, τελεί μεταβάσεις από σημείο σε σημείο σύμφωνα με την αντίθετη παράγωγο της αντικειμενικής συνάρτησης στο τρέχον σημείο. Η τεχνική αρχικοποιείται σε κάποιο σημείο και από εκεί λαμβάνοντας υπόψη την κλίση της συνάρτησης στο σημείο αυτό κατευθύνεται προς μικρότερες τιμές της. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου βρεθεί ελάχιστο. Αναλυτικότερα, η μέθοδος στηρίζεται στην παρατήρηση ότι αν μια πραγματική συνάρτηση $f(x)$ ορίζεται και είναι παραγωγίσιμη σε μια περιοχή ενός σημείου a τότε αυτή μειώνεται ταχύτερα στην κατεύθυνση της αρνητικής παραγώγου της στο σημείο a $-\nabla f(a)$. Κατ' επέκταση, αν

$$b = a - \gamma * \nabla f(a)$$

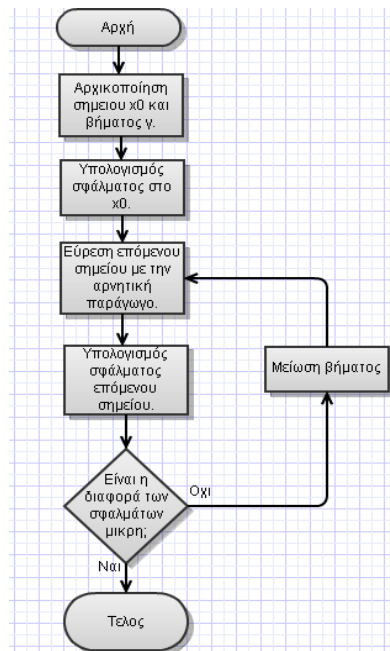
Για $\gamma > 0$ μια αρκετά μικρή τιμή προκύπτει πως $f(a) \geq f(b)$.

Με βάση τα παραπάνω η μέθοδος ξεκινώντας από ένα σημείο x_0 δημιουργεί μια ακολουθία σημείων τα οποία δίνουν όλο και μικρότερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Η ακολουθία αυτή δίνεται από τη μαθηματική σχέση :

$$x_{n+1} = x_n - \gamma_n * \nabla f(x_n) \quad , n > 0$$

Όπως φαίνεται από την παραπάνω σχέση η παράμετρος βήματος γ επιτρέπεται να αλλάζει σε κάθε επανάληψη.

Διάγραμμα 4. 11 : Διάγραμμα ροής steepest descent.



Σε αυτό το σημείο είναι σημαντικό να αναφερθούν κάποια σχόλια πάνω σε αυτή τη μέθοδο. Αρχικά, είναι μεγάλο της πλεονέκτημα ότι είναι εφαρμόσιμη σε προβλήματα βελτιστοποίησης ανεξαρτήτως αριθμού παραμέτρων, ωστόσο η σύγκλιση της σε ολικό ελάχιστο δεν είναι εξασφαλισμένη. Εκτός αυτού, υπάρχουν οικογένειες συναρτήσεων τα χαρακτηριστικά των οποίων οδηγούν την μέθοδο σε αργή σύγκλιση. Συγκεκριμένα, όσο πλησιάζει η τεχνική στο βέλτιστο σημείο τα βήματα που πραγματοποιεί είναι πολύ μικρά και όχι τα συντομότερα. Αυτό επιφέρει αύξηση στους υπολογισμούς του προβλήματος και συνεπώς μεγάλη διάρκεια εκτέλεσης που αποτελεί αντικίνητρο για την εφαρμογή της. Τέλος συχνά χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με αναζήτηση της βέλτιστης τιμής του βήματος γ σε κάθε επανάληψη με στόχο την πιο γρήγορη σύγκλιση. Η τελευταία επιλογή γίνεται είτε με γραμμική αναζήτηση είτε με γρηγορότερες μεθόδους όπως η αναζήτηση χρυσής τομής.

4.3.3 Τεχνική BFGS

Οι μέθοδοι πρώτης τάξης όπως η steepest descent έχουν αργή σύγκλιση στο βέλτιστο σημείο του προβλήματος, για αυτό αναπτύχθηκαν μέθοδοι δεύτερης τάξης, μέθοδοι δηλαδή που κάνουν χρήση και της δεύτερης παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος. Οι μέθοδοι δεύτερης τάξης συγκλίνουν ταχύτερα, ωστόσο η απαίτηση υπολογισμού της δεύτερης παραγώγου αυξάνει την πολυπλοκότητα τους. Η πιο απλή μέθοδος δεύτερης τάξης είναι η μέθοδος Newton. Σε αυτή τη μέθοδο υπολογίζονται κανονικά και οι δεύτερες παράγωγοι του προβλήματος και συγκεκριμένα η hessian μήτρα (hessian matrix). Ο υπολογισμός αυτής της μήτρας είναι που αυξάνει κατά πολύ την πολυπλοκότητα της μεθόδου. Με στόχο να περιοριστεί κατά το δυνατόν η πολυπλοκότητα της μεθόδου έχουν αναπτυχθεί παραλλαγές οι οποίες υπολογίζουν προσεγγιστικά τη μήτρα των δευτέρων παραγώγων. Οι μέθοδοι αυτές ονομάζονται μέθοδοι Quasi-Newton και μια αντιπροσωπευτική τους είναι η BFGS([Mordecai, 2003](#)).

Στη τεχνική βελτιστοποίησης BFGS η μήτρα των δευτέρων παραγώγων δεν υπολογίζεται απευθείας, αλλά προσεγγίζεται με χρήση πρώτης τάξης ανανεώσεων που προκύπτουν από τον υπολογισμό της παραγώγου σε κάθε σημείο από το οποίο περνάει η μέθοδος. Η τεχνική στηρίζεται όπως και η μέθοδος Newton στη δημιουργία μιας ακολουθίας τιμών των παραμέτρων που από ένα αρχικό σημείο x_0 συγκλίνουν τελικά σε ένα βέλτιστο σημείο (stationary point) x^* της αντικειμενικής συνάρτησης f , όπου $f'(x^*)=0$. Η κατεύθυνση αναζήτησης (p_k) της μεθόδου σε ένα σημείο x_k δίνεται από τη σχέση :

$$B_k * p_k = -\nabla f(x_k)$$

Η ίδια σχέση χρησιμοποιείται και στη μέθοδο Newton, εδώ όμως ο πίνακας B_k είναι μια προσέγγιση της μήτρας hessian που ανανεώνεται επαναληπτικά σε κάθε βήμα. Η απόσταση του βήματος που πραγματοποιείται στην ευρεθείσα κατεύθυνση υπολογίζεται με γραμμική αναζήτηση. Ο πίνακας B_{k+1} υπολογίζεται από το άθροισμα του B_k και δύο ακόμα πινάκων που θα φανούν στη συνέχεια μέσω των μαθηματικών σχέσεων υπολογισμού τους. Και οι δύο αυτοί πίνακες είναι συμμετρικοί πρώτου βαθμού αλλά με διαφορετικές βάσεις. Η συνθήκη που πρέπει να ικανοποιείται κατά την ανανέωση των πινάκων B_k είναι :

$$B_{k+1}(x_{k+1} - x_k) = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k)$$

Ακολούθως θα παρουσιαστούν αναλυτικά τα βήματα της μεθόδου. Ξεκινώντας από ένα τυχαίο συνδυασμό παραμέτρων x_0 και ένα αρχικό πίνακα B_0 που συνήθως επιλέγεται ίσος με I , επιλύεται για να βρεθεί η κατεύθυνση p_k η εξίσωση :

$$B_k * p_k = -\nabla f(x_k)$$

Στη συνέχεια, εκτελείται βελτιστοποίηση του βήματος α_k με το οποίο θα ευρεθεί τον νέο διάνυσμα παραμέτρων μέσω της σχέσης :

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k * p_k$$

Στην βελτιστοποίηση του βήματος α_k ουσιαστικά αναζητιέται η τιμή του που εφαρμοζόμενη δίνει το νέο διάνυσμα παραμέτρων με την καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Συνήθως, για τη βελτιστοποίηση του βήματος χρησιμοποιείται η αναζήτηση χρυσής τομής. Ακολούθως, ορίζεται :

$$s_k = \alpha_k * p_k$$

και

$$y_k = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k)$$

Με τη βοήθεια των παραπάνω παραμέτρων υπολογίζεται ο νέος πίνακας B_k μέσω των σχέσεων :

$$B_{k+1} = B_k + U_k + V_k$$

Όπου

$$U_k = \frac{y_k \cdot y_k^T}{y_k \cdot s_k}$$

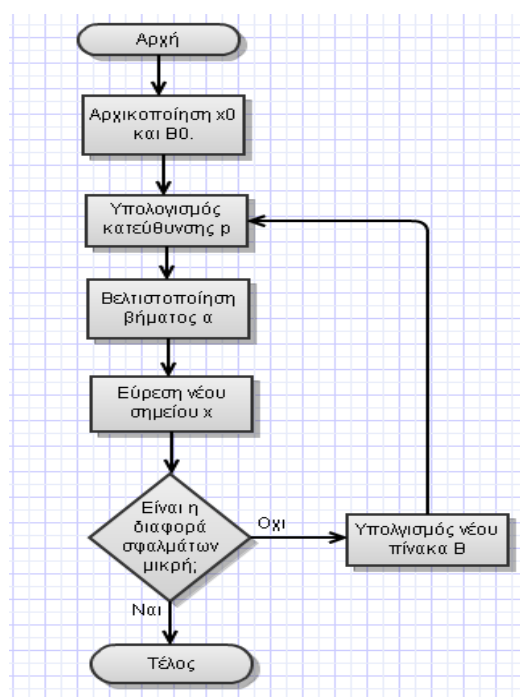
και

$$V_k = \frac{B_k \cdot s_k \cdot (B_k \cdot s_k)^T}{s_k^T \cdot B_k \cdot s_k}$$

Είναι προφανές ότι με f συμβολίζεται η αντικειμενική συνάρτηση του υπό βελτιστοποίηση προβλήματος. Η αρχικοποίηση του πίνακα $B=I$ οδηγεί το πρώτο βήμα της μεθόδου να ταυτίζεται με αυτό της μεθόδου steepest descent, αλλά τα υπόλοιπα βήματα διαφοροποιούνται όλο και περισσότερο. Τα βήματα επαναλαμβάνονται έως ότου δεν υπάρχει μεγάλη διαφορά στην τιμή της συνάρτησης κόστους ανάμεσα σε δύο συνεχόμενα σημεία.

Στην επόμενη σελίδα ακολουθεί το διάγραμμα ροής της μεθόδου :

Διάγραμμα 4. 12 : Διάγραμμα ροής BFGS.



Όπως και η προηγούμενη μέθοδος έτσι και η BFGS δεν είναι πλήρης και επομένως δεν εγγυάται την σύγκλιση σε ολικό ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης. Υπερτερεί της steepest descent στην ταχύτητα σύγκλισης έχοντας, χάρη στον προσεγγιστικό υπολογισμό των δευτέρων παραγώγων της συνάρτησης κόστους, λογική αύξηση πολυπλοκότητας σε αντίθεση με τη μέθοδο Newton.

4.3.4 Τεχνική GRG

Η τεχνική (Lasdon, Fox and Ratner, 1973) generalized reduced gradient (GRG) ανήκει στην κατηγορία μεθόδων βελτιστοποίησης μείωσης παραγώγων (reduced gradient). Αυτές οι μέθοδοι επεκτείνουν τεχνικές βελτιστοποίησης προβλημάτων με γραμμικούς περιορισμούς σε άλλα με μη γραμμικούς. Σε γενικές γραμμές ρυθμίζουν τις μεταβλητές έτσι ώστε οι ενεργοί περιορισμοί να ικανοποιούνται καθώς προχωράει η μέθοδος από σημείο σε σημείο. Στην περίπτωση που δεν υπάρχουν περιορισμοί, οι μέθοδοι απλοποιούνται σε αναζήτηση steepest descent ενώ αν οι περιορισμοί και η αντικειμενική συνάρτηση είναι γραμμικές τότε απλοποιούνται στη μέθοδο simplex.

Η τεχνική GRG καλείται να βελτιστοποιήσει προβλήματα της μορφής :

$$\text{Αντικειμενική συνάρτηση : } y(\mathbf{x}) \quad (1)$$

$$\text{Περιορισμοί ισότητας: } f_i(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, m$$

Αυτό το κάνει χωρίζοντας της παραμέτρους του προβλήματος σε βασικές (x_b) και μη βασικές (x_{nb}). Οι μη βασικές μεταβλητές χρησιμοποιούνται για να υπολογιστούν οι τιμές των βασικών και τροποποιούνται για να ευρεθεί το βέλτιστο του προβλήματος. Θεωρητικά οι m εξισώσεις περιορισμών μπορούν να αντικατασταθούν στην αντικειμενική συνάρτηση που είναι n ανεξάρτητων μεταβλητών και έτσι προκύπτει ένα πρόβλημα $n-m$ μεταβλητών. Με αυτό τον τρόπο οι μεταβλητές ενός προβλήματος χωρίζονται από τη μέθοδο σε m βασικές και $n-m$ μη βασικές. Οι εξισώσεις των περιορισμών με την οπτική της μεθόδου είναι:

$$f_i(x) = f_i(x_b, x_{nb}) = 0 \quad , i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

Όμως οι βασικές μεταβλητές προκύπτουν από τις μη βασικές με τη βοήθεια των περιορισμών :

$$x_{i,b} = \tilde{f}_i(x_{nb}) \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

Με την παραπάνω θεώρηση η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει τη μορφή :

$$y(x) = y(x_b, x_{nb}) = y[\tilde{f}_i(x_{nb}), x_{nb}] = Y(x_{nb}) \quad (4)$$

Αναπτύσσοντας την προηγούμενη εξίσωση σε σειρά Taylor γύρω από το σημείο x_k και κρατώντας μόνο τους όρους πρώτης τάξης προκύπτει :

$$\sum_{j=1}^m \frac{\partial y}{\partial x_{j,b}}(x_k) dx_{j,b} + \sum_{j=m+1}^n \frac{\partial y}{\partial x_{j,nb}}(x_k) dx_{j,nb} = \sum_{j=m+1}^n \frac{\partial Y}{\partial x_{j,nb}}(x_k) dx_{j,nb} \quad (5)$$

Ή διαφορετικά σε μορφή πινάκων :

$$\tilde{N}^T Y(x_k) dx_{nb} = \tilde{N}^T y_b(x_k) dx_b + \tilde{N}^T y_{nb}(x_k) dx_{nb} \quad (6)$$

Αναπτύσσοντας τις σχέσεις των περιορισμών σε σειρά Taylor και αντικαθιστώντας στην παραπάνω, για να εξαλειφθούν οι βασικές παράμετροι, προκύπτει η σχέση :

$$\sum_{j=1}^m \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x_k) dx_{j,b} + \sum_{j=m+1}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x_k) dx_{j,nb} = 0 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, m \quad (7)$$

Ή σε μορφή πινάκων :

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta f_1(x_k)}{\delta x_1} & \dots & \frac{\delta f_1(x_k)}{\delta x_m} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\delta f_m(x_k)}{\delta x_1} & \dots & \frac{\delta f_m(x_k)}{\delta x_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_{1b} \\ \vdots \\ dx_{mb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\delta f_1(x_k)}{\delta x_{m+1}} & \dots & \frac{\delta f_1(x_k)}{\delta x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\delta f_m(x_k)}{\delta x_{m+1}} & \dots & \frac{\delta f_m(x_k)}{\delta x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_{m+1} \\ \vdots \\ dx_n \end{bmatrix} = 0$$

Μέσω της σχέσης, $B_b \cdot dx_b + B_{nb} \cdot dx_{nb} = 0$ ορίζονται οι πίνακες μερικών παραγώγων B_b , B_{nb} των συναρτήσεων f_i για τις βασικές και τις μη βασικές μεταβλητές αντίστοιχα. Η σχέση αυτή αφού επιλυθεί ως προς dx_b αντικαθίσταται στην εξίσωση (6) και ως αποτέλεσμα προκύπτει :

$$\tilde{N}^T Y(x_k) dx_{nb} = -\tilde{N}^T y_b(x_k) B_b^{-1} B_{nb} dx_{nb} + \tilde{N}^T y_{nb}(x_k) dx_{nb}$$

Ακολουθώντας, αφού απομακρυνθεί το διαφορικό dx_{nb} η εξίσωση παίρνει τη μορφή :

$$\tilde{N}^T Y(x_k) = \tilde{N}^T y_{nb}(x_k) - \tilde{N}^T y_b(x_k) B_b^{-1} B_{nb}$$

Που υπολογίζει τελικά τη μειωμένη παράγωγο(reduced gradient) $Y(x_k)$.

Γνωρίζοντας κάποιος τις πρώτες μερικές παραγώγους της αντικειμενικής συνάρτησης και τις εξισώσεις περιορισμών σε κάποιο σημείο μέσω της τελευταίας σχέσης μπορεί να υπολογίσει τη μειωμένη παράγωγο(reduced gradient).Γενικά, η μέθοδος κάνει βήματα από ένα αρχικό σημείο μη βασικών μεταβλητών προς το βέλτιστο με την κατεύθυνση που ορίζει η μειωμένη παράγωγος διαμέσου της σχέσης :

$$x_{nb} = x_{k,nb} + \alpha \tilde{N}^T Y(x_k)$$

όπου α είναι το βήμα της μεθόδου και βελτιστοποιείται σε κάθε επανάληψη με γραμμική αναζήτηση.

Σε κάθε βήμα της μεθόδου απαιτείται ο υπολογισμός των B_b , B_{nb} , $\tilde{N}^T y_b(x_b)$, $\tilde{N}^T y_{nb}(x_k)$ και για αυτό είναι απαραίτητη η γνώση των βασικών και των μη βασικών μεταβλητών. Οι βασικές μεταβλητές υπολογίζονται αριθμητικά με χρήση της μεθόδου Newton-Raphson. Ο υπολογισμός αυτός περιγράφεται από τη σχέση :

$$x_{i+1,b} = x_{i,b} - B_b^{-1} f(x_{i,b}, x_{nb})$$

Ο τελευταίος υπολογισμός είναι τις περισσότερες φορές ο κύριος παράγοντας αύξησης της πολυπλοκότητας της μεθόδου.

Συνολικά η τεχνική generalized reduced gradient αποτελεί μια ευρύτατα εφαρμόσιμη ακόμα και σε μη γραμμικά προβλήματα μη γραμμικών περιορισμών τεχνική βελτιστοποίησης. Για το λόγο αυτό υλοποιείται από ολοκληρωμένα προγραμματιστικά εργαλεία στη βελτιστοποίηση προβλημάτων. Η πιο γνωστή εφαρμογή που χρησιμοποιεί την συγκεκριμένη τεχνική είναι ο solver του Microsoft excel. Με αυτόν τον τρόπο τελικά εφαρμόστηκε σε προβλήματα βελτιστοποίησης παραμέτρων μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης, αφού δεν είναι ιδιαίτερα απλός για να υλοποιηθεί μεμονωμένα. Κλείνοντας, για αυτή τη μέθοδο είναι σημαντικό να αναφερθεί πως ούτε αυτή είναι πλήρης, δηλαδή ούτε αυτή εξασφαλίζει σύγκλιση σε ολικό βέλτιστο της αντικειμενικής συνάρτησης.

4.3.5 Levenberg–Marquardt

Η τεχνική Levenberg–Marquardt ([Marquardt, 1963](#)) χρησιμοποιείται για τη βελτιστοποίηση παραμέτρων προβλημάτων των οποίων η αντικειμενική συνάρτηση είναι μη γραμμική. Συγκεκριμένα απευθύνεται σε προβλήματα ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης σε κάποιο διάστημα τιμής των μεταβλητών της. Η μέθοδος δημιουργήθηκε σε δύο φάσεις πρώτα ο Levenberg ανέπτυξε μια αρχική μορφή της και στη συνέχεια ο Marquardt την τροποποίησε, για να πάρει την τελική της μορφή που είναι γνωστή ως μέθοδος Levenberg–Marquardt. Από άποψης ταχύτητας σύγκλισης είναι πιο γρήγορη της τεχνικής steepest descent αλλά υπό συνθήκες πιο αργή των μεθόδων Quasi-Newton. Ωστόσο, έναντι των δεύτερων υπερτερεί στην πιθανότητα σύγκλισης σε ελάχιστο όσο άστοχο και αν είναι το αρχικό σημείο της μεθόδου. Όπως και οι υπόλοιπες μέθοδοι που παρουσιάστηκαν μέχρι τώρα και κάνουν χρήση παραγώγων έτσι και αυτή δεν εγγυάται τη σύγκλιση σε ολικό ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί το βασικό πρόβλημα στο οποίο έχει εφαρμοστεί η συγκεκριμένη μέθοδος και είναι παρόμοιο με την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος των προβλέψεων που δίνονται από εφαρμογή μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης.

Έστω η αντικειμενική συνάρτηση :

$$S(\beta) = \sum_{i=1}^m [y_i - f(x_i, \beta)]^2$$

της οποίας απαιτείται η ελαχιστοποίηση στο χώρο τιμών του διανύσματος β . Στην παραπάνω συνάρτηση με y_i συμβολίζεται η πραγματική τιμή ενός μεγέθους, ενώ με $f(x_i, \beta)$ η εκτίμηση της τιμής του που κάλλιστα θα μπορούσε να ναι η πρόβλεψη του. Είναι ξεκάθαρο ότι η συνάρτηση αποτυπώνει το τετραγωνικό σφάλμα και συνολικά φαίνεται πως η μέθοδος είναι άμεσα εφαρμόσιμη στα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης.

Η μέθοδος αυτή καθ' αυτή είναι όπως και οι υπόλοιπες μια επαναληπτική διαδικασία. Ξεκινώντας από ένα αρχικό σημείο του χώρου τιμών του διανύσματος παραμέτρων β εκτελεί μεταβάσεις προς άλλα με χαμηλότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Αυτό επιτυγχάνεται με την αντικατάσταση σε κάθε βήμα του διανύσματος β από ένα άλλο καλύτερο $\beta + \delta$. Η εκτίμηση του δ προκύπτει με γραμμικοποίηση των συναρτήσεων $f(x_i, \beta + \delta)$,

δηλαδή με προσέγγιση τους από πιο βολικές. Η μαθηματική σχέση που δίνει την γραμμικοποίηση είναι:

$$f(x_i, \beta + \delta) = f(x_i, \beta) + J_i * \delta$$

όπου $J_i = \frac{\partial f(x_i, \beta)}{\partial \beta}$ είναι ο πίνακας μερικών παραγώγων των συναρτήσεων ως προς τις παραμέτρους.

Στο σημείο που η αντικειμενική συνάρτηση παρουσιάζει ελάχιστο ισχύει ότι η παράγωγος της ως προς το δ θα είναι 0. Με αντικατάσταση της γραμμικοποίησης των f στην αντικειμενική συνάρτηση προκύπτει :

$$S(\beta + \delta) \approx \sum_{i=1}^m (y_i - f(x_i, \beta) - J_i * \delta)^2$$

ή σε μορφή πίνακα :

$$S(\beta + \delta) \approx \|y - f(\beta) - J * \delta\|^2$$

Παραγωγίζοντας την παραπάνω σχέση και εξισώνοντας με το 0 δίνει σαν αποτέλεσμα τη σχέση :

$$(J^T \cdot J) \cdot \delta = J^T |y - f(\beta)|$$

όπου J είναι ο πίνακας Jacobi.

Η τελευταία σχέση αποτυπώνει ένα σύστημα εξισώσεων που μπορεί να επιλυθεί για να ευρεθεί το δ . Ωστόσο, ο Levenberg εισήγαγε στο σύστημα εξισώσεων μια παράμετρο λ και αυτό πήρε τελικά τη μορφή :

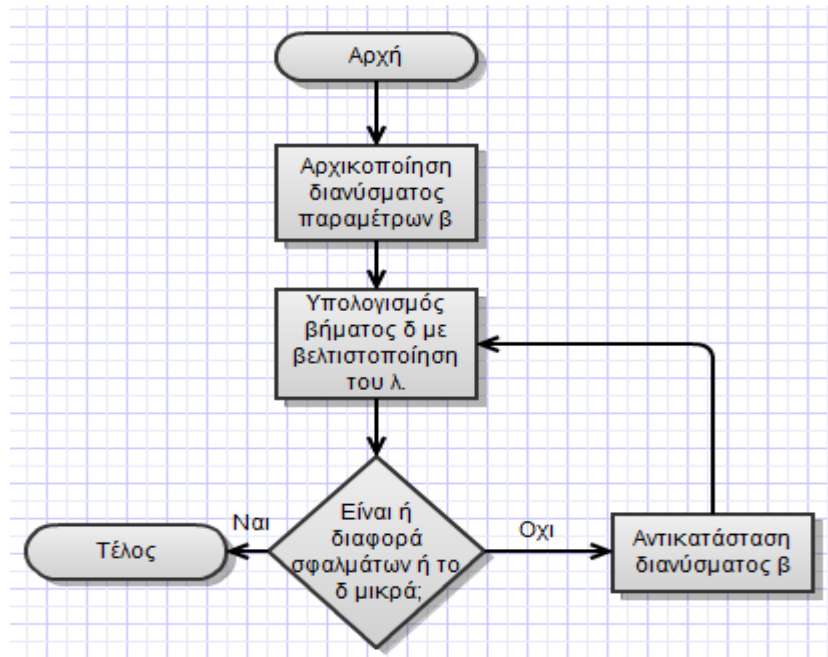
$$(J^T \cdot J + \lambda \cdot I) \cdot \delta = J^T |y - f(\beta)|$$

Η θετική παράμετρος λ , που προσαρμόζεται σε κάθε επανάληψη, ανάλογα την τιμή της οδηγεί τα βήματα της μεθόδου. Στην περίπτωση που λάβει μικρή τιμή το βήμα της μεθόδου μοιάζει με εκείνο της steepest descent, ενώ αν λάβει μεγάλη τιμή το βήμα της μεθόδου τείνει προς εκείνα των μεθόδων quasi-Newton. Με αυτή τη μορφή η μέθοδος παρουσίαζε, είτε αδυναμίες σύγκλισης, είτε αργή σύγκλιση σε σημεία που η παράγωγος έχει μικρή τιμή. Για αυτό τον λόγο με συμβολή του Marquardt προέκυψε η τελική μορφή της μεθόδου. Σε αυτή ο πίνακας I αντικαθίσταται από ένα άλλο διαγώνιο και το σύστημα εξισώσεων που δίνει το δ γίνεται τελικά:

$$(J^T \cdot J + \lambda \cdot \text{diag}(J^T \cdot J)) \cdot \delta = J^T |y - f(\beta)|$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι η ραχοκοκαλιά της τεχνικής Levenberg-Marquardt αφού δίνει τα βήματα της προς τη βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος. Στη μέθοδο οι επαναλήψεις συνεχίζονται έως ότου είτε το δ γίνει πολύ μικρό είτε η μείωση του σφάλματος (αντικειμενική συνάρτηση) γίνει αμελητέα. Ακολούθως δίνεται το διάγραμμα ροής της μεθόδου :

Διάγραμμα 4. 13 : Διάγραμμα ροής Levenberg Marquardt.



Κλείνοντας την αναφορά σε αυτή την τεχνική κρίνεται σκόπιμο να σχολιαστεί ο τρόπος με τον οποίο τιμάται η παράμετρος της λ . Γενικά έχουν γίνει πολλές αυθαίρετες προτάσεις για την επιλογή της. Κάποιες δίνουν γρήγορη σύγκλιση αλλά πιθανότατα σε τοπικά ελάχιστα. Από την άλλη πλευρά υπάρχουν προτάσεις που έχουν καλύτερη πιθανότητα σύγκλισης της μεθόδου σε ολικό βέλτιστο με κόστος όμως την αύξηση των βημάτων της όσο πιο κοντά φθάνει στο βέλτιστο. Η πρόταση του Marquardt είναι να επιλέγεται μια τιμή λ_0 και ένας παράγοντας $\nu > 1$. Με βάση το λ_0 και το λ_0/ν υπολογίζονται τα σφάλματα στα οποία οδηγούν τα βήματα που καθορίζουν αυτά. Εφόσον κανένα από τα δύο δεν είναι καλύτερο από το αρχικό σημείο υπολογίζονται σφάλματα για $\lambda = \lambda_0 \cdot \nu^k$ με $k=1,2,3,\dots$ μέχρι να βρεθεί κάποια τιμή που δίνει καλύτερο σφάλμα. Στην περίπτωση που για $\lambda = \lambda_0/\nu$ προκύπτει βελτίωση του σφάλματος επιλέγεται αυτή η τιμή για λ . Αν όμως δίνει χειρότερο σφάλμα σε αντίθεση με $\lambda = \lambda_0$ που δίνει καλύτερο, τότε για λ επιλέγεται το λ_0 . Σήμερα το ουσιαστικότερο είναι σε κάθε βήμα να βελτιστοποιείται η τιμή της παραμέτρου μέσα από ένα διάστημα τιμών της. Η βελτιστοποίηση αυτή μπορεί να γίνει με απλή γραμμική αναζήτηση που εύκολα εφαρμόζεται αλλά και με πιο πολύπλοκες αλλά γρήγορες μεθόδους όπως η golden section search που έχει παρουσιαστεί νωρίτερα σε αυτό το κεφάλαιο.

5. Σχεδίαση και υλοποίηση πειραμάτων

5.1 Εισαγωγή

Το κύριο αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η διερεύνηση των πιο αποδοτικών στα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης μεθόδων βελτιστοποίησης. Συγκεκριμένα, οι τεχνικές χρησιμοποιήθηκαν για την βέλτιστη επιλογή των παραμέτρων εξομάλυνσης των μοντέλων ώστε να ελαχιστοποιείται το σφάλμα πρόβλεψης. Εκτός από μεθόδους μαθηματικής βελτιστοποίησης, χρησιμοποιήθηκαν και τροποποιημένα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης τα οποία περιλαμβάνουν σχέσεις υπολογισμού των παραμέτρων και στα οποία δεν χρειάζεται βελτιστοποίηση. Με στόχο να εξαχθούν τα ζητούμενα συμπεράσματα πραγματοποιήθηκε ένας μεγάλος αριθμός πειραμάτων με ποικίλες παραμετροποιήσεις των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης πάνω στα δεδομένα του διαγωνισμού M3. Οι παραμετροποιήσεις των πειραμάτων που έλαβαν χώρα μπορούν να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία καθορίζεται το μοντέλο εξομάλυνσης και ο τρόπος με τον οποίο λαμβάνουν τιμές οι παράμετροι εξομάλυνσης. Η περιγραφή των επιλογών που ανήκουν σε αυτήν την κατηγορία παραμετροποιήσεων θα φανεί παράλληλα με την παράθεση των αποτελεσμάτων των πειραμάτων. Η δεύτερη κατηγορία αφορά την επιλογή του αρχικού επιπέδου και της αρχικής τάσης, εφόσον υπάρχει, από τις δυνατές αντιπροσωπευτικές τους τιμές. Οι επιλογές αυτές θα περιγραφούν στην συνέχεια στην ανάλυση για την επεξεργασία των χρονοσειρών. Τέλος, η τρίτη κατηγορία παραμετροποιήσεων αναφέρεται στις επιλογές των εσωτερικών παραμέτρων των τεχνικών βελτιστοποίησης. Οι τελευταίες αυτές επιλογές θα παρουσιαστούν πιο διεξοδικά στην παράγραφο του κεφαλαίου που αναφέρεται στις υλοποιηθείσες μεθόδους βελτιστοποίησης.

Στα πειράματα που υλοποιήθηκαν εξήχθησαν αποτελέσματα με βάση τον δείκτη σφάλματος smape (symmetric mean average percentage error) καθώς τα δημοσιευμένα αποτελέσματα του διαγωνισμού M3 ([Makridakis and Hibon, 2000](#)) αποτυπώνουν αυτό το δείκτη σφάλματος. Ωστόσο, η εκάστοτε διαδικασία βελτιστοποίησης έγινε με βάση το mse (mean square error). Τα αποτελέσματα που αφορούν τον υπολογιστικό φόρτο των μεθόδων βελτιστοποίησης αποτυπώνουν τον χρόνο που απαιτεί κάθε μέθοδος για να ολοκληρώσει την διαδικασία βελτιστοποίησης των μεθόδων. Περισσότερα για τα σφάλματα και τις υπολογιστικές απαιτήσεις των μεθόδων θα περιγραφούν στη συνέχεια του κεφαλαίου.

Σε αυτό το σημείο της εισαγωγής είναι σημαντικό να γίνει αναφορά στους διαγωνισμούς προβλέψεων ένας εκ των οποίων είναι και ο M3 του οποίου δεδομένα χρησιμοποιήθηκαν για τα πειράματα. Οι διαγωνισμοί προβλέψεων αποτελούν εμπειρικές μελέτες που έχουν ως στόχο την σύγκριση μεθόδων πρόβλεψης μέσα από την εφαρμογή τους σε μια μεγάλη συλλογή χρονοσειρών. Κάθε ενδιαφερόμενος μπορεί να συμμετάσχει σε αυτούς για να δοκιμάσει τη μέθοδο πρόβλεψης που έχει αναπτύξει. Καλείται απλώς να παραγάγει προβλέψεις για το σύνολο των χρονοσειρών του διαγωνισμού, παρέχοντας παράλληλα μια τεκμηρίωση της μεθόδου του. Κατά την ολοκλήρωση των διαγωνισμών αξιολογούνται όλες οι μέθοδοι και συγκρίνονται μεταξύ τους αλλά και με τις καθιερωμένες κοινά αποδεκτές

μεθόδους πρόβλεψης, όπως παραδείγματος χάριν η μέθοδος Holt. Το σημαντικότερο όσον αφορά τους διαγωνισμούς προβλέψεων είναι ότι εξασφαλίζουν αντικειμενικότητα και εγγυώνται τέλεια γνώση, οπότε είναι αξιόπιστες πηγές πληροφοριών για οποιονδήποτε χρειαστεί την παραγωγή προβλέψεων στον τομέα απασχόλησης του.

5.2 Χρονοσειρές M3

Ο διαγωνισμός M3 ([Ord, Hibon and Makridakis, 2000](#)) διοργανώθηκε κατά τα έτη 1998-1999 από το INSEAD με χορηγίες του επιστημονικού περιοδικού International Journal of forecasting. Το γεγονός πως τα δεδομένα που περιλάμβανε ο διαγωνισμός αυτός ήταν τεράστια σε όγκο και σε συνδυασμό με την απαίτηση για παραγωγή μεγάλου αριθμού προβλέψεων τον καθιστά ως τον μεγαλύτερο διαγωνισμό που έχει ολοκληρωθεί μέχρι σήμερα.

Τα δεδομένα του διαγωνισμού απαρτίζονται από 3003 διαφορετικές χρονοσειρές που έχουν αντληθεί από κάθε είδους οικονομική δραστηριότητα. Το σύνολο των χρονοσειρών αυτών έχει προκύψει από χρονοσειρές που έχουν διαφορετική χρονική απόσταση παρατηρήσεων αλλά και διαφορετικό είδος καταγεγραμμένων μεγεθών. Έτσι λοιπόν, στις 3003 διαφορετικές χρονοσειρές περιλαμβάνονται χρονοσειρές που διαφοροποιούνται και χρονικά αλλά και ποιοτικά, όσον αφορά τη φύση του καταγεγραμμένου μεγέθους. Φυσικά, μπορεί να γίνει επιμέρους ομαδοποίηση των χρονοσειρών σε ομάδες που έχουν κοινά χρονικά και ποιοτικά χαρακτηριστικά. Αυτή η κατηγοριοποίηση φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα :

Πίνακας 5. 1 : Είδη χρονοσειρών του διαγωνισμού M3

Είδος/Χρονική περίοδος	Μικροοικονομικές	Βιομηχανικές	Μάκρο-οικονομικές	Οικονομικές	Δημογραφικές	Άλλες	Συνολικές
Ετήσιες	146	102	83	58	245	11	645
Τριμηνιαίες	204	83	336	76	57	-	756
Μηνιαίες	474	334	312	145	111	52	1428
Άλλες	4	-	-	29	-	141	174
Συνολικές	828	519	731	308	413	204	3003

Όλες οι παραπάνω χρονοσειρές επιλέχθηκαν βάση κάποιων απαιτήσεων για να μπορούν να δημιουργήσουν ένα ικανοποιητικό μοντέλο προβλέψεων. Συγκεκριμένα, όλες οι χρονοσειρές πρέπει να αποτελούνται από ένα ικανοποιητικό αριθμό παρατηρήσεων που διαφέρει ανά χρονικό είδος. Πιο πρακτικά, το κάτω όριο πλήθους παρατηρήσεων ορίστηκε:

- Για τις ετήσιες χρονοσειρές στις 14, με μέσο όρο στο σύνολο τους τις 19 παρατηρήσεις.

- Για τις τριμηνιαίες χρονοσειρές στις 16 με μέσο όρο στο σύνολο τους τις 44 παρατηρήσεις.
- Για τις μηνιαίες χρονοσειρές στις 48 με μέσο όρο στο σύνολο τους τις 115 παρατηρήσεις.
- Για τις διάφορες(άλλες) χρονοσειρές στις 60 με μέσο όρο στο σύνολο τους τις 63 παρατηρήσεις.

Επίσης, σαν δεύτερη απαίτηση πρέπει όλες οι παρατηρήσεις των χρονοσειρών να είναι θετικές.

Με χρήση των χρονοσειρών του διαγωνισμού M3 ζητήθηκε να κατασκευαστούν μοντέλα πρόβλεψης για παραγωγή κάποιου αριθμού προβλέψεων στο μέλλον. Ο αριθμός των προβλέψεων πέρα από αυτές για τις υπάρχουσες χρονικές σειρές που ζητήθηκαν διέφερε σε κάθε χρονικό είδος χρονοσειράς. Πιο συγκεκριμένα, ζητήθηκαν :

- 6 προβλέψεις για ετήσια δεδομένα
- 8 προβλέψεις για τριμηνιαία δεδομένα
- 18 προβλέψεις για μηνιαία δεδομένα
- 8 προβλέψεις για δεδομένα της κατηγορίας «άλλες»

Τα πειράματα που υλοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία έγιναν στα πλαίσια του διαγωνισμού M3 με χρήση των χρονοσειρών του. Έτσι λοιπόν, υπολογίστηκαν προβλέψεις με βάση τους παραπάνω χρονικούς ορίζοντες.

5.3 Επεξεργασία χρονοσειρών

Με στόχο την κατασκευή των βέλτιστων δυνατών μοντέλων πρόβλεψης από τις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 απαιτείται η επεξεργασία τους. Πρωτού γίνει αναφορά στους δύο άξονες επεξεργασίας τους πρέπει να αναφερθεί ότι κάθε χρονοσειρά χωρίζεται σε δύο άλλες. Η πρώτη περιέχει όλες τις τιμές μιας χρονοσειράς εκτός από εκείνες για τις οποίες πρέπει να παραχθούν προβλέψεις, ενώ η δεύτερη τις προηγουμένως εξαιρεθείσες τιμές. Σε όποιο σημείο της παρούσης εργασίας αναφέρεται χρονοσειρά εννοείται η πρώτη χρονοσειρά, ενώ η δεύτερη χρονοσειρά στο εξής θα αναφέρεται ως κρυφές τιμές. Ο πρώτος και προφανής άξονας επεξεργασίας των χρονοσειρών είναι ο χειρισμός της εποχιακότητας τους εφόσον υπάρχει. Ο δεύτερος άξονας δεν είναι τόσο προφανής και ίσως ξενίσει πολλούς. Σε αυτόν οι χρονοσειρές χρησιμοποιούνται για να υπολογιστεί η αρχική τιμή τάσης και επιπέδου της κάθε μιας από αυτές. Οι αρχικές αυτές παράμετροι των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης είναι γνωστό πως μπορούν να πάρουν διάφορες τιμές που όμως πάντα προκύπτουν από επεξεργασία των παρατηρήσεων των χρονοσειρών. Στη συνέχεια θα φανούν πιο διεξοδικά οι δύο αυτοί άξονες.

5.3.1 Χειρισμός εποχιακότητας

Η εποχιακότητα όπως είναι γνωστό([De Gooijer and Hyndman, 2006](#); [Gardner, 1985](#); [Gardner, 2006](#)) αποτελεί μια από τις χαρακτηριστικές συνιστώσες μιας χρονοσειράς, που

αποτυπώνει τις περιοδικές διακυμάνσεις της τιμής του μεγέθους μέσα σε ένα έτος. Γενικά δεν είναι απαραίτητο ότι μια χρονοσειρά θα παρουσιάζει εποχιακότητα. Για αυτό το λόγο έχουν δημιουργηθεί διάφορα τεστ που ελέγχουν μια χρονοσειρά ως προς την ύπαρξη εποχιακότητας. Το σημαντικότερο και πιο γνωστό από αυτά τα τεστ είναι το autocorrelation test (ACF). Από τη στιγμή που θα επιβεβαιωθεί η ύπαρξη εποχιακότητας θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί κάποια μέθοδος απομόνωσης της έτσι ώστε να δημιουργηθούν καλύτερα μοντέλα πρόβλεψης. Μέθοδοι αποεποχικοποίησης υπάρχουν πολλοί, η σημαντικότερη εκ των οποίων όμως είναι η μέθοδος αποσύνθεσης. Η τελευταία αν και δεν δίνει τα καλύτερα έναντι άλλων αποτελέσματα θεωρείται η σημαντικότερη λόγω της ευρείας εφαρμογής της στην κατασκευή μοντέλων πρόβλεψης από χρονοσειρές. Κάθε μέθοδος αποεποχικοποίησης υπολογίζει κάποιους συντελεστές οι οποίοι πολλαπλασιαζόμενοι με τις τιμές της χρονοσειράς απαλείφουν την επίδραση της εποχιακότητας του μεγέθους. Με τη χρονοσειρά της οποίας έχει απαλειφθεί η εποχιακότητα κατασκευάζεται το μοντέλο πρόβλεψης και παράγονται οι προβλέψεις. Τελικά οι προβλέψεις επαναεποχικοποιούνται πολλαπλασιαζόμενες με τους αντίστροφους των συντελεστών αποεποχικοποίησης. Φυσικά είναι προφανές ότι οι συντελεστές έχουν ίδια τιμή για την ίδια χρονική περίοδο κάθε έτους είτε αυτή είναι τρίμηνο είτε είναι μήνας είτε είναι κάτι διαφορετικό.

Συγκεκριμένα στις χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 πολλά από τα παραπάνω βήματα δε χρειάστηκε να εκτελεστούν. Αρχικά, ο έλεγχος εποχιακότητας ήταν περιττός καθώς ήταν γνωστό για κάθε χρονοσειρά το αν είναι εποχιακή. Παράλληλα, δεν απαιτήθηκε η εφαρμογή μεθόδου αποεποχικοποίησης για τον υπολογισμό συντελεστών αποεποχικοποίησης διότι οι συντελεστές αυτοί δίνονταν για κάθε χρονοσειρά που παρουσίαζε εποχιακότητα. Εποχιακές χρονοσειρές υπάρχουν μόνο στα μηνιαία και στα τριμηνιαία δεδομένα, και όχι στα ετήσια και τα διάφορα. Για τα μηνιαία και τα τριμηνιαία λοιπόν δεδομένα, έχει προσαρτηθεί στην εφαρμογή, που δημιουργήθηκε για την υλοποίηση των πειραμάτων βελτιστοποίησης της παρούσας εργασίας, η δυνατότητα αποεποχικοποίησης των χρονοσειρών με βάση τους δοθέντες συντελεστές αποεποχικοποίησης. Συγκεκριμένα, καλείται ο χρήστης να επιλέξει αν θα γίνει αποεποχικοποίηση των χρονοσειρών. Στην περίπτωση που η επιλογή είναι να πραγματοποιηθεί τότε αποεποχικοποιούνται οι χρονοσειρές πριν γίνει η κατασκευή του μοντέλου πρόβλεψης, ακολούθως παράγονται οι προβλέψεις και τελικά οι αυτές επαναεποχικοποιούνται για να περιλαμβάνουν την εποχιακότητα του μεγέθους. Στην αντίθετη περίπτωση που ο χρήστης δεν επιλέξει να αποεποχικοποιηθούν οι χρονοσειρές τότε θα κατασκευαστεί απλά το μοντέλο πρόβλεψης και θα παραχθούν προβλέψεις πολύ χειρότερες από αυτές των αποεποχικοποιημένων χρονοσειρών.

5.3.2 Υπολογισμός τάσης/επιπέδου

Το αρχικό επίπεδο και η αρχική τάση κατέχουν δεσπόζουσα θέση στην αποτελεσματικότητα ενός μοντέλου προβλέψεων εκθετικής εξομάλυνσης ([De Gooijer and Hyndman, 2006](#); [Gardner, 1985](#); [Gardner, 2006](#)). Η κατάλληλη επιλογή τους συντελεί στην παραγωγή προβλέψεων με περιορισμένο σφάλμα για αυτό και πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή κατά την τιμολόγησή τους. Γενικά υπάρχουν διάφορες αντιπροσωπευτικές τιμές που

μπορούν να πάρουν, όπως άλλωστε έχει αναφερθεί και νωρίτερα στην παρούσα εργασία. Πάντως, όλες οι τιμές προκύπτουν από επεξεργασία των τιμών της εκάστοτε χρονοσειράς. Ίσως, στο παραπάνω να αποτελεί εξαίρεση η τιμολόγηση του αρχικού επιπέδου με την τιμή της πρώτης παρατήρησης, που ουσιαστικά δεν αποτελεί επεξεργασία της χρονοσειράς. Οι υπόλοιπες κατάλληλες τιμές, που έχουν παρουσιαστεί αναλυτικά σε προηγούμενο κεφάλαιο, αποτελούν αποτέλεσμα επεξεργασίας των χρονοσειρών με αποκορύφωμα τις τιμολογήσεις με βάση το μοντέλο παλινδρόμησης. Στην τελευταία περίπτωση, η χρονοσειρά χρησιμοποιείται έτσι ώστε να δημιουργηθεί η γραμμή παλινδρόμησης της οποίας η κλίση και το αρχικό σημείο ορίζονται ως αρχική τάση και αρχικό επίπεδο του μοντέλου πρόβλεψης αντίστοιχα.

Σε αυτό το σημείο κρίνεται σκόπιμο να γίνει μια παρένθεση για να παρουσιαστεί συνοπτικά το μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης. Η γραμμική παλινδρόμηση είναι μια διαδικασία η οποία από μια συλλογή ζευγών τιμών (x_i, y_i) παράγει μια ευθεία της μορφής $\hat{Y} = aX + \beta$ η οποία προσεγγίζει βέλτιστα αυτά τα ζεύγη τιμών. Η γραμμική παλινδρόμηση ορίζει τον υπολογισμό του αρχικού σημείου β και της κλίσης a μέσω των σχέσεων :

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

Και

$$a = \bar{Y} - \beta \bar{X}$$

Οι παραπάνω σχέσεις προκύπτουν από την απαίτηση της μεθόδου να ελαχιστοποιείται το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων της παλινδρόμησης, να ελαχιστοποιείται δηλαδή η παρακάτω σχέση :

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - a - \beta X_i)^2$$

Η παλινδρόμηση των χρονοσειρών γίνεται ορίζοντας Y_i τις τιμές της χρονοσειράς και ως X_i μια αριθμητική πρόοδο με αρχική τιμή ίσον με 1 και βήμα επίσης ίσον με 1.

Στην εφαρμογή που υλοποιήθηκε για την πραγματοποίηση των πειραμάτων της παρούσης εργασίας δίνεται η δυνατότητα στο χρήστη να επιλέξει το αρχικό επίπεδο και την αρχική τάση που επιθυμεί από τις κατάλληλες τιμές. Του δίνεται επομένως η δυνατότητα να επεξεργαστεί όπως επιθυμεί τις χρονοσειρές για να αντλήσει τις επιθυμητές αρχικές παραμέτρους του μοντέλου εξομάλυνσης.

5.4 Υπολογισμός σφαλμάτων/χρόνου

Τα πειράματα που εκτελέστηκαν σε αυτήν τη διπλωματική εργασία έγιναν με σκοπό την αξιολόγηση τεχνικών βελτιστοποίησης που εφαρμόζονται για την επιλογή των μεταβλητών εξομάλυνσης. Η αξιολόγηση των τεχνικών έγινε κρίνοντας δύο διαφορετικά αποτελέσματα. Το πρώτο εξ αυτών είναι το σφάλμα πρόβλεψης, ενώ το δεύτερο είναι ο απαιτούμενος χρόνος βελτιστοποίησης. Αρχικά όσον αφορά τα σφάλματα ([Armstrong and Collopy, 1992](#); [Collopy and Fildes, 1992](#)), στα πειράματα που έγιναν χρησιμοποιήθηκαν δύο διαφορετικά μέτρα σφάλματος. Το πρώτο εξ αυτών που χρησιμοποιήθηκε είναι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) και ορίστηκε ως συνάρτηση κόστους των τεχνικών βελτιστοποίησης, ενώ το δεύτερο είναι το συμμετρικό μέσο ποσοστιαίο σφάλμα (SMAPE). Αυτά επιλέχθηκαν για να είναι τα αποτελέσματα συγκρίσιμα με αυτά του διαγωνισμού M3([Ord, Hibon and Makridakis, 2000](#)). Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα υπολογίστηκε για τις προβλέψεις του εκάστοτε μοντέλου εξομάλυνσης που αφορούν τις τιμές των χρονοσειρών. Είναι γνωστό πως ένα μοντέλο πρόβλεψης μέχρι να φτάσει να προβλέψει τιμές του μεγέθους στο μέλλον πρέπει πρώτα να προβλέψει τιμές για όλες τις χρονικές στιγμές της χρονοσειράς, των οποίων όμως είναι γνωστές οι πραγματικές τιμές. Έτσι λοιπόν υπολογίζεται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα των προβλέψεων αφού είναι γνωστές και οι πραγματικές τιμές. Αυτό το μέσο τετραγωνικό σφάλμα χρησιμοποιείται από τις τεχνικές βελτιστοποίησης ως αντικειμενική συνάρτηση για την επιλογή των παραμέτρων εξομάλυνσης του μοντέλου. Το συμμετρικό μέσο ποσοστιαίο σφάλμα χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του σφάλματος των προβλέψεων για τις κρυφές τιμές. Αφού ολοκληρωθεί η βελτιστοποίηση των παραμέτρων παράγονται οι προβλέψεις στο μέλλον, δηλαδή για τις κρυφές τιμές και υπολογίζεται το σφάλμα με τη βοήθεια των κρυφών τιμών. Ουσιαστικά, το δεύτερο αυτό σφάλμα είναι που δίνει το σφάλμα πρόβλεψης του μοντέλου και δείχνει την ακρίβεια των αποτελεσμάτων που δίνει η εκάστοτε τεχνική βελτιστοποίησης. Ακολούθως, όσον αφορά το χρόνο εκτέλεσης των τεχνικών βελτιστοποίησης αυτός εκφράζει τις υπολογιστικές απαιτήσεις της μεθόδου. Σε κάθε πείραμα που εκτελέστηκε υπολογίστηκε αυστηρά ο χρόνος της βελτιστοποίησης χωρίς να περιλαμβάνεται κανένας περιττός υπολογισμός. Να ξεκαθαριστεί ότι στον υπολογισμένο χρόνο περιλαμβάνεται μόνο η παραγωγή των απαιτούμενων για τη βελτιστοποίηση προβλέψεων (όσες οι τιμές της χρονοσειράς συν μια) για όσους διαφορετικούς συνδυασμούς παραμέτρων απαιτεί η εκάστοτε μέθοδος και ότι οι προβλέψεις για τις κρυφές τιμές με τις βέλτιστες παραμέτρους υπολογίζονται εκ των υστέρων εκτός χρόνου.

5.5 Υλοποιηθείσες μέθοδοι βελτιστοποίησης

Στα πλαίσια της παρούσης εργασία υλοποιήθηκε ένας μεγάλος αριθμός τεχνικών βελτιστοποίησης για την επιλογή των παραμέτρων εξομάλυνσης. Όλες οι τεχνικές είναι μηδενικής τάξης, δηλαδή δεν κάνουν χρήση παραγώγων της συνάρτησης κόστους του προβλήματος. Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα οι τεχνικές πολλές φορές περιέχουν εσωτερικές μεταβλητές που χρειάζονται επίσης κατάλληλη τιμολόγηση, ωστόσο θα ήταν υπερβολικό να γίνει βελτιστοποίηση και σε αυτές και η πολυπλοκότητα τους θα αυξανόταν εκθετικά. Γενικά οι τιμές τους επιλέχθηκαν μέσα από κάποιες δοκιμές έως ότου βρεθούν

ικανοποιητικές από άποψη αποτελεσμάτων των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης. Στη συνέχεια θα παρατεθούν με τη σειρά όλες οι μέθοδοι βελτιστοποίησης που υλοποιήθηκαν με πληροφορίες για το που εφαρμόστηκαν και για τις τιμές των εσωτερικών παραμέτρων λειτουργίας τους.

Γραμμική αναζήτηση.

Η γραμμική αναζήτηση χρησιμοποιήθηκε σε όλα τα κλασικά μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης. Επίσης, χρησιμοποιήθηκε στην επιλογή των εσωτερικών μεταβλητών της μεθόδου STES που περιλαμβάνει δυναμική προσαρμογή της μεταβλητής εξομάλυνσης του επιπέδου. Στο κλασικό μοντέλο σταθερού επιπέδου εκτελέστηκε με ακρίβεια 0.001, στη μέθοδο Holt με ακρίβεια 0.01 ενώ στο μοντέλο μη γραμμικής τάσης με ακρίβεια 0.05.

Βελτιωμένη γραμμική αναζήτηση.

Η βελτιωμένη γραμμική αναζήτηση εφαρμόστηκε σε όλα τα κλασικά μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης όπως και η απλή. Η αρχική ακρίβεια της γραμμικής αναζήτησης ορίστηκε ίση με 0.05. Η ακρίβεια κάθε επόμενης γραμμικής αναζήτησης τίθεται το μισό της προηγούμενης. Επίσης οι περιοχές στις οποίες εκτελείται κάθε φορά η νέα γραμμική αναζήτηση έχουν μήκος όσο 20 νέα βήματα, 10 αριστερά του κέντρου (βέλτιστο προηγούμενης γραμμικής αναζήτησης) και 10 δεξιά. Τέλος, ακρίβεια(κέρδος από γραμμική σε γραμμική) που απαιτείται για να ολοκληρωθεί η μέθοδος τέθηκε ίση με 1%.

Διαδική 0.33/0.67.

Η τεχνική αυτή εφαρμόστηκε σε όλα τα κλασικά μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης. Το βήμα της μεθόδου αρχικά έχει τιμή 0.17 και σε κάθε επανάληψη υποδιπλασιάζεται. Επίσης όπως η προηγούμενη, ολοκληρώνεται όταν το όφελος σε ακρίβεια από επανάληψη σε επανάληψη είναι μικρότερο του 1%.

Γενικευμένη δυαδική.

Η μέθοδος αυτή αποτελεί γενίκευση της προηγούμενης. Ουσιαστικά αποτελεί την προηγούμενη εφόσον εξεταστούν περισσότερα αρχικά σημεία σε επιμέρους τμήματα του αρχικού διαστήματος. Ο αριθμός των διαστημάτων στα οποία χωρίζεται το αρχικό διάστημα επιλέγεται από τον χρήστη και στα πειράματα έχουν χρησιμοποιηθεί διάφορες τιμές για να εκτιμηθεί πως επηρεάζεται το αποτέλεσμα από τον αριθμό τους. Το βήμα της μεθόδου αρχικά έχει τιμή που εξαρτάται από το μήκος του κάθε υποδιαστήματος έτσι ώστε να εξετάζεται όλος ο χώρος τιμών των μεταβλητών εξομάλυνσης και μετά από κάθε

επανάληψη υποδιπλασιάζεται. Εφαρμόστηκε όπως και οι προηγούμενες σε όλα τα κλασικά μοντέλα.

Hooke-Jeeves pattern search.

Η τεχνική αυτή αρχικοποιήθηκε με βήμα εξερεύνησης ίσον με 0.1. Μετά από κάθε επανάληψη του βρόγχου της μεθόδου το βήμα υποδεκαπλασιάζεται και τελικά η τεχνική ολοκληρώνεται όταν το βήμα γίνει μικρότερο του 0.001. Και αυτή εφαρμόστηκε σε όλα τα κλασικά μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης, αφού δεν έχει περιορισμούς στη χρήση της.

Golden section search.

Η μέθοδος αυτή εφαρμόστηκε μόνο σε μοντέλα σταθερού επιπέδου που ζητείται η βελτιστοποίηση μιας παραμέτρου εξομάλυνσης, καθώς λειτουργεί μόνο σε μονοπαραμετρικά προβλήματα βελτιστοποίησης. Σαν μέθοδος το μόνο που απαιτεί είναι ο ορισμός της συνθήκης ολοκλήρωσης της που ορίστηκε να συμβεί όταν είτε το διάστημα που εξετάζει γίνει μικρότερο από 0.0001 είτε όταν εκτελεστούν 50 επαναλήψεις.

Προσομοιωμένη ανόπτωση (simulated annealing)

Η προσομοιωμένη ανόπτωση περιέχει αρκετές εσωτερικές μεταβλητές οι οποίες απαιτούν κατάλληλη τιμολόγηση. Αρχικά, πρέπει να οριστεί η αρχική θερμοκρασία που τέθηκε ίση με 10. Επίσης είναι σημαντικό να οριστεί η θερμοκρασία στην οποία ολοκληρώνεται η μέθοδος, όπου για τις ανάγκες των πειραμάτων της παρούσης εργασίας τέθηκε ίση με 0.0000001. Εκτός αυτών πρέπει να οριστεί ο τρόπος μείωσης της θερμοκρασίας, που εδώ τέθηκε να μειώνεται κάθε φορά κατά 70%. Παράλληλα, ορίζεται και ο αριθμός βημάτων ανά θερμοκρασία, με την επιλεχθείσα τιμή να είναι ίση με 15. Τέλος, η μέθοδος απαιτεί τον ορισμό κάποιων δικλίδων ολοκλήρωσης όταν ικανοποιούνται κάποιες συνθήκες, αλλά δεν κρίνεται σκόπιμο να γίνει περαιτέρω αναφορά σε αυτές. Εφαρμόστηκε και αυτή σε όλα τα κλασικά μοντέλα εξομάλυνσης.

Αναρρίχηση λόφων.

Η αναρρίχηση λόφων που εφαρμόστηκε στα πειράματα της εργασίας σχεδιάστηκε ώστε να επαναλαμβάνεται από 20 διαφορετικά τυχαία αρχικά σημεία. Είναι η μορφή της μεθόδου που έχει αναφερθεί ως αναρρίχηση λόφων με επανεκκινήσεις, που εδώ είναι 20. Το βήμα της αναρρίχησης ή μάλλον καλύτερα κατάβασης αφού ζητείται ελαχιστοποίηση είναι σταθερό και δίνεται από το χρήστη. Γενικά στα πειράματα δοκιμάστηκαν διαφορετικά μήκη βήματος για να μελετηθούν οι αλλαγές στην απόδοση της ανάλογα με την αλλαγή τους.

Μέθοδοι δυναμικής επιλογής παραμέτρων

Εδώ περιλαμβάνονται τα μοντέλα εξομάλυνσης του Snyder(1988) και η STES. Σε αυτά δεν χρησιμοποιείται τεχνική βελτιστοποίησης καθώς περιέχουν σχέσεις υπολογισμού της μεταβλητής εξομάλυνσης. Γίνεται αναφορά σε μια μόνο μεταβλητή διότι είναι μέθοδοι σταθερού επιπέδου. Η μέθοδος STES περιέχει 2 εσωτερικές μεταβλητές που επιλέγονται με

γραμμική αναζήτηση ακρίβειας 0.1 στο διάστημα $[-1,1]$. Επίσης ως μεταβλητή μετάβασης επιλέχθηκε το τετραγωνικό σφάλμα της πρόβλεψης ανά χρονική στιγμή. Από την άλλη πλευρά, η δεύτερη μέθοδος δεν χρειάζεται κάποια παραμετροποίηση είναι όμως σημαντικό να γίνουν οι κατάλληλες αρχικοποιήσεις των μεταβλητών της, με πιο σημαντικό το αρχικό επίπεδο που τίθεται ίσον με 0.

6. Αποτελέσματα

6.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο που ακολουθεί θα γίνει εκτενής παρουσίαση των αποτελεσμάτων των πειραμάτων που έγιναν στα πλαίσια της παρούσης εργασίας. Τα αποτελέσματα θα παρατεθούν με βάση το μοντέλο εκθετικής εξομάλυνσης που εκτελέστηκε και στο οποίο εφαρμόστηκε η εκάστοτε τεχνική βελτιστοποίησης των μεταβλητών εξομάλυνσης. Έτσι λοιπόν, αρχικά θα παρατεθούν αποτελέσματα για τα μοντέλα σταθερού επιπέδου, είτε σταθερής μεταβλητής είτε μεταβαλλόμενης. Ακολούθως, θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα στο μοντέλο γραμμικής τάσης και τέλος αυτά των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης μη γραμμικής τάσης. Παράλληλα με την παράθεση των αποτελεσμάτων θα δίνονται και διαγράμματα αυτών για εύκολη αντιπαραβολή των μεθόδων. Αφού ολοκληρωθεί η παράθεση των αποτελεσμάτων, θα γίνει σύνοψη και σχολιασμός τους, ενώ παράλληλα θα επιχειρηθεί να προταθεί μια φόρμουλα επιλογής τεχνικής βελτιστοποίησης των παραμέτρων εξομάλυνσης ανάλογα με το είδος των χρονοσειρών και το μοντέλο εκθετικής εξομάλυνσης. Τέλος στο κλείσιμο του κεφαλαίου θα γίνουν αναφορές σε μελλοντικές επεκτάσεις που μπορούν να γίνουν πάνω στη βελτιστοποίηση των μεταβλητών εξομάλυνσης των μοντέλων εκθετικής εξομάλυνσης.

6.2 Αποτελέσματα μοντέλων σταθερού επιπέδου

Τα μοντέλα σταθερού επιπέδου που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία και υλοποιήθηκαν στα πειράματα είναι εκτός του κλασικού μοντέλου (ses) το STES και αυτό του Snyder(1988). Στο κλασικό μοντέλο χρησιμοποιήθηκαν τεχνικές βελτιστοποίησης, ενώ στα άλλα αυτό δεν χρειάστηκε καθώς συμπεριλαμβάνουν σχέσεις δυναμικού υπολογισμού της μεταβλητής εξομάλυνσης από τις τιμές της χρονοσειράς.

Όλοι οι πίνακες αποτελεσμάτων αποτυπώνουν τα smarte σφάλματα για διαφορετικές επιλογές αρχικού επιπέδου. Σημειώνεται ότι στις παρενθέσεις δίνεται ο χρόνος βελτιστοποίησης σε ms.

Τα αποτελέσματα από την εκτέλεση των τεχνικών βελτιστοποίησης θα παρουσιαστούν σε κοινό πίνακα. Εξάιρεση σε αυτό αποτελεί η αναρρίχηση λόφων και η γενικευμένη δυαδική των οποίων τα αποτελέσματα θα παρουσιαστούν ξεχωριστά αφού εκτελέστηκαν για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων τους. Τέλος, τα αποτελέσματα των μοντέλων μεταβαλλόμενης τιμής παραμέτρου εξομάλυνσης δίνονται σε ξεχωριστό πίνακα. Προφανώς, υπάρχουν διαφορετικοί πίνακες για κάθε χρονικό τύπο χρονοσειρών.

Μηνιαία δεδομένα

Σταθερή παράμετρος

Πίνακας 6. 1 : Αποτελέσματα ses μηνιαία

	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
Γραμμική επιλογή	15,24% (101,2)	15,39% (99,1)	15,28% (101,7)
Αναζήτηση στα 0.33&0.67	15,25% (2,9)	15,37% (3,2)	15,27% (3,0)
Έξυπνη γραμμική	15,24% (7,9)	15,39% (7,6)	15,28% (8,0)
Hooke-Jeeves	15,26% (2,6)	15,40% (2,5)	15,29% (2,7)
Golden section	15,26% (2,5)	15,37% (2,4)	15,28% (2,5)
Annealing	15,30% (103,4)	15,46% (97,2)	15,37% (105,9)

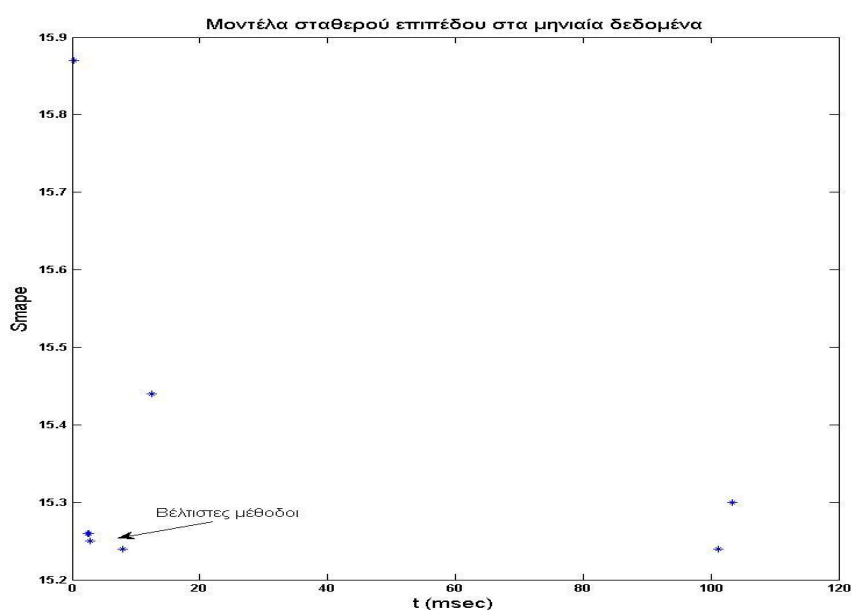
Μεταβαλλόμενη παράμετρος

Πίνακας 6. 2 : Αποτελέσματα Stes/Kalman μηνιαία

	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
Stes	15,44% (12,4)	15,32% (12,0)	15,41% (12,0)
Kalman Snyder		15,87% (0,3)	

Το ακόλουθο διάγραμμα δίνει εποπτική εικόνα των παραπάνω αποτελεσμάτων για αρχικό επίπεδο αυτό της γραμμής παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 1 : Smapε(t) σταθερό επίπεδο/μηνιαία.



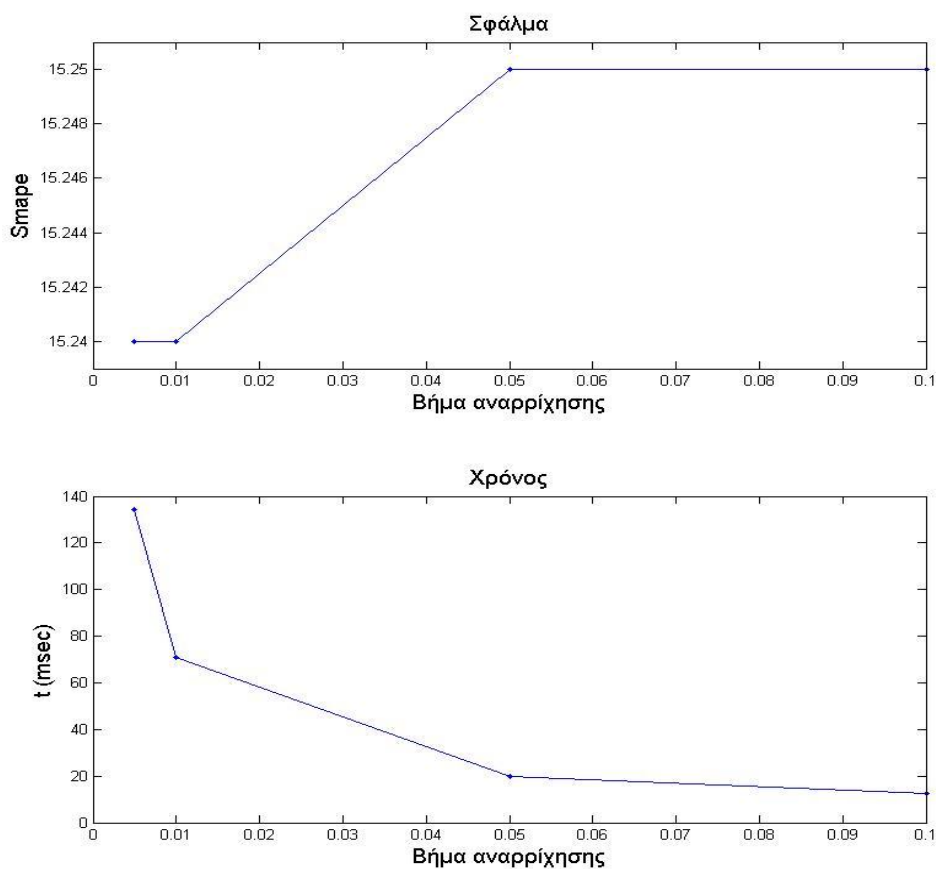
Η εφαρμογή της αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις στο κλασικό μοντέλο σταθερού επιπέδου για διαφορετικές τιμές αρχικού επιπέδου και βήματος μεθόδου έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα.

Πίνακας 6. 3 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων ses μηνιαία

Τιμή βήματος αναρρίχησης	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
0,1	15,25% (12,6)	15,39% (12,7)	15,28% (12,6)
0,05	15,25% (19,9)	15,39% (20,4)	15,27% (19,4)
0,01	15,24% (71,1)	15,37% (70,1)	15,27% (70,5)
0,005	15,24% (134,1)	15,36% (135,4)	15,27% (135,5)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από το βήμα της αναρρίχησης, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 2 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Ses,μηνιαία)



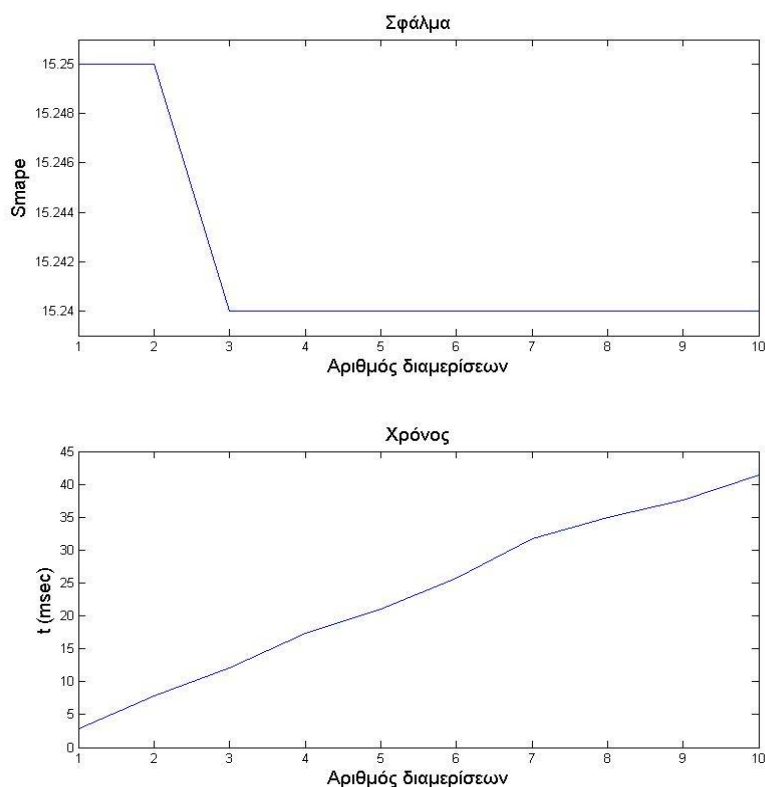
Με εφαρμογή της γενικευμένης δυαδικής αναζήτησης προέκυψαν τα αποτελέσματα σφάλματος(&χρόνου) του παρακάτω πίνακα(συναρτήσει αριθμού διαμερίσεων και αρχικού επιπέδου).

Πίνακας 6. 4 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής ses μηνιαία.

N ο αριθμός των διαμερίσεων του διαστήματος.	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
1	15,25% (2,8)	15,37% (3,6)	15,27% (2,9)
2	15,25% (7,8)	15,37% (8,7)	15,27% (7,8)
3	15,24% (12,1)	15,36% (13,3)	15,27% (12,5)
4	15,24% (17,4)	15,36% (17,6)	15,27% (16,6)
5	15,24% (21,1)	15,37% (22,5)	15,27% (20,6)
6	15,24% (25,7)	15,36% (26,7)	15,27% (24,6)
7	15,24% (31,8)	15,36% (30,3)	15,27% (29,0)
8	15,24% (34,9)	15,37% (34,0)	15,27% (33,9)
9	15,24% (37,6)	15,37% (37,7)	15,27% (37,9)
10	15,24% (41,4)	15,37% (41,3)	15,27% (41,6)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από τον αριθμό διαμερίσεων του διαστήματος στην γενικευμένη δυαδική, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 3 : Εξάρτηση Smape,χρόνου από διαμερίσεις.(Ses,μηνιαία)



Τριμηνιαία δεδομένα

Σταθερή παράμετρος

Πίνακας 6. 5 : Αποτελέσματα ses τριμηνιαία

	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
Γραμμική επιλογή	9,86% (65,0)	10,00% (65,8)	9,82% (64,4)
Αναζήτηση στα 0.33&0.67	9,86% (1,8)	9,94% (1,7)	9,81% (1,7)
Έξυπνη γραμμική	9,87% (4,1)	10,00% (3,8)	9,82% (3,9)
Hooke-Jeeves	9,86% (1,8)	9,97% (1,8)	9,81% (1,8)
Golden section	9,86% (1,9)	9,93% (1,9)	9,81% (1,9)
Annealing	9,83% (44,8)	9,99% (41,2)	9,80% (43,8)

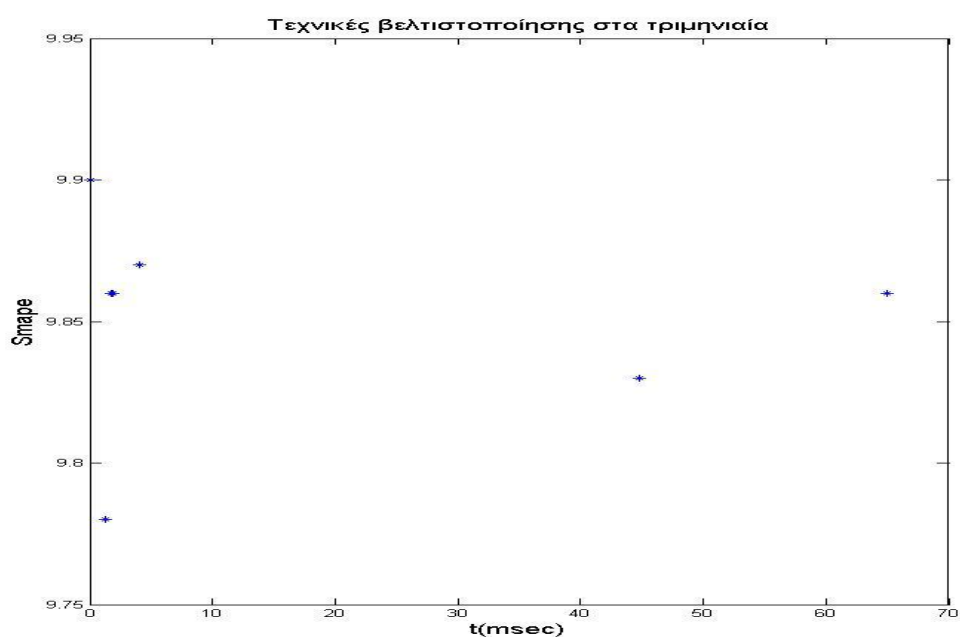
Μεταβαλλόμενη παράμετρος

Πίνακας 6. 6 : Αποτελέσματα Stes/Kalman τριμηνιαία

	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
Stes	9,78% (1,3)	9,83% (1,3)	9,83% (1,3)
Kalman Snyder		9,90% (0,1)	

Τα αποτελέσματα από τους δύο παραπάνω πίνακες για το επίπεδο παλινδρόμησης φαίνονται στο επόμενο σχήμα.

Διάγραμμα 6. 4 : $S_{\text{map}}(t)$ σταθερό επίπεδο/τριμηνιαία.



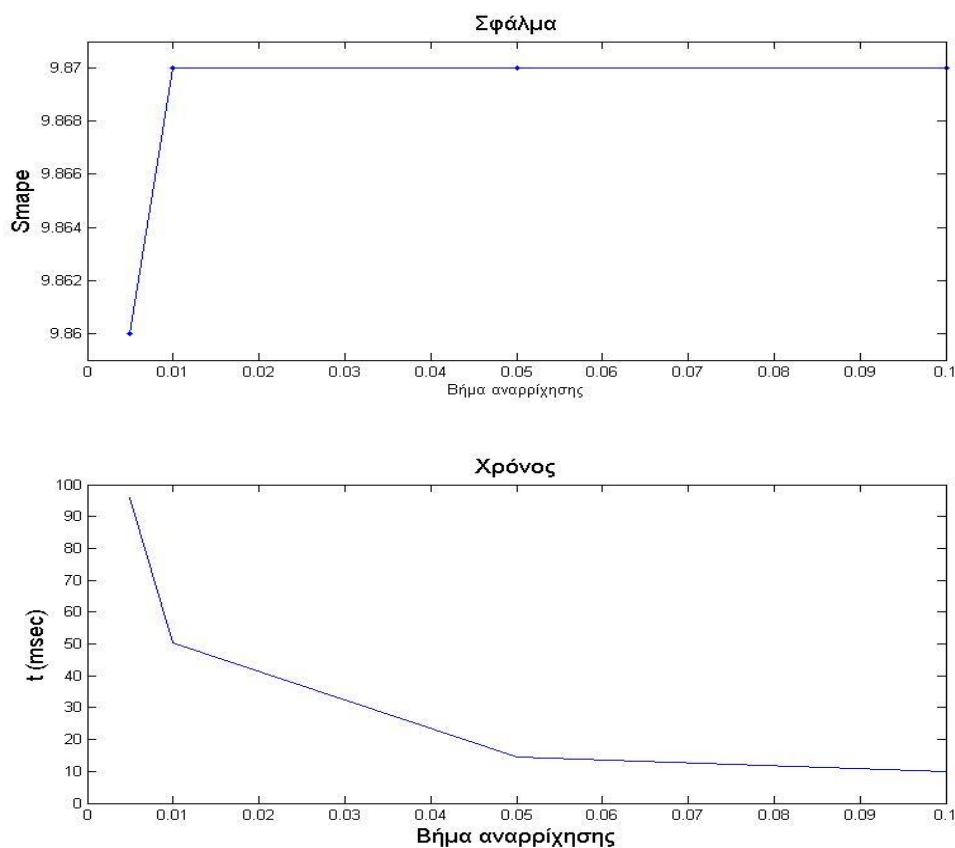
Η εφαρμογή της αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις στο κλασικό μοντέλο σταθερού επιπέδου για διαφορετικές τιμές αρχικού επιπέδου και βήματος μεθόδου έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα.

Πίνακας 6. 7 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων ses τριμηνιαία

Τιμή βήματος αναρρίχησης	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
0,1	9,87% (9,8)	10,00% (9,9)	9,82% (10,2)
0,05	9,87% (14,4)	9,99% (14,6)	9,82% (14,7)
0,01	9,87% (50,4)	9,94% (53,8)	9,82% (51,1)
0,005	9,86% (95,8)	9,93% (99,3)	9,82% (98,9)

Στο ακόλουθο σχήμα φαίνεται η εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από το βήμα της αναρρίχησης, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 5 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Ses,τριμηνιαία)



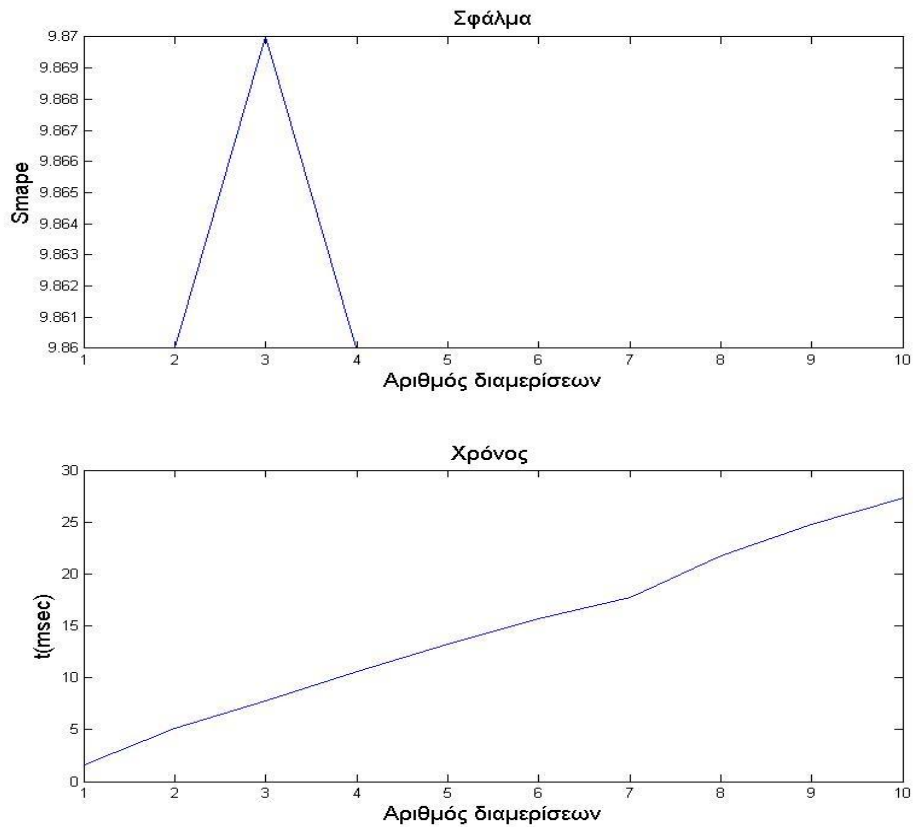
Με εφαρμογή της γενικευμένης δυαδικής αναζήτησης προέκυψαν τα αποτελέσματα σφάλματος(&χρόνου) του πίνακα της επόμενης σελίδας(συναρτήσσει αριθμού διαμερίσεων και αρχικού επιπέδου).

Πίνακας 6. 8 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής ses τριμηνιαία.

N ο αριθμός των διαμερίσεων του διαστήματος.	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
1	9,86% (1,6)	9,94% (2,0)	9,81% (2,0)
2	9,86% (5,1)	9,93% (5,1)	9,82% (5,7)
3	9,87% (7,8)	9,93% (8,1)	9,82% (8,8)
4	9,86% (10,6)	9,93% (10,8)	9,82% (11,1)
5	9,86% (13,2)	9,94% (13,2)	9,82% (13,3)
6	9,86% (15,7)	9,94% (15,4)	9,82% (17,3)
7	9,86% (17,7)	9,94% (19,8)	9,82% (18,3)
8	9,86% (21,7)	9,97% (22,4)	9,82% (22,1)
9	9,86% (24,8)	9,97% (24,7)	9,82% (24,6)
10	9,86% (27,3)	9,98% (26,7)	9,82% (27,5)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από τον αριθμό διαμερίσεων του διαστήματος στην γενικευμένη δυαδική, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 6 : Εξάρτηση Smapε,χρόνου από διαμερίσεις.(Ses,τριμηνιαία)



Ετήσια δεδομένα

Σταθερή παράμετρος

Πίνακας 6. 9 : Αποτελέσματα ses ετήσια.

	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
Γραμμική επιλογή	17,72% (53,3)	17,83% (53,5)	17,76% (72,3)
Αναζήτηση στα 0.33&0.67	17,72% (1,3)	17,79% (1,4)	17,76% (1,3)
Έξυπνη γραμμική	17,72% (2,7)	17,83% (2,9)	17,76% (2,7)
Hooke-Jeeves	17,75% (1,4)	17,88% (1,5)	17,76% (1,3)
Golden section	17,72% (1,6)	17,79% (1,6)	17,76% (1,6)
Annealing	17,73% (25,5)	17,84% (25,7)	17,76% (23,9)

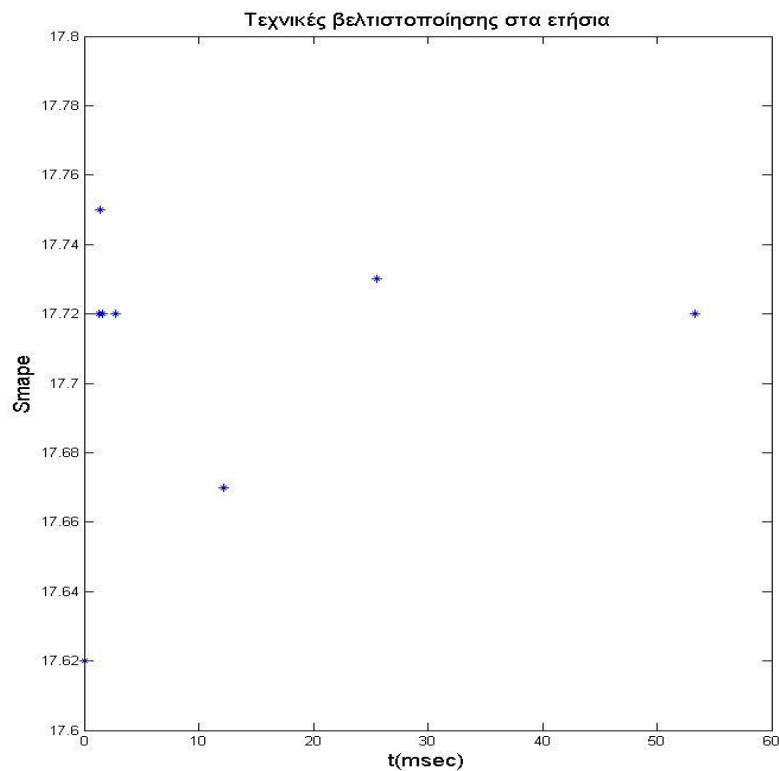
Μεταβαλλόμενη παράμετρος

Πίνακας 6. 10 : Αποτελέσματα Stes/Kalman ετήσια.

	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
Stes	17,67% (12,2)	17,68% (12,1)	17,74% (12,3)
Kalman	17,62% (0,1)		

Τα αποτελέσματα από τους δύο παραπάνω πίνακες για αρχικό επίπεδο το επίπεδο παλινδρόμησης φαίνονται στο σχήμα της επόμενης σελίδας.

Διάγραμμα 6. 7 : Smapε(t) σταθερό επίπεδο/ετήσια.



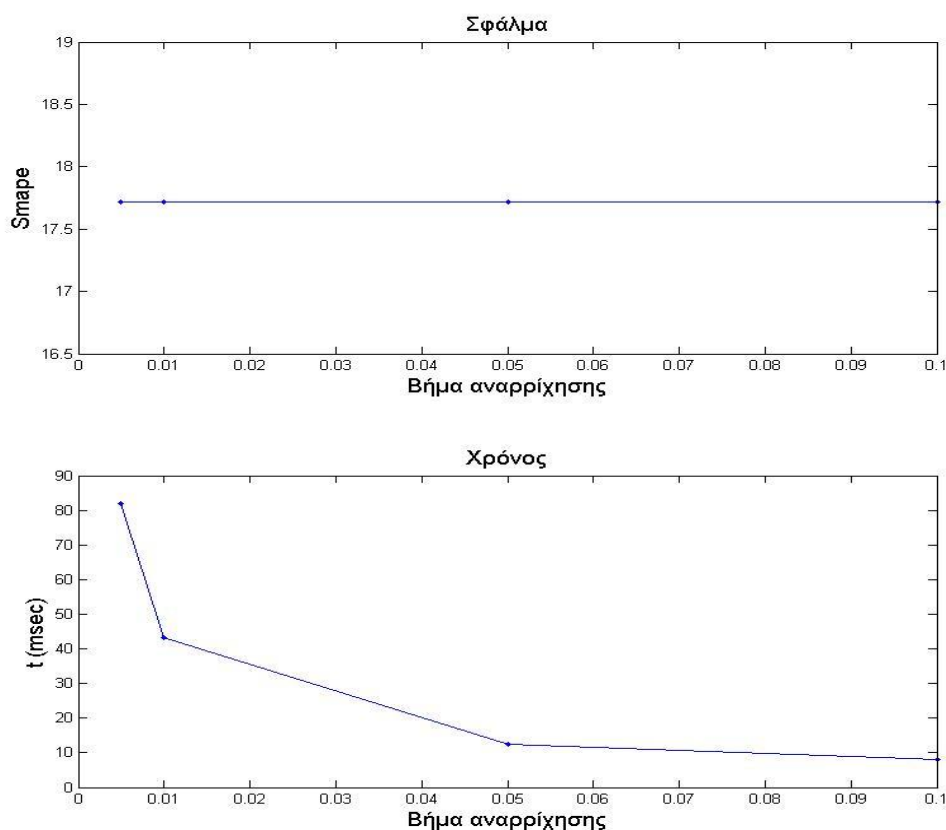
Η εφαρμογή της αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις στο κλασικό μοντέλο σταθερού επιπέδου για διαφορετικές τιμές αρχικού επιπέδου και βήματος μεθόδου έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα.

Πίνακας 6. 11 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων ses ετήσια.

Τιμή βήματος αναρρίχησης	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
0,1	17,72% (8,2)	17,83% (8,6)	17,76% (8,2)
0,05	17,72% (12,5)	17,83% (12,5)	17,76% (12,4)
0,01	17,72% (43,2)	17,82% (42,7)	17,76% (43,8)
0,005	17,72% (82)	17,81% (81,9)	17,76% (81,0)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από το βήμα της αναρρίχησης, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 8 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Ses,ετήσια)



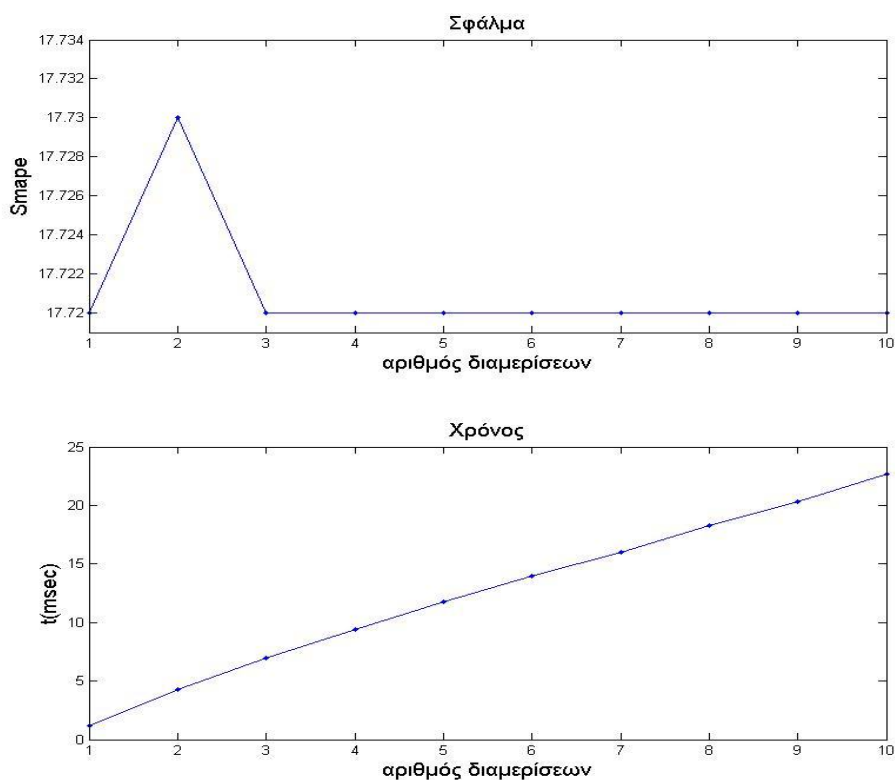
Με εφαρμογή της γενικευμένης δυαδικής αναζήτησης προέκυψαν τα αποτελέσματα σφάλματος(&χρόνου) του παρακάτω πίνακα(συναρτήσει αριθμού διαμερίσεων και αρχικού επιπέδου).

Πίνακας 6. 12 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής ses ετήσια.

Αριθμός των διαμερίσεων	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
1	17,72% (1,2)	17,79% (1,3)	18,21% (1,3)
2	17,73% (4,3)	17,81% (5,2)	17,76% (4,7)
3	17,72% (7,0)	17,79% (7,1)	17,76% (7,2)
4	17,72% (9,4)	17,79% (9,3)	17,76% (9,8)
5	17,72% (11,8)	17,79% (12,8)	17,76% (13,1)
6	17,72% (14)	17,81% (15,4)	17,76% (15,7)
7	17,72% (16)	17,82% (17,8)	17,76% (17,8)
8	17,72% (18,3)	17,82% (18,9)	17,76% (19,5)
9	17,72% (20,3)	17,83% (22,5)	17,76% (22,1)
10	17,72% (22,7)	17,83% (23,2)	17,76% (24,6)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από τον αριθμό διαμερίσεων του διαστήματος στην γενικευμένη δυαδική, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 9 : Εξάρτηση Smape,χρόνου από διαμερίσεις.(Ses,ετήσια)



Άλλα δεδομένα

Σταθερή παράμετρος

Πίνακας 6. 13 : Αποτελέσματα ses άλλες χρονοσειρές.

	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
Γραμμική επιλογή	6,29% (83,4)	6,29% (81,7)	6,28% (80,7)
Αναζήτηση στα 0.33&0.67	6,29% (2,7)	6,29% (2,3)	6,28% (2,3)
Έξυπνη γραμμική	6,29% (2,5)	6,29% (4,4)	6,28% (4,1)
Hooke-Jeeves	6,29% (2,6)	6,29% (2,2)	6,28% (2,3)
Golden section	6,29% (3,5)	6,29% (2,6)	6,28% (2,5)
Annealing	6,29% (31,8)	6,28% (31,6)	6,28% (29,7)

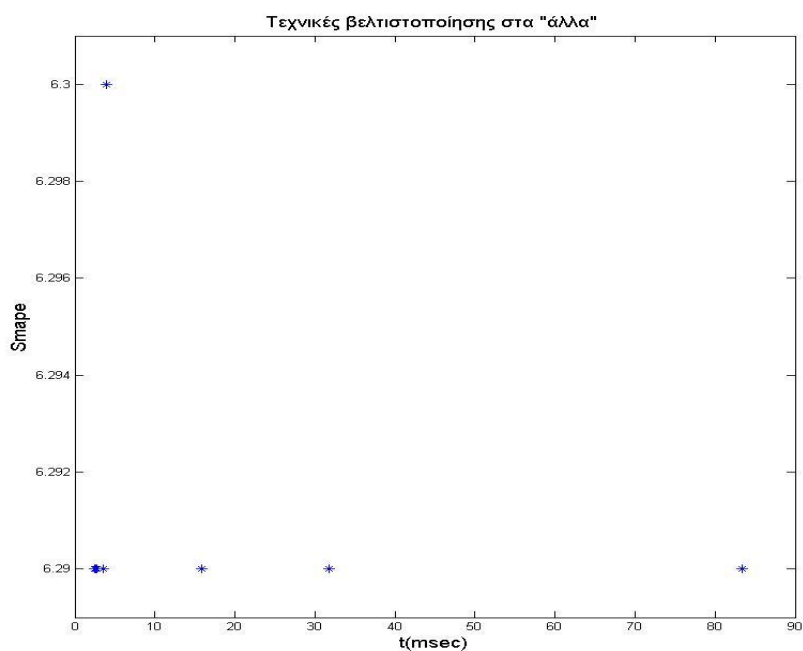
Μεταβαλλόμενη παράμετρος

Πίνακας 6. 14 : Αποτελέσματα Stes/Kalman άλλες χρονοσειρές.

	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
Stes	6,29% (15,8)	6,29% (15,7)	6,29% (15,5)
Kalman Snyder		6.30% (3,9)	

Τα αποτελέσματα από τους δύο παραπάνω πίνακες για αρχικό επίπεδο το επίπεδο παλινδρόμησης φαίνονται στο επόμενο σχήμα.

Διάγραμμα 6. 10 : $S_{\text{max}}(t)$ σταθερό επίπεδο/άλλα.



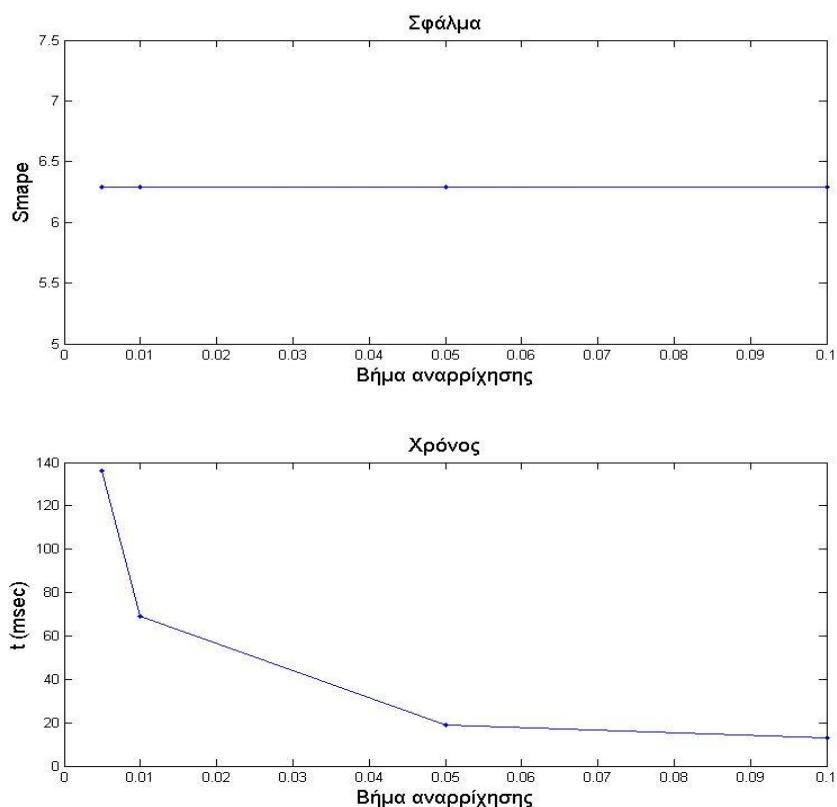
Η εφαρμογή της αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις στο κλασικό μοντέλο σταθερού επιπέδου για διαφορετικές τιμές αρχικού επιπέδου και βήματος μεθόδου έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα.

Πίνακας 6. 15 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων ses άλλες χρονοσειρές.

Τιμή βήματος αναρρίχησης	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
0,1	6,29% (13,1)	6,29% (13,2)	6,28% (13,1)
0,05	6,29% (19,1)	6,29% (19,3)	6,28% (19,6)
0,01	6,29% (69,3)	6,29% (70,1)	6,28% (70,8)
0,005	6,29% (135,9)	6,29% (135,1)	6,28% (143,5)

Το διάγραμμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από το βήμα της αναρρίχησης, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 11 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Ses,άλλα)



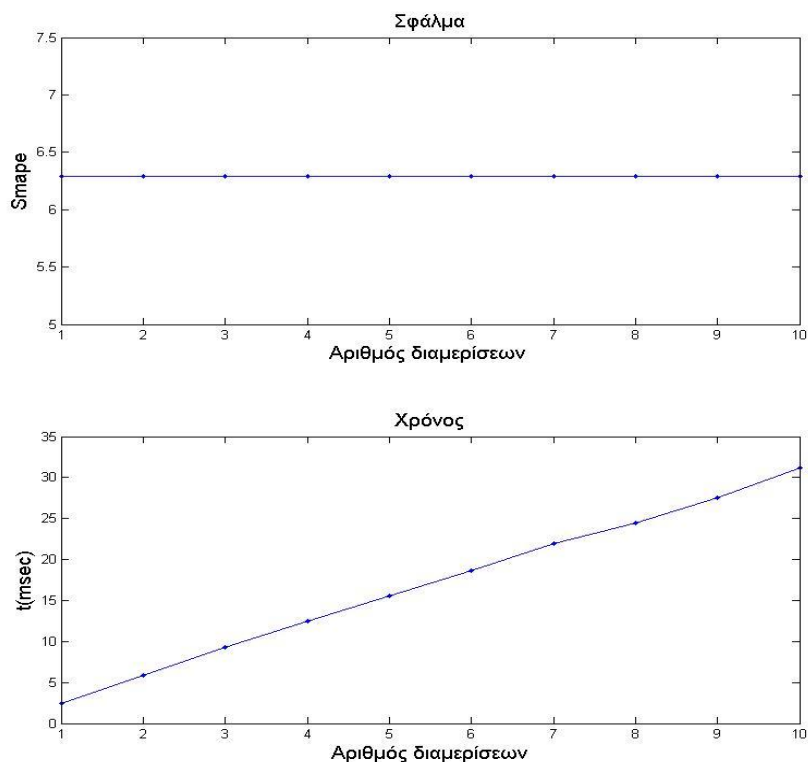
Με εφαρμογή της γενικευμένης δυαδικής αναζήτησης προέκυψαν τα αποτελέσματα σφάλματος(&χρόνου) του παρακάτω πίνακα(συναρτήσει αριθμού διαμερίσεων και αρχικού επιπέδου).

Πίνακας 6. 16 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής ses άλλες χρονοσειρές.

N ο αριθμός των διαμερίσεων του διαστήματος.	Επίπεδο παλινδρόμησης	Μέση τιμή τιμών	Πρώτη παρατήρηση
1	6,29% (2,4)	6,29% (2,6)	6,28% (2,5)
2	6,29% (5,9)	6,29% (5,7)	6,28% (5,6)
3	6,29% (9,3)	6,29% (8,9)	6,28% (9,1)
4	6,29% (12,5)	6,29% (12,1)	6,28% (12,9)
5	6,29% (15,6)	6,29% (15,3)	6,28% (15,6)
6	6,29% (18,6)	6,29% (18,2)	6,28% (18,7)
7	6,29% (21,9)	6,29% (20,9)	6,28% (21,7)
8	6,29% (24,5)	6,29% (24,7)	6,28% (23,8)
9	6,29% (27,5)	6,29% (27,4)	6,28% (27,9)
10	6,29% (31,2)	6,29% (31,1)	6,28% (31,9)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από τον αριθμό διαμερίσεων του διαστήματος στην γενικευμένη δυαδική, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 12 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από διαμερίσεις.(Ses,άλλα)



6.3 Αποτελέσματα μοντέλων γραμμικής τάσης

Στο κλασικό μοντέλο γραμμικής τάσης εφαρμόστηκαν όλες οι τεχνικές βελτιστοποίησης εκτός από την golden section search που δεν λειτουργεί σε πολυπαραμετρικά προβλήματα.

Όλοι οι πίνακες αποτελεσμάτων, όπως και αυτοί που παρατέθηκαν στα μοντέλα σταθερού επιπέδου, αποτυπώνουν τα smape σφάλματα για διαφορετικές επιλογές αρχικού επιπέδου και αρχικής τάσης. Σημειώνεται ότι στις παρενθέσεις δίνεται ο χρόνος βελτιστοποίησης σε ms. Τα αποτελέσματα από την εκτέλεση των τεχνικών βελτιστοποίησης θα παρουσιαστούν σε κοινό πίνακα. Εξαίρεση σε αυτό αποτελεί η αναρρίχηση λόφων και η γενικευμένη δυαδική των οποίων τα αποτελέσματα θα παρουσιαστούν ξεχωριστά αφού εκτελέστηκαν για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων τους. Προφανώς, υπάρχουν διαφορετικοί πίνακες για κάθε χρονικό τύπο χρονοσειρών.

Συνομογραφίες είδους αρχικής τάσης και αρχικού επιπέδου :

- Επίπεδο 1 : Μέση τιμή τιμών χρονοσειράς.
- Επίπεδο 3 : Πρώτη τιμή χρονοσειράς.
- Επίπεδο 4 : Αρχικό σημείο γραμμής παλινδρόμησης των τιμών.
- Τάση 2 : Τελευταία μείον πρώτη τιμή δια αριθμό τιμών χρονοσειράς μείον 1.
- Τάση 4 : Κλίση γραμμής παλινδρόμησης των τιμών

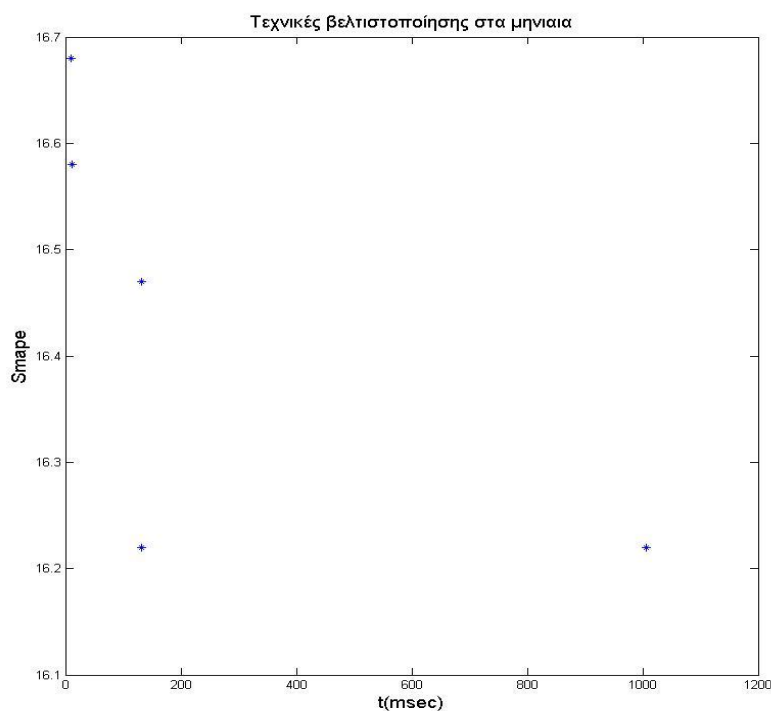
Μηνιαία δεδομένα

Πίνακας 6. 17 : Αποτελέσματα Holt μηνιαία.

	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
Γραμμική επιλογή	16,22% (1007,0)	15,90% (1017,0)	16,31% (1016,0)	15,90% (1022,0)
Αναζήτηση στα 0.33&0.67	16,58% (10,9)	16,45% (9,4)	17,33% (9,5)	16,72% (9,2)
Έξυπνη γραμμική	16,22% (132,5)	15,67% (168,2)	16,28% (179,0)	15,73% (174,9)
Hooke-Jeeves	16,68% (10,3)	16,18% (8,9)	16,82% (11,0)	16,57% (9,7)
Annealing	16,47% (131,2)	16,09% (142,0)	16,45% (143,2)	16.40% (149,6)

Τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα για αρχικό επίπεδο το επίπεδο παλινδρόμησης και αρχική τάση την τάση παλινδρόμησης φαίνονται στο επόμενο σχήμα.

Διάγραμμα 6. 13 : Smapre(t) Holt/μηνιαία.



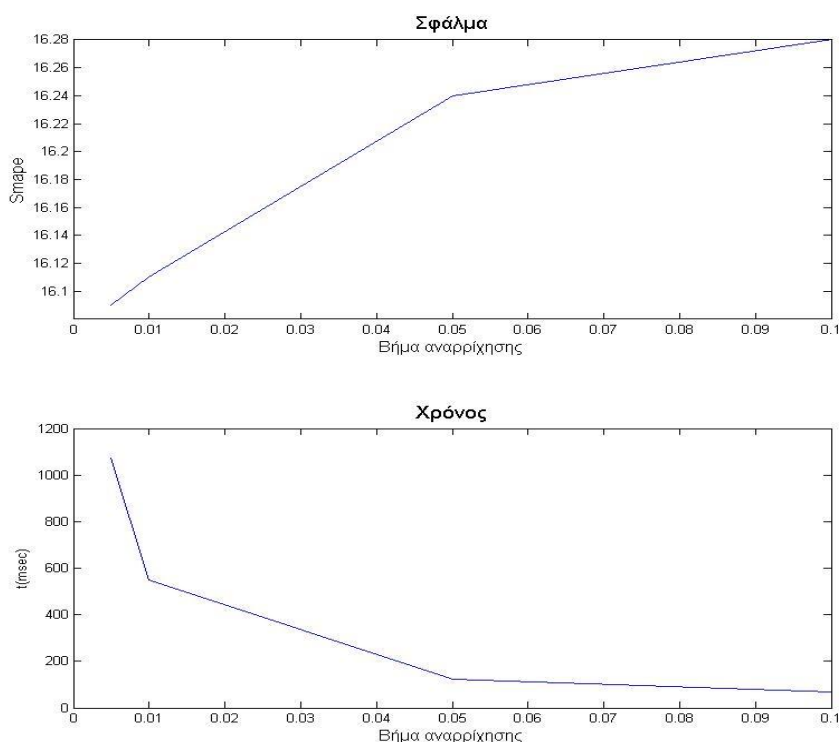
Η εφαρμογή της αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις στο κλασικό μοντέλο γραμμικής τάσης για διαφορετικές τιμές αρχικού επιπέδου, αρχικής τάσης και βήματος μεθόδου έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα.

Πίνακας 6. 18 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων Holt μηνιαία.

Βήμα αναρρίχησης	Επίπεδο 4, τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
0,1	16,28% (70,2)	15,91% (68,7)	16,47% (66,9)	16,05% (67,1)
0,05	16,24% (123,0)	15,86% (117,0)	16,45% (116,6)	15,91% (120,7)
0,01	16,11% (550,0)	15,62% (581,7)	16,30% (530,0)	15,85% (533,0)
0,005	16,09% (1073,0)	15,65% (1001,0)	16,29% (977,7)	15,77% (1065,0)

Το διάγραμμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από το βήμα της αναρρίχησης, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης και με αρχική τάση επίσης αυτή της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 14 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Holt, μηνιαία)



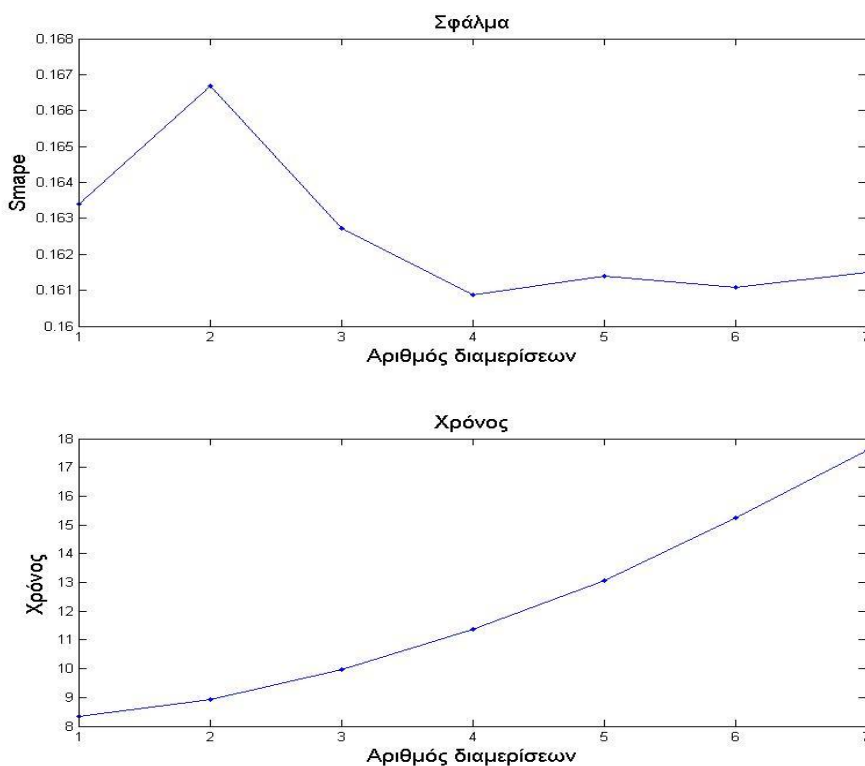
Με εφαρμογή της γενικευμένης δυαδικής αναζήτησης προέκυψαν τα αποτελέσματα σφάλματος(&χρόνου) του παρακάτω πίνακα(συναρτήσε αριθμού διαμερίσεων και αρχικών επιπέδου/τάσης).

Πίνακας 6. 19 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής Holt μηνιαία.

N ο αριθμός διαμερίσεων	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
1	16,34% (8,4)	16,44% (8,6)	16,92% (9,0)	16,54% (8,6)
2	16,67% (8,9)	16,72% (9,4)	17,33% (9,6)	16,92% (9,1)
3	16,27% (10,0)	16,44% (10,6)	16,91% (9,9)	16,47% (10,3)
4	16,09% (11,4)	16,18% (11,4)	16,82% (10,3)	16,29% (11,5)
5	16,14% (13,1)	16,27% (13,4)	16,70% (12,9)	16,37% (13,1)
6	16,11% (15,2)	16,16% (15,6)	16,81% (15,0)	16,25% (15,3)
7	16,15% (17,6)	16,19% (17,9)	16,80% (17,7)	16,31% (18,0)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από τον αριθμό διαμερίσεων του διαστήματος στην γενικευμένη δυαδική, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 15 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από διαμερίσεις.(Holt,μηνιαία)



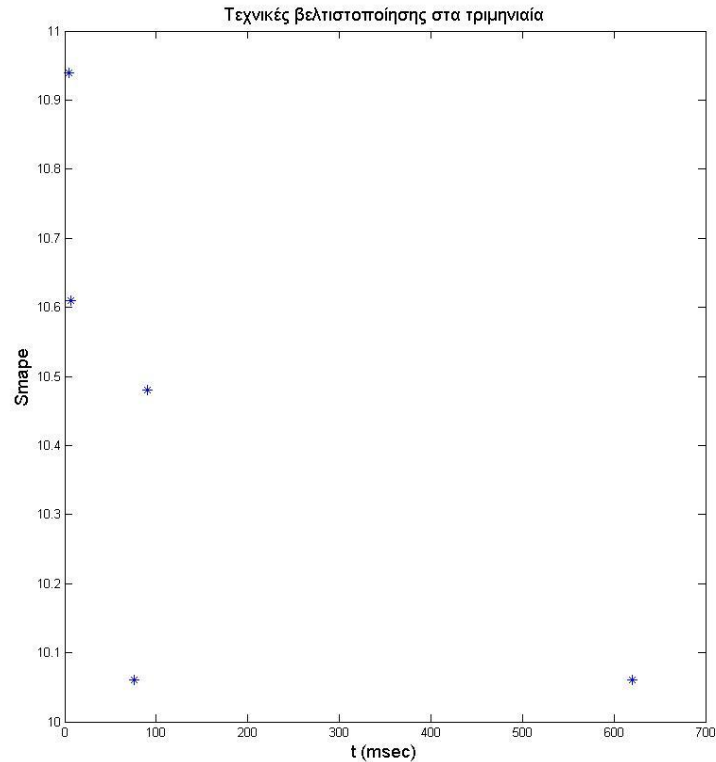
Τριμηνιαία δεδομένα

Πίνακας 6. 20 : Αποτελέσματα Holt τριμηνιαία.

	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
Γραμμική επιλογή	10,06% (620,1)	10,14% (607,4)	10,72% (647,0)	9,89% (623,2)
Αναζήτηση στα 0.33&0.67	10,94% (4,9)	10,78% (5,9)	11,52% (5,6)	10,95% (5,9)
Έξυπνη γραμμική	10,06% (75,8)	10,13% (85,8)	10,69% (94,7)	9,89% (87,3)
Hooke-Jeeves	10,61% (6,5)	10,54% (5,0)	11,15% (7,8)	10,43% (7,2)
Annealing	10,48% (90,6)	10,35% (99,1)	11,00% (102,9)	10,39% (101,7)

Τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα για αρχικό επίπεδο το επίπεδο παλινδρόμησης και αρχική τάση την τάση παλινδρόμησης φαίνονται στο επόμενο σχήμα.

Διάγραμμα 6. 16 : Smape(t) Holt/quarter.



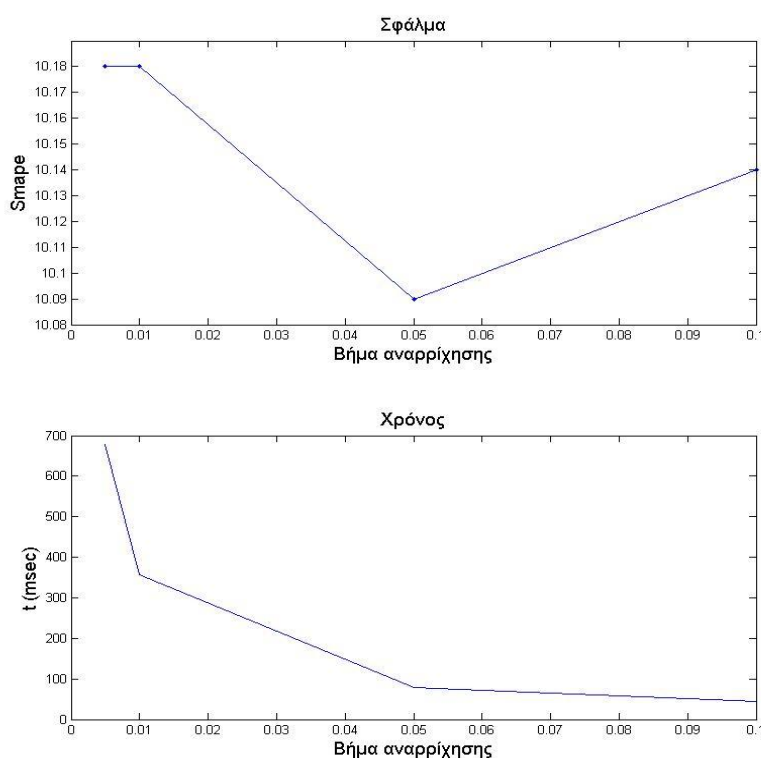
Η εφαρμογή της αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις στο κλασικό μοντέλο γραμμικής τάσης για διαφορετικές τιμές αρχικού επιπέδου, αρχικής τάσης και βήματος μεθόδου έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα.

Πίνακας 6. 21 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων Holt τριμηνιαία.

Βήμα αναρρίχησης	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
0,1	10,14% (45,3)	10,14% (50,8)	10,76% (42,9)	10,06% (46)
0,05	10,09% (79,4)	10,24% (84,4)	10,74% (75,1)	9,97% (76,7)
0,01	10,18% (356,9)	10,21% (347,2)	10,92% (322,3)	10,16% (367,5)
0,005	10,18% (677,5)	10,22% (760,2)	10,85% (669,2)	10,19% (699,5)

Το διάγραμμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από το βήμα της αναρρίχησης, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης και με αρχική τάση επίσης αυτή της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 17 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Holt,quarter)



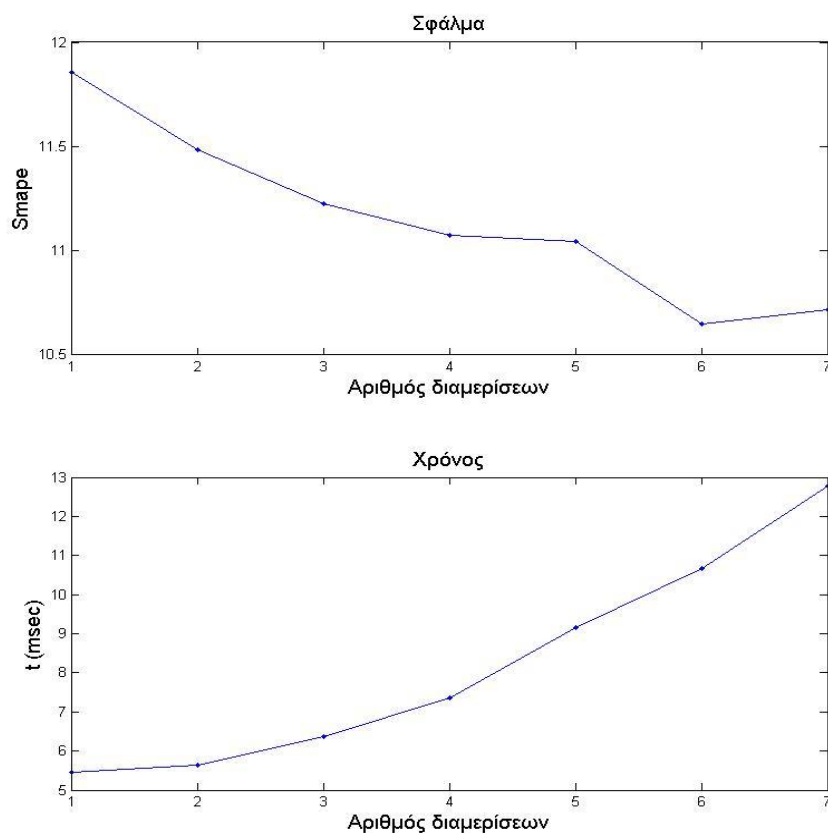
Με εφαρμογή της γενικευμένης δυαδικής αναζήτησης προέκυψαν τα αποτελέσματα σφάλματος(&χρόνου) του παρακάτω πίνακα(συναρτήσε αριθμού διαμερίσεων και αρχικών επιπέδου/τάσης).

Πίνακας 6. 22 : Αποτελέσματα γενικευμένης διαδικής Holt τριμηνιαία.

N ο αριθμός διαμερίσεων	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
1	11,86% (5,5)	11,66% (6,0)	12,40% (5,3)	11,87% (5,2)
2	11,48% (5,6)	11,36% (6,2)	12,10% (5,5)	11,52% (5,5)
3	11,23% (6,4)	11,09% (6,9)	11,93% (6,2)	11,07% (6,4)
4	11,08% (7,4)	10,86% (7,8)	11,62% (7,5)	10,95% (7,5)
5	11,05% (9,1)	10,73% (9,3)	11,61% (8,6)	11,03% (9,2)
6	10,65% (10,7)	10,60% (10,7)	11,37% (10,3)	10,57% (10,8)
7	10,72% (12,8)	10,67% (13,1)	11,24% (13,1)	10,77% (12,5)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από τον αριθμό διαμερίσεων του διαστήματος στην γενικευμένη διαδικασία, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 18 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από διαμερίσεις.(Holt,quarter)



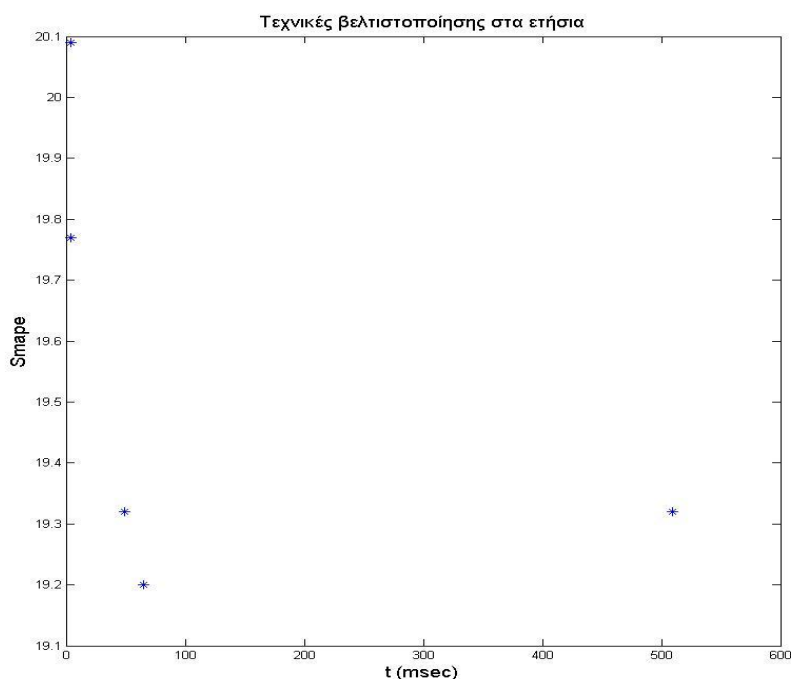
Ετήσια δεδομένα

Πίνακας 6. 23 : Αποτελέσματα Holt ετήσια.

	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
Γραμμική επιλογή	19,32% (508,9)	17,49% (491,1)	19,47% (481,3)	18,75% (522,0)
Αναζήτηση στα 0.33&0.67	20,09% (3,8)	18,79% (3,5)	20,36% (4,1)	19,77% (3,9)
Έξυπνη γραμμική	19,32% (49,5)	17,39% (62,2)	19,45% (63,0)	18,75% (59,2)
Hooke-Jeeves	19,77% (4,2)	18,18% (2,8)	19,95% (3,6)	19,39% (4,0)
Annealing	19,20% (64,7)	17,86% (69,5)	18,98% (65,1)	18,65% (66,0)

Τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα για αρχικό επίπεδο το επίπεδο παλινδρόμησης και αρχική τάση την τάση παλινδρόμησης φαίνονται στο επόμενο σχήμα.

Διάγραμμα 6. 19 : Smape(t) Holt/ετήσια



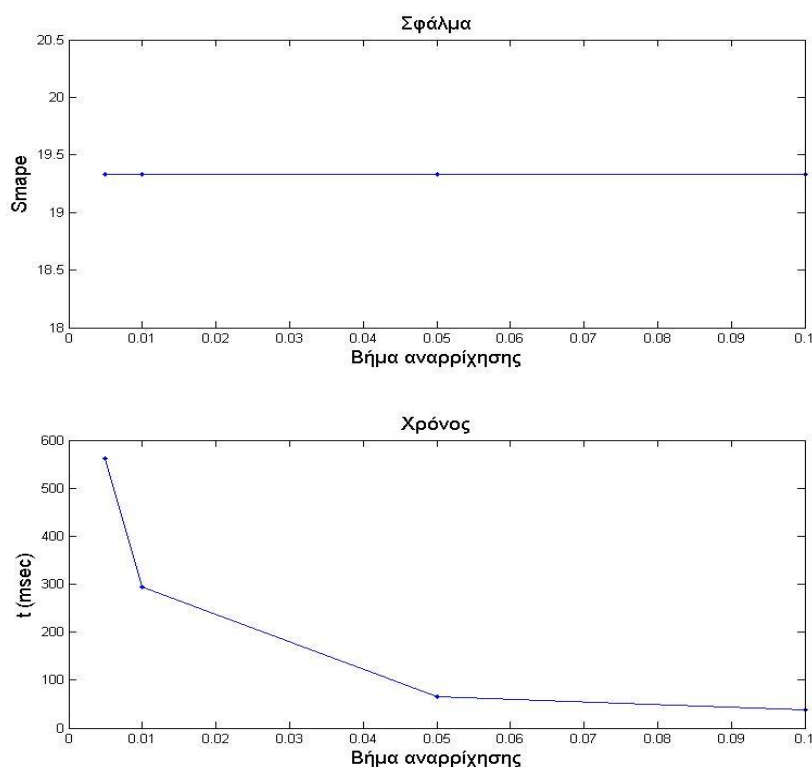
Η εφαρμογή της αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις στο κλασικό μοντέλο γραμμικής τάσης για διαφορετικές τιμές αρχικού επιπέδου, αρχικής τάσης και βήματος μεθόδου έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα.

Πίνακας 6. 24 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων Holt ετήσια.

Βήμα αναρρίχησης	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
0,1	19,33% (37,2)	17,58% (34,2)	19.41% (32,6)	18,79% (34,8)
0,05	19,33% (64,5)	17,58% (62,0)	19.42% (58,8)	18,77% (64,6)
0,01	19,33% (293,6)	17,53% (266,5)	19.46% (256,1)	18,77% (273,0)
0,005	19,33% (561,2)	17,53% (532,5)	19.46% (514,5)	18,78% (549,5)

Το διάγραμμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από το βήμα της αναρρίχησης, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης και με αρχική τάση επίσης αυτή της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 20 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Holt,ετήσια)



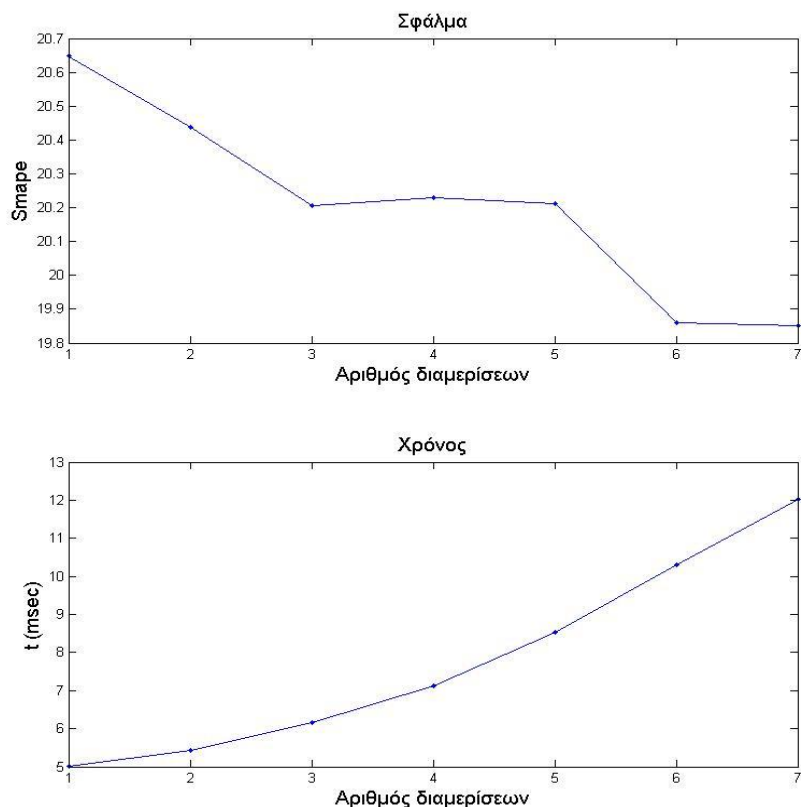
Με εφαρμογή της γενικευμένης διαδικής αναζήτησης προέκυψαν τα αποτελέσματα σφάλματος(&χρόνου) του παρακάτω πίνακα(συναρτήσει αριθμού διαμερίσεων και αρχικών επιπέδου/τάσης).

Πίνακας 6. 25 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής Holt ετήσια.

Ν ο αριθμός διαμερίσεων	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
1	20,65% (5,0)	18,85% (5,4)	20,92% (5,0)	20,71% (4,9)
2	20,44% (5,4)	18,80% (5,7)	20,76% (5,4)	20,44% (5,3)
3	20,21% (6,2)	18,52% (6,3)	20,34% (6,6)	20,23% (6,4)
4	20,23% (7,1)	18,42% (7,3)	20,23% (7,1)	19,95% (7,5)
5	20,21% (8,5)	18,42% (8,6)	20,13% (8,1)	19,97% (8,6)
6	19,86% (10,3)	18,32% (10,1)	19,85% (9,8)	19,63% (9,9)
7	19,85% (12,0)	18,42% (12,0)	19,97% (11,7)	19,53% (11,9)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από τον αριθμό διαμερίσεων του διαστήματος στην γενικευμένη δυαδική, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 21 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από διαμερίσεις.(Holt,ετήσια)



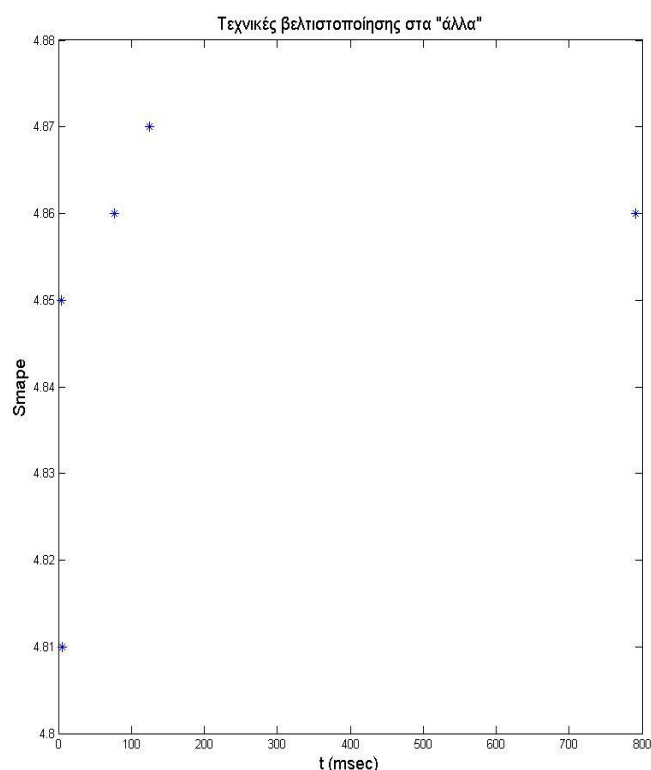
Άλλα δεδομένα

Πίνακας 6. 26 : Αποτελέσματα Holt άλλα δεδομένα.

	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
Γραμμική επιλογή	4.86% (791,7)	4.70% (788,9)	4.62% (801,0)	4.79% (796,9)
Αναζήτηση στα 0.33&0.67	4.81% (5,3)	4.69% (4,8)	4.63% (4,9)	4.75% (4,6)
Έξυπνη γραμμική	4.86% (76,6)	4.69% (98,8)	4.62% (109,6)	4.79% (81,1)
Hooke-Jeeves	4.85% (4,6)	4.67% (3,7)	4.61% (4,6)	4.84% (3,9)
Annealing	4.87% (124,4)	4.69% (130,4)	4.65% (130,0)	4.79% (134,0)

Τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα για αρχικό επίπεδο το επίπεδο παλινδρόμησης και αρχική τάση την τάση παλινδρόμησης φαίνονται στο επόμενο σχήμα.

Διάγραμμα 6. 22 : Smape(t) Holt/άλλα



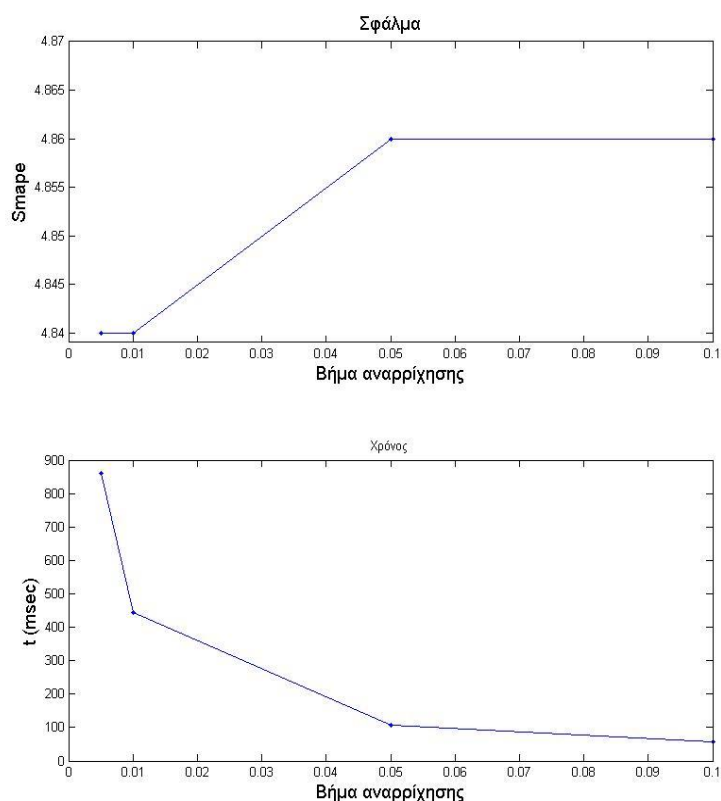
Η εφαρμογή της αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις στο κλασικό μοντέλο γραμμικής τάσης για διαφορετικές τιμές αρχικού επιπέδου, αρχικής τάσης και βήματος μεθόδου έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα.

Πίνακας 6. 27 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων Holt άλλα δεδομένα.

Βήμα αναρρίχησης	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
0,1	4,86% (55,8)	4,69% (54,9)	4,62% (53,5)	4,79% (56,3)
0,05	4,86% (106,3)	4,69% (98,8)	4,65% (103,5)	4,79% (110,8)
0,01	4,84% (443,5)	4,69% (442,8)	4,67% (464,9)	4,77% (558,8)
0,005	4,84% (860,5)	4,68% (849,8)	4,67% (860,7)	4,77% (871,2)

Το διάγραμμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από το βήμα της αναρρίχησης, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης και με αρχική τάση επίσης αυτή της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 23 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(Holt,άλλα)



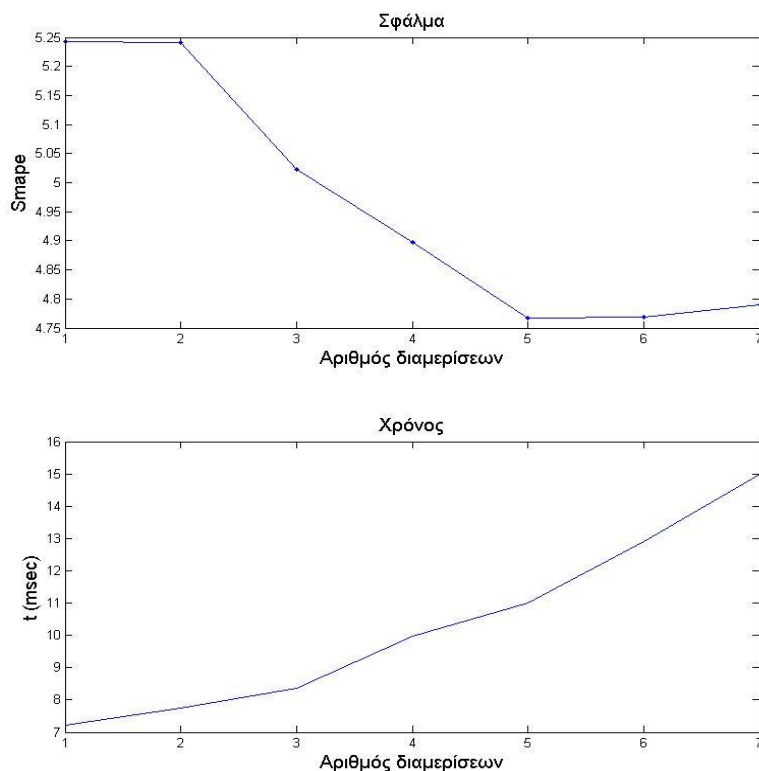
Με εφαρμογή της γενικευμένης διαδικής αναζήτησης προέκυψαν τα αποτελέσματα σφάλματος(&χρόνου) του παρακάτω πίνακα(συναρτήσει αριθμού διαμερίσεων και αρχικών επιπέδου/τάσης).

Πίνακας 6. 28 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής Holt άλλα δεδομένα.

N ο αριθμός διαμερίσεων	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
1	5,24% (7,2)	5,23% (7,2)	5,18% (6,5)	5,17% (6,7)
2	5,24% (7,7)	5,07% (7,7)	5,11% (7,4)	5,20% (7,6)
3	5,02% (8,4)	4,91% (8,5)	4,95% (7,9)	4,96% (8,7)
4	4,90% (10,0)	4,81% (9,4)	4,80% (9,2)	4,86% (9,4)
5	4,77% (11,0)	4,79% (11,2)	4,62% (11,2)	4,71% (11,1)
6	4,77% (12,9)	4,70% (13,0)	4,66% (12,6)	4,71% (12,9)
7	4,79% (15,0)	4,71% (15,4)	4,68% (15,1)	4,73% (15,1)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από τον αριθμό διαμερίσεων του διαστήματος στην γενικευμένη δυαδική, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 24 : Εξάρτηση Smapε/χρόνου από διαμερίσεις.(Holt,άλλα)



6.4 Αποτελέσματα μοντέλων μη γραμμικής τάσης

Στο κλασικό μοντέλο μη γραμμικής τάσης εφαρμόστηκαν όλες οι τεχνικές βελτιστοποίησης εκτός από την golden section search που δεν λειτουργεί σε πολυπαραμετρικά προβλήματα.

Όλοι οι πίνακες αποτελεσμάτων, όπως και αυτοί που παρατέθηκαν προηγουμένως στο κεφάλαιο, αποτυπώνουν τα smarte σφάλματα για διαφορετικές επιλογές αρχικού επιπέδου και αρχικής τάσης. Σημειώνεται ότι στις παρενθέσεις δίνεται ο χρόνος βελτιστοποίησης σε ms. Τα αποτελέσματα από την εκτέλεση των τεχνικών βελτιστοποίησης θα παρουσιαστούν σε κοινό πίνακα. Εξάιρεση σε αυτό αποτελεί η αναρρίχηση λόφων και η γενικευμένη δυαδική των οποίων τα αποτελέσματα θα παρουσιαστούν ξεχωριστά αφού εκτελέστηκαν για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων τους. Προφανώς, υπάρχουν διαφορετικοί πίνακες για κάθε χρονικό τύπο χρονοσειρών.

Συντομογραφίες είδους αρχικής τάσης και αρχικού επιπέδου :

- Επίπεδο 1 : Μέση τιμή τιμών χρονοσειράς.
- Επίπεδο 3 : Πρώτη τιμή χρονοσειράς.
- Επίπεδο 4 : Αρχικό σημείο γραμμής παλινδρόμησης των τιμών.
- Τάση 2 : Τελευταία μείον πρώτη τιμή δια αριθμό τιμών χρονοσειράς μείον 1.
- Τάση 4 : Κλίση γραμμής παλινδρόμησης των τιμών

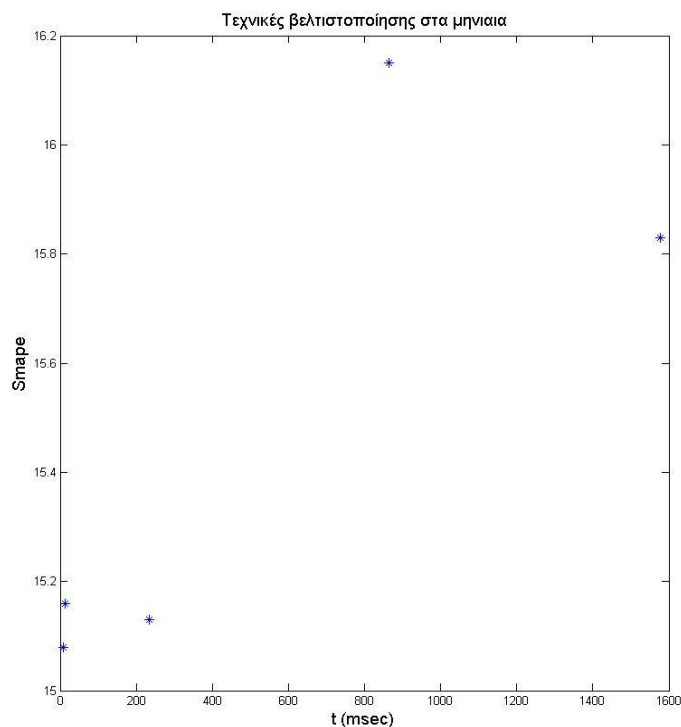
Μηνιαία δεδομένα

Πίνακας 6. 29 : Αποτελέσματα damped μηνιαία.

	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
Γραμμική επιλογή	16,15% (863,8)	15,57% (851,2)	15,66% (863,2)	15,56% (843,2)
Αναζήτηση στα 0.33&0.67	15,16% (12,2)	15,43% (11,5)	15,23% (12,1)	15,16% (11,3)
Έξυπνη γραμμική	15,83% (1578,4)	15,44% (1554,7)	15,19% (1838,6)	15,18% (1702,3)
Hooke-Jeeves	15,08% (9,0)	15,34% (8,5)	15,18% (9,1)	15,07% (8,7)
Annealing	15,13% (234,5)	15,42% (232,5)	15,19% (238,3)	15,11% (2362,0)

Τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα για αρχικό επίπεδο το επίπεδο παλινδρόμησης και αρχική τάση την τάση παλινδρόμησης φαίνονται στο επόμενο σχήμα.

Διάγραμμα 6. 25 : Smape(t) damped/μηνιαία.



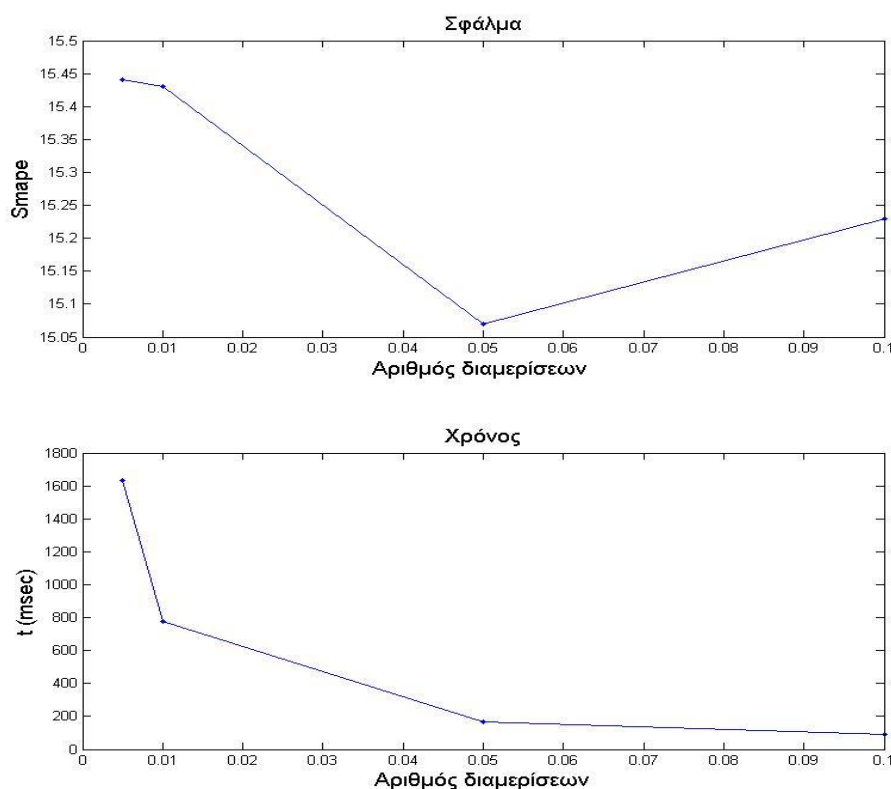
Η εφαρμογή της αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις στο κλασικό μοντέλο γραμμικής τάσης για διαφορετικές τιμές αρχικού επιπέδου, αρχικής τάσης και βήματος μεθόδου έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα.

Πίνακας 6. 30 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων damped μηνιαία.

Βήμα αναρρίχησης	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
0,1	15,23% (88,6)	15,48% (85,0)	15,33% (91,5)	15,19% (89,3)
0,05	15,07% (166,2)	15,42% (150,9)	15,19% (165,5)	15,16% (165,2)
0,01	15,43% (779,6)	15,43% (753,8)	15,12% (814,1)	16,51% (793,0)
0,005	15,44% (1633,4)	15,42% (1576,3)	15,12% (1702,5)	15,55% (1653,9)

Το διάγραμμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από το βήμα της αναρρίχησης, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης και με αρχική τάση επίσης αυτή της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 26 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(damped,μηνιαία)



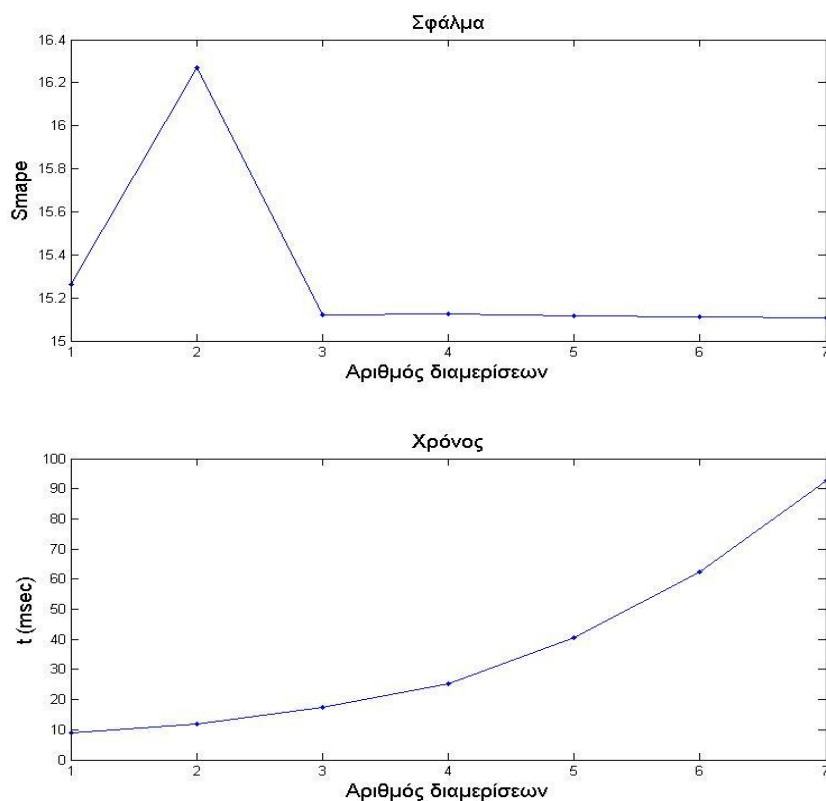
Με εφαρμογή της γενικευμένης δυαδικής αναζήτησης προέκυψαν τα αποτελέσματα σφάλματος(&χρόνου) του παρακάτω πίνακα(συναρτήσει αριθμού διαμερίσεων και αρχικών επιπέδου/τάσης).

Πίνακας 6. 31 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής damped μηνιαία.

N ο αριθμός διαμερίσεων	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
1	15,26% (8,9)	15,48% (7,7)	15,31% (9,8)	15,27% (8,3)
2	16,27% (11,8)	15,35% (10,4)	15,21% (12,3)	15,10% (11,2)
3	15,12% (17,4)	15,42% (15,0)	15,26% (17,2)	15,12% (16,7)
4	15,12% (25,3)	15,43% (24,3)	15,19% (28,3)	15,12% (25,8)
5	15,11% (40,5)	15,42% (38,5)	15,19% (46,0)	15,11% (41,0)
6	15,11% (62,5)	15,44% (59,9)	15,22% (67,7)	15,12% (63,7)
7	15,11% (92,5)	15,44% (97,4)	15,19% (99,3)	15,11% (98,6)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από τον αριθμό διαμερίσεων του διαστήματος στην γενικευμένη δυαδική, με αρχικά επίπεδο/τάση αυτά της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 27 : Εξάρτηση S_{max} /χρόνου από διαμερίσεις. (damped,μηνιαία)



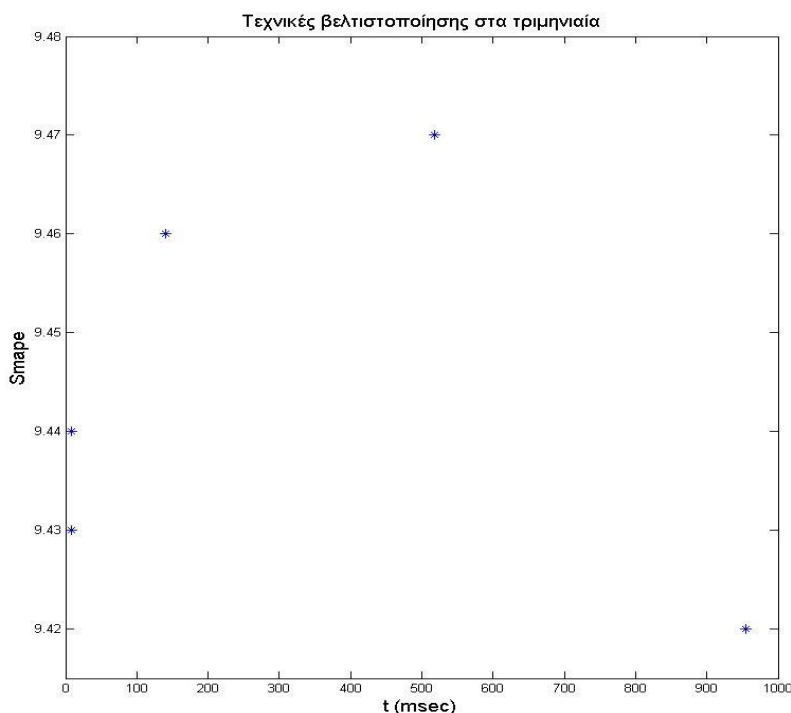
Τριμηνιαία δεδομένα

Πίνακας 6. 32 : Αποτελέσματα damped τριμηνιαία.

	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
Γραμμική επιλογή	9,47% (517,5)	9,70% (494,0)	9,77% (495,0)	9,38% (505,5)
Αναζήτηση στα 0.33&0.67	9,44% (8,3)	9,88% (6,4)	9,56% (7,4)	9,41% (8,3)
Έξυπνη γραμμική	9,42% (954,0)	9,69% (866,3)	9,71% (985,6)	9,39% (944,2)
Hooke-Jeeves	9,43% (7,6)	9,80% (5,9)	9,58% (7,5)	9,35% (6,5)
Annealing	9,46% (141,1)	9,92% (154,9)	9,63% (148,5)	9,43% (134,7)

Τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα για αρχικό επίπεδο το επίπεδο παλινδρόμησης και αρχική τάση την τάση παλινδρόμησης φαίνονται στο επόμενο σχήμα.

Διάγραμμα 6. 28 : Smape(t) damped/quarter



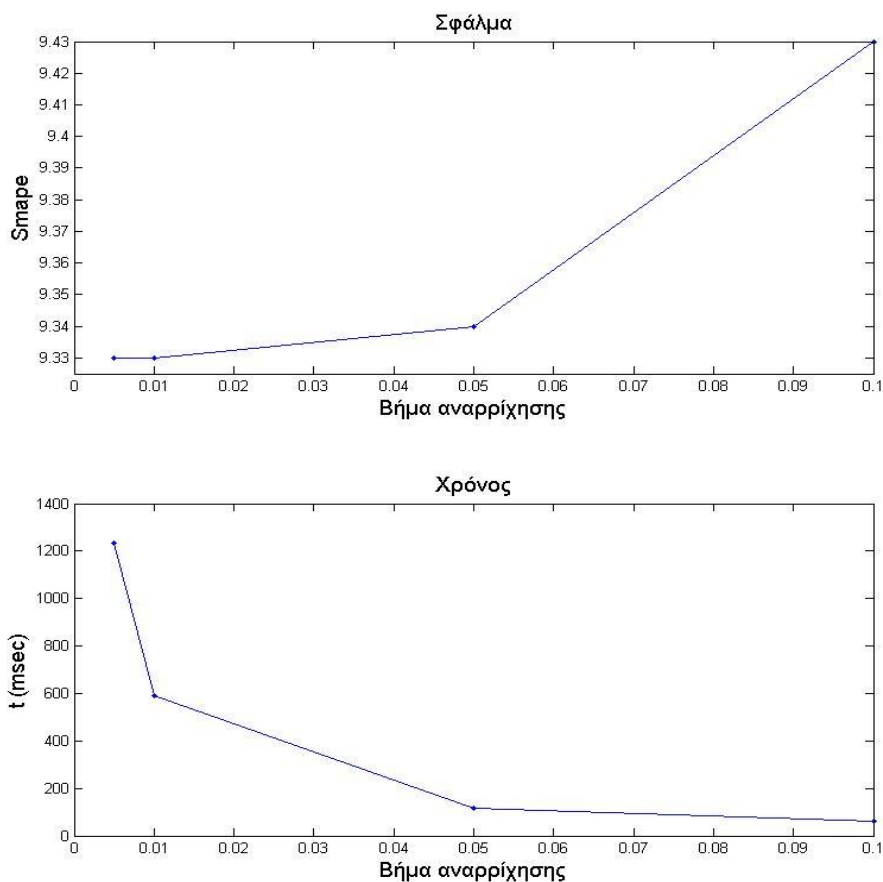
Η εφαρμογή της αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις στο κλασικό μοντέλο γραμμικής τάσης για διαφορετικές τιμές αρχικού επιπέδου, αρχικής τάσης και βήματος μεθόδου έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα.

Πίνακας 6. 33 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων damped τριμηνιαία.

Βήμα αναρρίχησης	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
0,1	9,43% (61,3)	9,90% (56,6)	9.53% (61,4)	9,37% (59,5)
0,05	9,34% (116,7)	9,92% (100,9)	9.56% (109,6)	9,34% (110,3)
0,01	9,33% (590,5)	9,90% (510,1)	9.61% (581,5)	9,38% (598,1)
0,005	9,33% (1232,3)	9,92% (1032,0)	9.61% (1143,0)	9,39% (1192,3)

Το διάγραμμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από το βήμα της αναρρίχησης, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης και με αρχική τάση επίσης αυτή της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 29 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(damped,quarter)



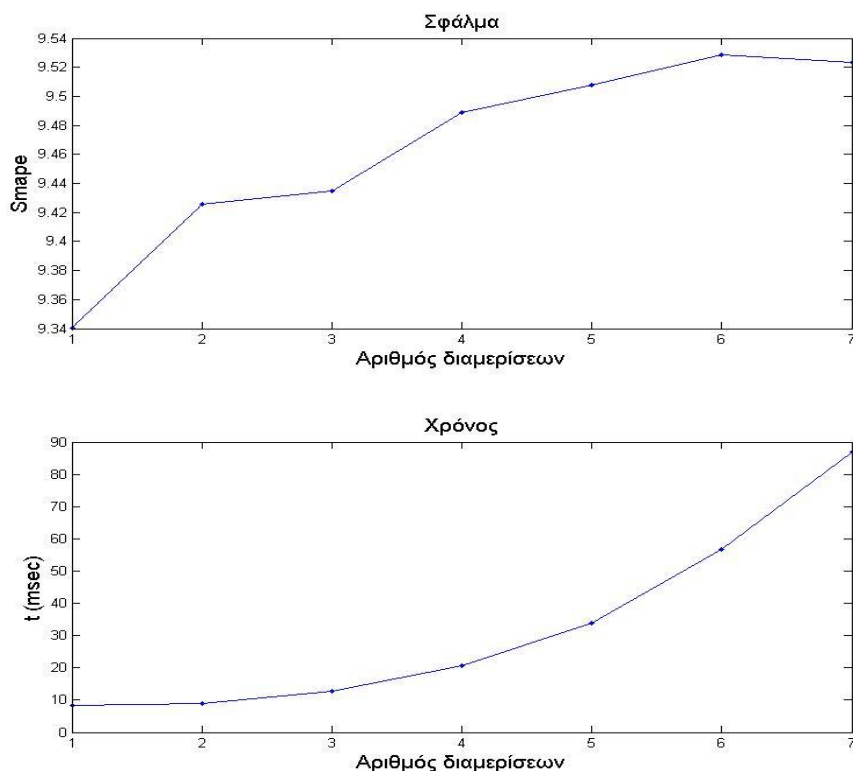
Με εφαρμογή της γενικευμένης δυαδικής αναζήτησης προέκυψαν τα αποτελέσματα σφάλματος(&χρόνου) του παρακάτω πίνακα(συναρτήσει αριθμού διαμερίσεων και αρχικών επιπέδου/τάσης).

Πίνακας 6. 34 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής damped τριμηναία.

N ο αριθμός διαμερίσεων	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
1	9,34% (8,3)	9,78% (6,2)	9,55% (8,6)	9,36% (8,3)
2	9,43% (8,9)	9,85% (8,0)	9,62% (9,2)	9,42% (10,0)
3	9,43% (12,9)	9,87% (11,9)	9,65% (13,4)	9,46% (14,2)
4	9,49% (20,4)	9,90% (19,5)	9,65% (21,0)	9,49% (20,6)
5	9,51% (33,9)	9,98% (32,8)	9,63% (34,6)	9,51% (34,3)
6	9,53% (56,8)	9,99% (57,0)	9,74% (54,6)	9,53% (56,1)
7	9,52% (86,8)	9,97% (85,9)	9,70% (85,3)	9,55% (86,2)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από τον αριθμό διαμερίσεων του διαστήματος στην γενικευμένη δυαδική, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 30 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από διαμερίσεις.(damped,quarter)



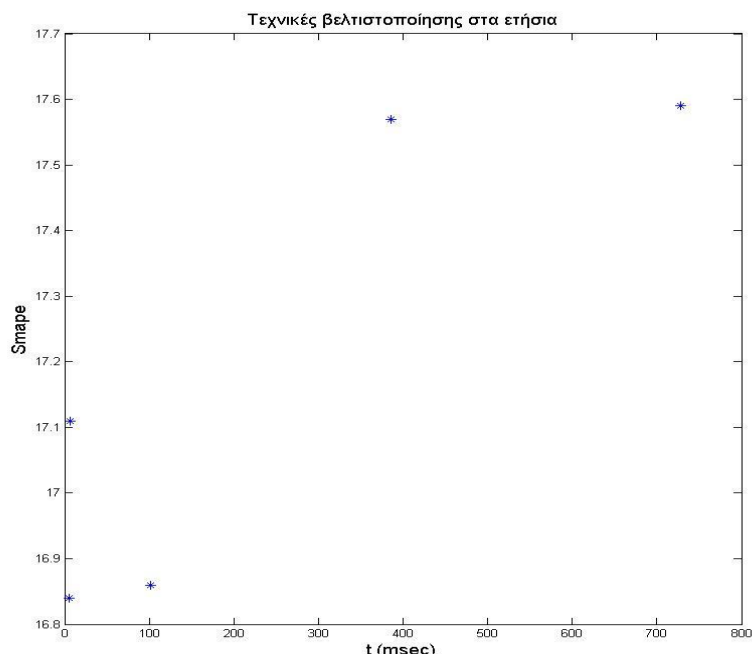
Ετήσια δεδομένα

Πίνακας 6. 35 : Αποτελέσματα damped ετήσια.

	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
Γραμμική επιλογή	17,57% (385,8)	17,12% (382,9)	17,88% (388,4)	17,61% (398,3)
Αναζήτηση στα 0.33&0.67	17,11% (6,8)	18,04% (6,1)	17,42% (6,5)	17,14% (6,8)
Έξυπνη γραμμική	17,59% (727,6)	17,14% (650,8)	17,80% (796,5)	17,63% (772,5)
Hooke-Jeeves	16,84% (5,6)	17,91% (4,3)	16,99% (4,6)	16,94% (4,8)
Annealing	16,86% (101,5)	17,79% (102,5)	17,14% (101,1)	16,86% (101,0)

Τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα για αρχικό επίπεδο το επίπεδο παλινδρόμησης και αρχική τάση την τάση παλινδρόμησης φαίνονται στο επόμενο σχήμα.

Διάγραμμα 6. 31 : $S_{\text{mape}}(t)$ damped/ετήσια



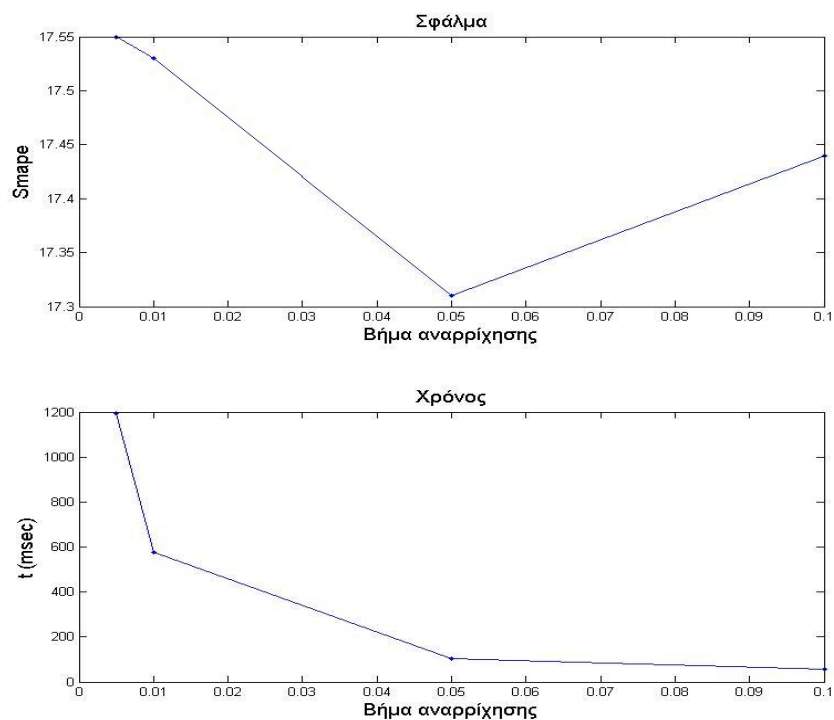
Η εφαρμογή της αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις στο κλασικό μοντέλο γραμμικής τάσης για διαφορετικές τιμές αρχικού επιπέδου, αρχικής τάσης και βήματος μεθόδου έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα.

Πίνακας 6. 36 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων damped ετήσια.

Βήμα αναρρίχησης	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
0,1	17,44% (57,6)	17,90% (49,2)	17,47% (53,6)	17,37% (56,7)
0,05	17,31% (102,7)	17,99% (85,8)	17,68% (97,6)	17,52% (102,7)
0,01	17,53% (576,9)	17,93% (425,9)	17,67% (475,4)	17,58% (518,3)
0,005	17,55% (1196,0)	17,94% (923,8)	17,71% (1094,8)	17,63% (1121,2)

Το διάγραμμα που ακολουθεί στην επόμενη σελίδα δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από το βήμα της αναρρίχησης, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης και με αρχική τάση επίσης αυτή της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 32 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(damped,ετήσια)



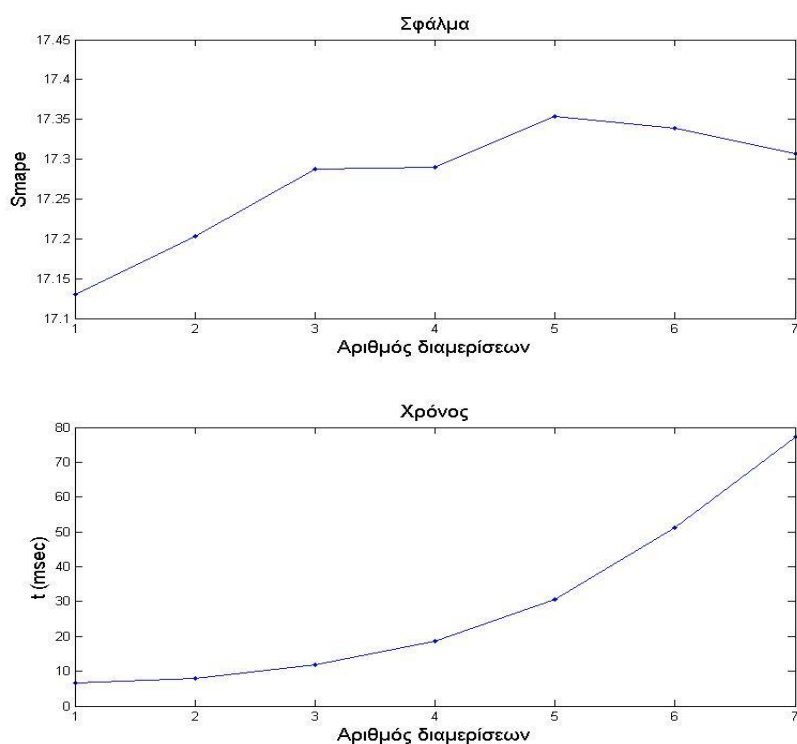
Με εφαρμογή της γενικευμένης διαδικής αναζήτησης προέκυψαν τα αποτελέσματα σφάλματος(&χρόνου) του παρακάτω πίνακα(συναρτήσε αριθμού διαμερίσεων και αρχικών επιπέδου/τάσης).

Πίνακας 6. 37 : Αποτελέσματα γενικευμένης διαδικής damped ετήσια.

N ο αριθμός διαμερίσεων	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
1	17,13% (6,7)	18,15% (5,5)	17,50% (7,6)	17,43% (7,3)
2	17,20% (7,9)	18,17% (7,3)	17,34% (9,0)	17,29% (8,8)
3	17,29% (11,9)	18,13% (10,8)	17,39% (12,8)	17,26% (12,3)
4	17,29% (18,7)	18,08% (17,7)	17,39% (19,7)	17,30% (20,2)
5	17,35% (30,6)	18,12% (29,4)	17,37% (32,2)	17,29% (33,0)
6	17,34% (51,3)	18,18% (47,3)	17,49% (52,5)	17,33% (53,1)
7	17,31% (77,3)	18,17% (74,8)	17,74% (76,4)	17,60% (79,6)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από τον αριθμό διαμερίσεων του διαστήματος στην γενικευμένη διαδική, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 33 : Εξάρτηση Smapre/χρόνου από διαμερίσεις.(damped,ετήσια)



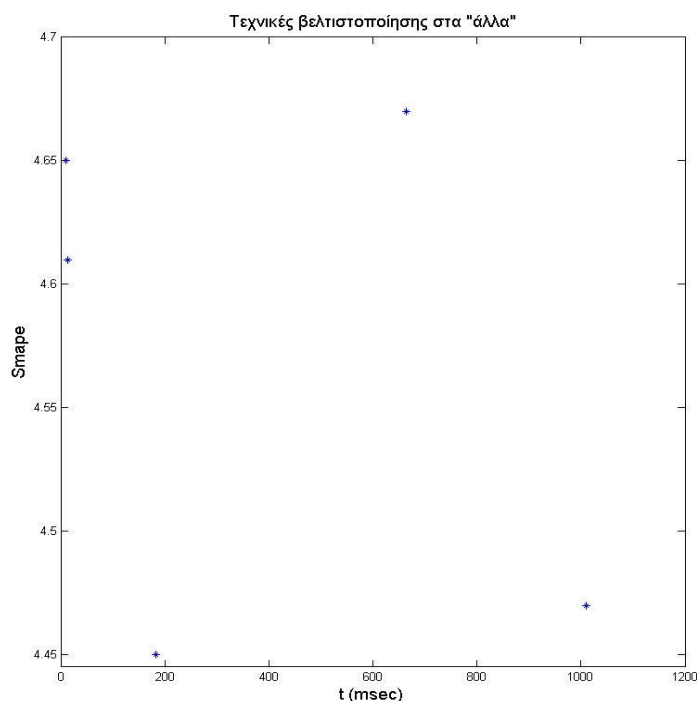
Άλλα δεδομένα

Πίνακας 6. 38 : Αποτελέσματα damped άλλα δεδομένα.

	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
Γραμμική επιλογή	4,67% (663,5)	4,90% (669,6)	4,49% (657,0)	4,66% (656,7)
Αναζήτηση στα 0.33&0.67	4,65% (9,8)	5,97% (8,1)	4,55% (8,6)	4,67% (9,1)
Έξυπνη γραμμική	4,47% (1009,6)	4,92% (1041,6)	4,39% (1056,4)	4,52% (981,9)
Hooke-Jeeves	4,61% (13,3)	5,94% (7,5)	4,33% (9,2)	4,63% (9,4)
Annealing	4,45% (183,5)	6,06% (197,2)	4,34% (192,2)	4,47% (168,3)

Τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα για αρχικό επίπεδο το επίπεδο παλινδρόμησης και αρχική τάση την τάση παλινδρόμησης φαίνονται στο επόμενο σχήμα.

Διάγραμμα 6. 34 : Smape(t) damped/άλλα



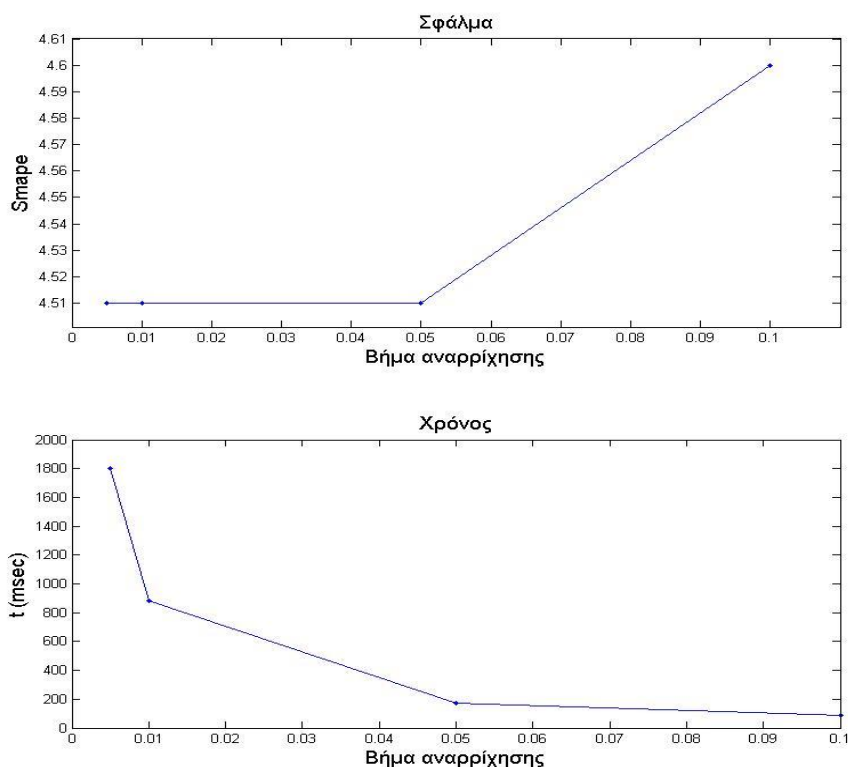
Η εφαρμογή της αναρρίχησης λόφων με επανεκκινήσεις στο κλασικό μοντέλο γραμμικής τάσης για διαφορετικές τιμές αρχικού επιπέδου, αρχικής τάσης και βήματος μεθόδου έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα.

Πίνακας 6. 39 : Αποτελέσματα αναρρίχησης λόφων damped άλλα δεδομένα.

Βήμα αναρρίχησης	Επίπεδο 4 & τάση 4	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
0,1	4,60% (90,9)	5,82% (77,0)	4,43% (90,0)	4,56% (88,7)
0,05	4,51% (175,1)	5,79% (138,4)	4,38% (160,8)	4,48% (163,8)
0,01	4,51% (883,2)	5,82% (721,5)	4,39% (824,6)	4,53% (886,6)
0,005	4,51% (1801,4)	5,79% (1358,7)	4,36% (1698,3)	4,49% (1822,4)

Το διάγραμμα που ακολουθεί στην αμέσως επόμενη σελίδα δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από το βήμα της αναρρίχησης, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης και με αρχική τάση επίσης αυτή της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 35 : Εξάρτηση Smape/χρόνου από climb_step.(damped,άλλα)



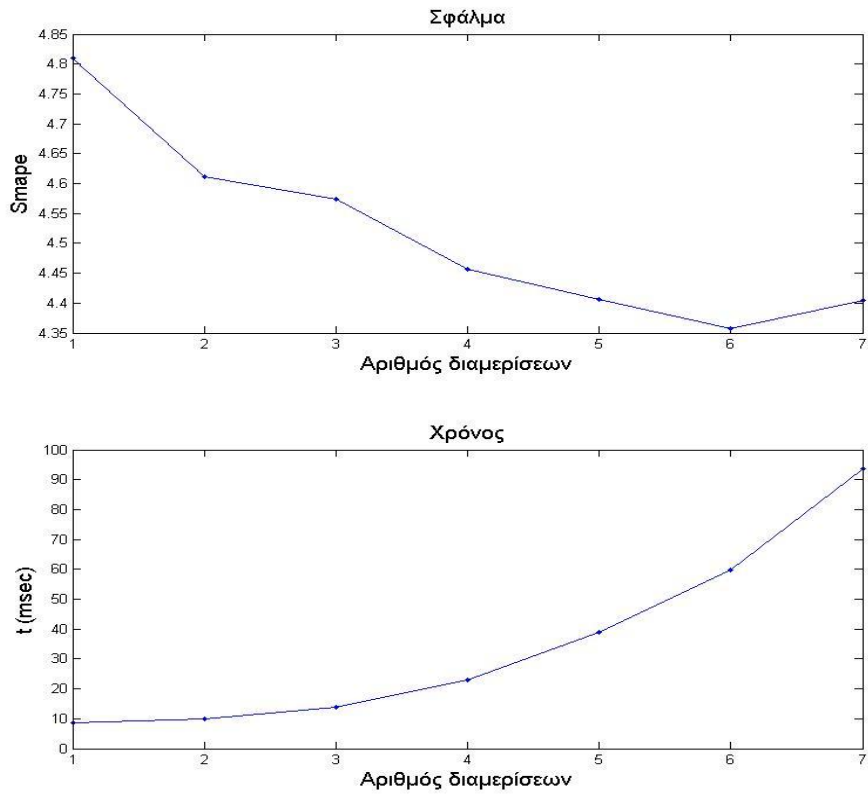
Με εφαρμογή της γενικευμένης δυαδικής αναζήτησης προέκυψαν τα αποτελέσματα σφάλματος(&χρόνου) του παρακάτω πίνακα(συναρτήσε αριθμού διαμερίσεων και αρχικών επιπέδου/τάσης).

Πίνακας 6. 40 : Αποτελέσματα γενικευμένης δυαδικής damped άλλα δεδομένα.

Ν ο αριθμός διαμερίσεων	Επίπεδο & τάση παλινδρόμησης	Επίπεδο 1, Τάση 2	Επίπεδο 3, Τάση 2	Επίπεδο 4, Τάση 2
1	4,81% (8,6)	5,99% (8,4)	4,66% (10,0)	4,83% (9,8)
2	4,61% (10,0)	5,97% (9,4)	4,42% (11,1)	4,64% (11,4)
3	4,57% (14,0)	5,94% (12,9)	4,53% (15,4)	4,59% (15,8)
4	4,46% (22,9)	5,95% (21,1)	4,42% (23,7)	4,58% (24,4)
5	4,41% (38,8)	5,91% (35,2)	4,45% (37,5)	4,45% (36,2)
6	4,36% (59,9)	5,87% (55,2)	4,43% (60,4)	4,40% (58,8)
7	4,40% (93,8)	5,83% (89,4)	4,42% (91,3)	4,43% (89,8)

Το σχήμα που ακολουθεί δείχνει την εξάρτηση του σφάλματος και του χρόνου από τον αριθμό διαμερίσεων του διαστήματος στην γενικευμένη δυαδική, με αρχικό επίπεδο αυτό της παλινδρόμησης.

Διάγραμμα 6. 36 : Εξάρτηση S_{map} /χρόνου από διαμερίσεις. (damped,άλλα)



7. Συμπεράσματα και μελλοντικές επεκτάσεις

7.1 Γενικά

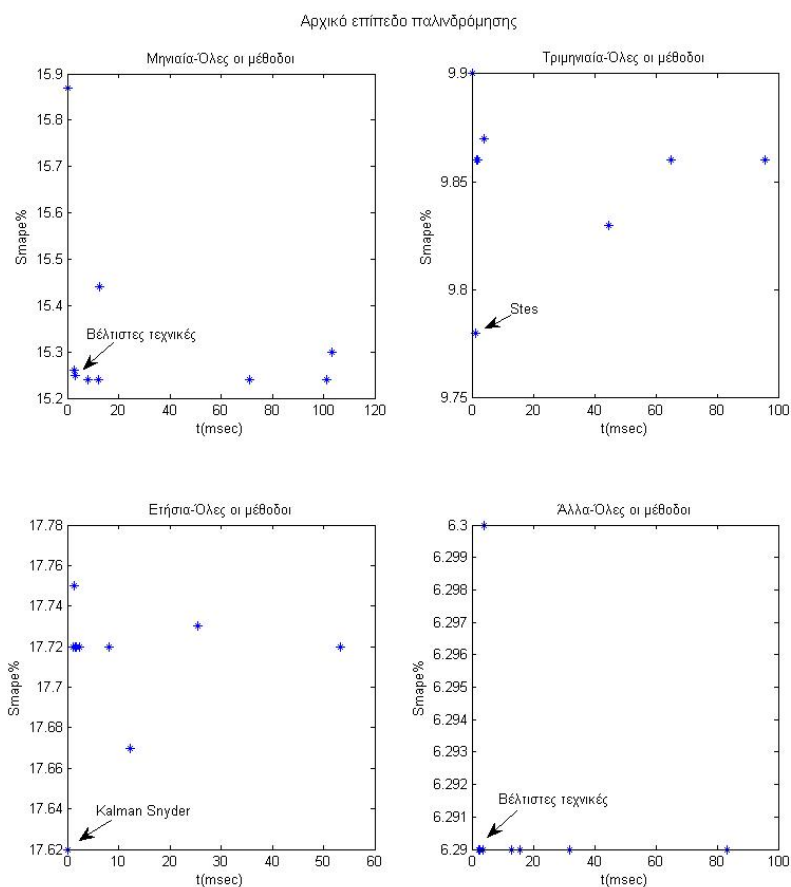
Η αίσθηση που αποκομίστηκε από την ολοκλήρωση όλων των πειραμάτων, αν μπορούσε να παρομοιαστεί με τη γεύση που αφήνει στο στόμα κάτι που τρώει κάποιος είναι γλυκόπικρη. Αν και από τα αποτελέσματα προέκυψαν χρήσιμες πληροφορίες εντούτοις, πολλές φορές δεν υπάρχει ομοιογένεια σε αυτά κάτι που δείχνει ότι η τυχαιότητα των τιμών των χρονοσειρών κάνει δύσκολη την πρόταση κατάλληλων τεχνικών επιλογής των βέλτιστων μεταβλητών εξομάλυνσης. Παρόλα ταύτα σε κάθε περίπτωση υπάρχουν αναλόγως του χρονικού είδους της χρονοσειράς και του μοντέλου εξομάλυνσης γενικά κατάλληλες μέθοδοι βελτιστοποίησης των μεταβλητών εξομάλυνσης, που δίνουν ακριβείς προβλέψεις. Μια σημαντική παρατήρηση πάνω στα αποτελέσματα των πειραμάτων είναι πως η ακρίβεια των προβλέψεων διαφοροποιείται αισθητά αναλόγως της επιλογής αρχικού επιπέδου και αρχικής τάσης ακόμα και αν οι επιλογές είναι από κατάλληλες τιμές. Μάλιστα, βάση των επιλογών αυτών αλλάζει και η μέθοδος που δίνει τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων. Στη συνέχεια, αναλόγως του μοντέλου εξομάλυνσης θα σχολιαστούν τα αποτελέσματα των πειραμάτων και θα αναφερθούν οι πιο αποδοτικές μέθοδοι βελτιστοποίησης με βάση την ανταπόκριση τους στα δεδομένα του διαγωνισμού M3.

7.2 Σταθερό επίπεδο

Τα αποτελέσματα των πειραμάτων που εκτελέστηκαν για μοντέλα σταθερού επιπέδου δεν παρουσίασαν μεγάλες διαφορές και ήταν σε αντιστοιχία με τα αποτελέσματα του διαγωνισμού M3 ([Makridakis and Hibon, 2000](#)), μάλιστα σε κάποιες περιπτώσεις ήταν καλύτερα.

Όσον αφορά τις μηνιαίες χρονοσειρές γενικά όλες οι μέθοδοι βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν για την επιλογή της μεταβλητής εξομάλυνσης του επιπέδου έδωσαν παραπλήσια αποτελέσματα σφάλματος. Επίσης, τα αποτελέσματα των μοντέλων δυναμικής προσαρμογής της μεταβλητής ήταν παραπλήσια, με εξαίρεση ίσως το απλοποιημένο Kalman filter του Snyder που έδωσε κάπως χειρότερα αποτελέσματα. Αν έπρεπε να επιλεγεί κάποια συγκεκριμένη τεχνική επιλογής μεταβλητής εξομάλυνσης, η απόφαση θα ήταν δύσκολη. Ωστόσο, σίγουρα δεν θα επιλεγόταν το απλοποιημένο Kalman filter του Snyder λόγω ανακρίβειας προβλέψεων έναντι των άλλων. Επίσης, δε θα επιλεγόταν η γραμμική επιλογή και η προσομοιωμένη ανόπτηση που απαιτούν αρκετό χρόνο εκτέλεσης. Στις μεθόδους της αναρρίχησης λόφων και της γενικευμένης δυαδικής που εκτελέστηκαν για διαφορετικές παραμετροποιήσεις τους δεν κρίνεται σκόπιμο να αυξάνεται η πολυπλοκότητα τους με πιο μικρά βήματα και περισσότερες διαμερίσεις αντίστοιχα καθώς τα αποτελέσματα τους ουσιαστικά δεν αλλάζουν. Αρκεί λοιπόν ένα μικρό βήμα για την αναρρίχηση λόφων και μία ή δύο διαμερίσεις για τη γενικευμένη δυαδική.

Διάγραμμα 7. 1 : Smape(t) συνολικό για σταθερό επίπεδο



Όσον αφορά τις τριμηνιαίες χρονοσειρές τα αποτελέσματα ήταν επίσης παραπλήσια σε όλες τις τεχνικές. Εδώ μάλιστα, και το απλοποιημένο Kalman filter του Snyder έδωσε ακριβείς προβλέψεις, αντίστοιχες του κλασικού μοντέλου με όλες τις τεχνικές βελτιστοποίησης. Τα καλύτερα αποτελέσματα προέκυψαν από τη μέθοδο STES και μάλιστα σε πολύ καλό χρόνο, οπότε προκρίνεται ως η καλύτερη επιλογή με βάση τις τριμηνιαίες χρονοσειρές του M3. Όπως και στα μηνιαία έτσι και στα τριμηνιαία η αύξηση της πολυπλοκότητας στη γενικευμένη δυαδική και στην αναρρίχηση λόφων κρίνεται άσκοπη.

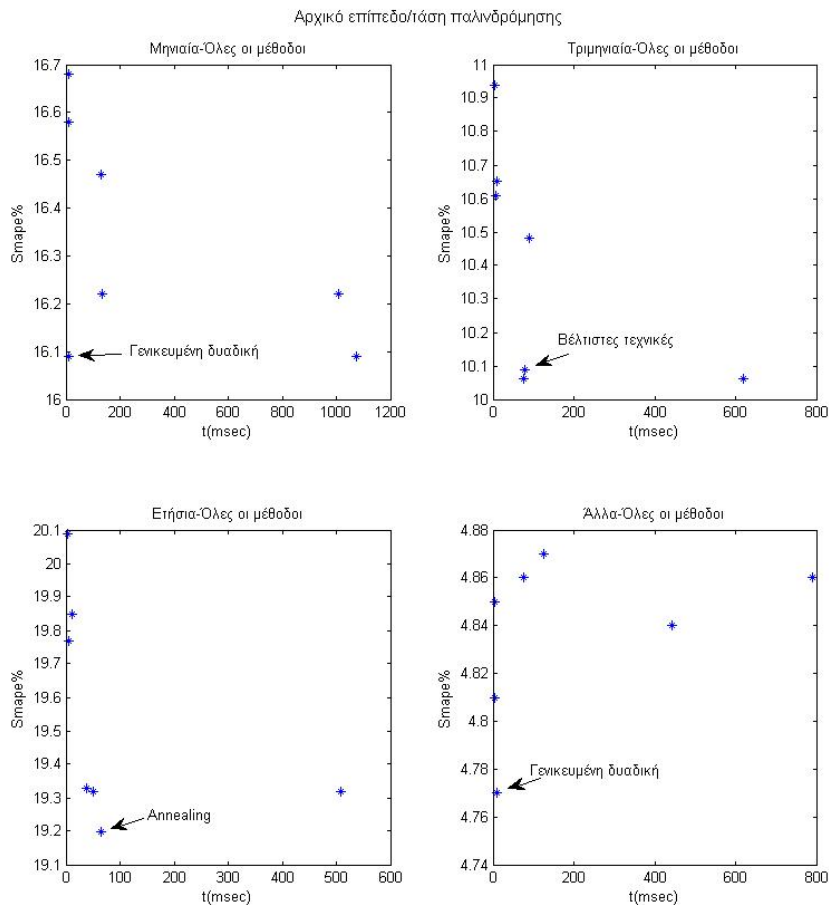
Όσον αφορά τώρα τις ετήσιες χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 και τα αποτελέσματα των πειραμάτων με αυτές, αυτά δεν ξεφεύγουν από τον κανόνα των προηγούμενων δύο ειδών χρονοσειρών. Και εδώ όλες οι μέθοδοι βελτιστοποίησης δίνουν παραπλήσια αποτελέσματα, ωστόσο τώρα οι μέθοδοι δυναμικής προσαρμογής της μεταβλητής εξομάλυνσης υπερτερούν με καλύτερο το απλοποιημένο Kalman filter του Snyder. Και στα ετήσια όπως και στα προηγούμενα η αύξηση της πολυπλοκότητας της αναρρίχησης και της γενικευμένης δυαδικής είναι περιττή.

Τέλος όσον αφορά τα αποτελέσματα των «άλλων» δεδομένων, αυτά ήταν εξαιρετικά όμοια με ελάχιστες και αμελητέες διαφοροποιήσεις στα μοντέλα δυναμικής προσαρμογής της μεταβλητής εξομάλυνσης όπως και στις αλλαγές της γενικευμένης δυαδικής και της αναρρίχησης λόφων.

7.3 Γραμμική τάση

Στα μοντέλα γραμμικής τάσης που οι προς επιλογή μεταβλητές εξομάλυνσης είναι δύο τα αποτελέσματα των πειραμάτων από εφαρμογή διαφορετικών τεχνικών βελτιστοποίησης αρχίζουν και διαφέρουν ουσιαστικά. Τα αποτελέσματα είναι πολλές φορές καλύτερα από τα αποτελέσματα του διαγωνισμού M3 ([Makridakis and Hibon, 2000](#)) και υπάρχει μόνο μια μικρή απόκλιση στα μηνιαία δεδομένα, που κρίνεται όμως λογική.

Διάγραμμα 7.2 : Smape(t) συνολικό για Holt



Αρχικά στα μηνιαία δεδομένα, από άποψη σφάλματος τα καλύτερα αποτελέσματα τα δίνει η γραμμική αναζήτηση, η έξυπνη γραμμική και η αναρρίχηση λόφων. Επίσης, αρκετά καλά αποτελέσματα δίνει η προσομοιωμένη ανόπτηση. Όσον αφορά την γενικευμένη δυαδική, τα αποτελέσματα της δείχνουν να καλυτερεύουν όσο αυξάνονται οι διαμερίσεις του διαστήματος δηλαδή τα αρχικά σημεία τα οποία ελέγχονται με σκοπό να οριστούν ως αρχικά σημεία της δυαδικής αναζήτησης. Συνολικά, ως βέλτιστη επιλογή προκρίνεται η έξυπνη γραμμική καθώς τα καλά αποτελέσματα της αναρρίχησης, που τη συναγωνίζεται, έρχονται για μικρά βήματα με θυσία την αύξηση της πολυπλοκότητας της μεθόδου.

Παράλληλα, στα τριμηνιαία δεδομένα, από άποψη σφάλματος τα καλύτερα αποτελέσματα προέκυψαν με τη γραμμική αναζήτηση, την έξυπνη γραμμική αναζήτηση και με την αναρρίχηση λόφων. Η γραμμική αναζήτηση ωστόσο όπως είναι αναμενόμενο από άποψης χρόνου είναι πολύ κακή. Έτσι λοιπόν οι άλλες δύο είναι οι βέλτιστες επιλογές, με την αναρρίχηση λόφων να μην χάνει σε χρόνο εκτέλεσης αφού αρκεί αρκετά μεγάλο βήμα για να προκύψουν ακριβή αποτελέσματα. Να σημειωθεί ότι η δυαδική αναζήτηση έχει τάση να δίνει καλύτερα αποτελέσματα για περισσότερες διαμερίσεις, αλλά όχι τόσο καλά όσο των άλλων δύο.

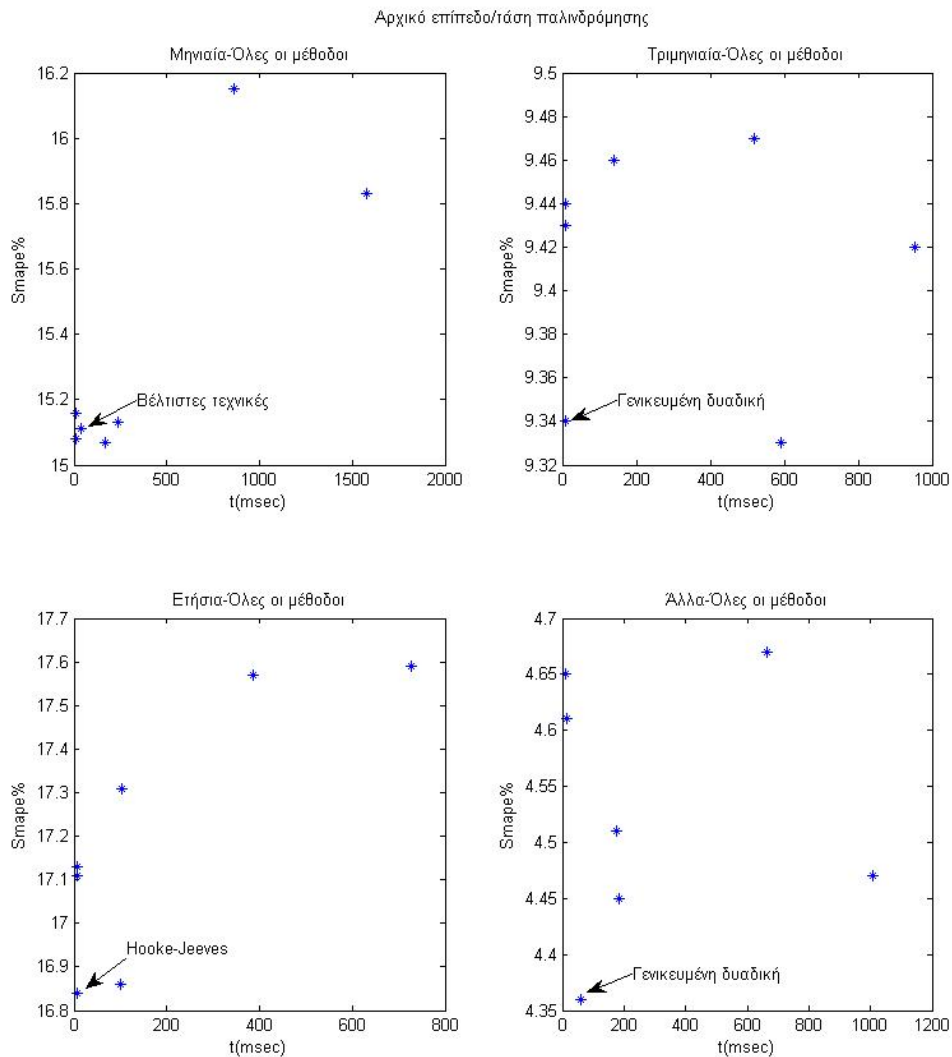
Από την άλλη πλευρά, στα ετήσια δεδομένα φαίνεται ότι τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την προσομοιωμένη ανόπτηση είναι τα καλύτερα όσον αφορά το σφάλμα έχοντας παράλληλα η μέθοδος λογικό χρόνο εκτέλεσης. Οι μόνες μέθοδοι που δίνουν παραπλήσια αποτελέσματα είναι η γραμμική αναζήτηση και η έξυπνη γραμμική. Οι υπόλοιπες δείχνουν να εξαπατώνται από τα ετήσια δεδομένα και να δίνουν ανακριβή αποτελέσματα.

Τέλος, στα «άλλα» δεδομένα η εφαρμογή των τεχνικών βελτιστοποίησης έδωσε παραπλήσια αποτελέσματα. Ωστόσο, όταν αυξάνονται οι διαμερίσεις της γενικευμένης δυαδικής τα αποτελέσματα που δίνει αυτή υπερτερούν έναντι των υπολοίπων. Είναι σημαντικό μάλιστα να αναφερθεί ότι ακόμα και με δέκα διαμερίσεις του διαστήματος η γενικευμένη δυαδική για επιλογή δύο μεταβλητών απαιτεί χαμηλό χρόνο εκτέλεσης. Όποτε συνολικά έχει πλεονέκτημα έναντι των άλλων τεχνικών που υλοποιήθηκαν στα πειράματα.

7.4 Μη γραμμική τάση

Η εφαρμογή των τεχνικών βελτιστοποίησης για την επιλογή των μεταβλητών εξομάλυνσης στα μοντέλα μη γραμμικής τάσης όπως είναι αναμενόμενο έδωσε διαφορετικά αποτελέσματα για κάθε μια από αυτές. Σε γενικές γραμμές τα αποτελέσματα ήταν σε αντιστοιχία με τα δημοσιευμένα του διαγωνισμού M3 ([Makridakis and Hibon, 2000](#)) και πολλές φορές μάλιστα παρουσιάζονταν καλύτερα. Ωστόσο, υπήρξε μια μικρή απόκλιση στα αποτελέσματα των μηνιαίων δεδομένων.

Διάγραμμα 7. 3 : Smape(t) συνολικό για damped.



Αρχικά, η εφαρμογή των τεχνικών βέλτιστης επιλογής των παραμέτρων εξομάλυνσης του μοντέλου μη γραμμικής τάσης στα μηνιαία δεδομένα έδωσε κάποια πολλά ενδιαφέροντα αποτελέσματα. Το πιο περίεργο από αυτά είναι ότι η γραμμική αναζήτηση έδωσε χειρότερα αποτελέσματα σε όλες σχεδόν τις περιπτώσεις έναντι των υπολοίπων τεχνικών. Τα καλύτερα αποτελέσματα προέκυψαν με εφαρμογή της Hooke-Jeeves pattern search η οποία είναι και ταχύτερη ανεξαρτήτως αριθμού παραμέτρων προς επιλογή. Εξίσου καλά αποτελέσματα έδωσε και η δυαδική αναζήτηση, μάλιστα αυξανόμενων των διαμερίσεων της γενικευμένης δυαδικής υπάρχει τάση μείωσης του σφάλματος των προβλέψεων δηλαδή τάση καλύτερης επιλογής των παραμέτρων. Εκτός αυτών καλά αποτελέσματα έδωσε και η προσομοιωμένη απόδοση, αλλά αυτή είναι αισθητά πιο αργή από τις προηγούμενες. Τέλος, η εφαρμογή της αναρρίχησης λόφων έδωσε καλά αποτελέσματα αλλά φάνηκε ότι δεν χρειάζεται να ναι πολύ μικρό το βήμα της αναρρίχησης γιατί δεν δίνει απαραίτητως καλύτερα αποτελέσματα (με βάση πάντα τα αποτελέσματα των πειραμάτων

στα δεδομένα του M3). Συνοψίζοντας, ως βέλτιστη επιλογή τεχνικής βελτιστοποίησης προκρίνεται η Hooke-Jeeves pattern search.

Στη συνέχεια, τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν στα τριμηνιαία δεδομένα έδωσαν αρκετά ανάμικτα αποτελέσματα. Είναι δύσκολο να ξεχωριστεί μέθοδος βελτιστοποίησης ως προς τα αποτελέσματα σφάλματος. Όλες οι μέθοδοι δίνουν παραπλήσια λίγο πολύ αποτελέσματα. Πάντως φαίνεται να έχει μια υπεροχή η δυαδική αναζήτηση για μικρό αριθμό διαμερίσεων, που είναι και αρκετά γρήγορη. Είναι περίεργο ότι για μεγαλύτερο αριθμό διαμερίσεων τα αποτελέσματα χειροτερεύουν και είναι άλλος ένας λόγος που δείχνει τη μεγάλη τυχαιότητα των τιμών των χρονοσειρών. Πέραν της δυαδικής αναζήτησης, καλά αποτελέσματα έδωσε η έξυπνη γραμμική αλλά και η αναρρίχηση λόφων ανεξαρτήτως βήματος.

Ακολούθως, στην περίπτωση των ετήσιων δεδομένων τα πειράματα έδειξαν ότι από άποψη σφάλματος τα καλύτερα αποτελέσματα έχει η προσομοιωμένη ανόπτηση. Η τεχνική αυτή ωστόσο, δεν είναι και η πιο γρήγορη και αν κάποιος χρειαζόταν κάτι λιγότερο πολύπλοκο θα μπορούσε να επιλέξει την Hooke-Jeeves pattern search που έδωσε επίσης καλά αποτελέσματα και είναι ταχύτερη. Και εδώ περιέργως απογοητευτικά είναι τα αποτελέσματα της γραμμικής αναζήτησης. Επίσης, η γενίκευση της δυαδικής και η αναρρίχηση λόφων δεν αποδίδουν όσο πιο πολύπλοκες και αν γίνονται με περισσότερες διαμερίσεις και μικρότερο βήμα αντίστοιχα.

Κλείνοντας με τα αποτελέσματα των πειραμάτων στα «άλλα» δεδομένα πρέπει να αναφερθεί ότι αυτά δεν διέφεραν πολύ από τεχνική σε τεχνική. Τα καλύτερα πάντως αποτελέσματα τα έδωσε η γενικευμένη δυαδική για μεγάλο αριθμό διαμερίσεων. Εδώ φάνηκε το αναμενόμενο αποτέλεσμα της βελτίωσης του σφάλματος για μεγαλύτερο αριθμό διαμερίσεων, δηλαδή για μεγαλύτερο αριθμό αρχικών σημείων που εξετάζονται για να οριστούν αρχικό σημείο της δυαδικής αναζήτησης. Πέραν αυτής της τεχνικής καλά αποτελέσματα προέκυψαν και από τη Hooke-Jeeves pattern search όπως και από την προσομοιωμένη ανόπτηση. Να σημειωθεί ωστόσο, ότι αυτό δεν προέκυψε για όλους τους συνδυασμούς αρχικής τάσης και αρχικού επιπέδου

7.5 Μελλοντικές προεκτάσεις

Αν και από τα πειράματα της παρούσης εργασίας βγήκαν πολλά και χρήσιμα αποτελέσματα παρόλα ταύτα υπάρχουν πολλά θέματα που είτε έμειναν ανοικτά εξαρχής είτε προέκυψαν στην πορεία της. Πρώτα από όλα, ως μια μελλοντική προέκταση που ήταν εξαρχής γνωστή, αφού σκοπίμως αμελήθηκε, είναι η μελέτη της ανταπόκρισης τεχνικών βελτιστοποίησης, που κάνουν χρήση παραγώγων, στα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης. Στην παρούσα εργασία δεν επιλέχθηκε να υλοποιηθούν τέτοιες τεχνικές και θα ήταν ενδιαφέρον να μελετηθεί η συμπεριφορά τους και να συγκριθεί, όσον αφορά το χρόνο και την ακρίβεια προβλέψεων, με τις μεθόδους μηδενικής τάξης που εφαρμόστηκαν. Εκτός όμως από αυτή την προέκταση από τα αποτελέσματα των πειραμάτων προέκυψε μια άλλη που δεν

αναμενόταν. Αυτή είναι η μελέτη μέσα από το σχεδιασμό και την υλοποίηση κατάλληλων πειραμάτων της μεθοδολογίας επιλογής αρχικής τάσης και αρχικού επιπέδου με βάση τα δεδομένα. Αυτή η ανάγκη προέκυψε καθώς για διαφορετικές αρχικές επιλογές τάσης και επιπέδου τα αποτελέσματα άλλαζαν δραματικά. Οι αλλαγές αυτές δεν περιορίζονταν μόνο στην ακρίβεια των προβλέψεων αλλά επεκτείνονταν και στην καταλληλότητα των διαφόρων τεχνικών βελτιστοποίησης. Μάλιστα κάποιες από τις κατάλληλες αρχικές τιμές τάσης και επιπέδου έδωσαν ιδιαίτερως ανακριβή αποτελέσματα. Θα ήταν λοιπόν σημαντικό να εξεταστούν ποιές αρχικές τιμές τάσης και επιπέδου είναι πραγματικά κατάλληλες για κάθε είδους χρονοσειρά. Παράλληλα, θα άξιζε τον κόπο η μελέτη μέσω της σχεδίασης και υλοποίησης κατάλληλων πειραμάτων της δυναμικής προσαρμογής της μεταβλητής εξομάλυνσης του επιπέδου στα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης με τάση, είτε γραμμική είτε μη γραμμική. Τέτοιου είδους μοντέλα έχουν χρησιμοποιηθεί από ερευνητές και θα ήταν σημαντικό να αντιπαραβληθούν με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία διότι μπορεί υπό συνθήκες να υπερτερούν στην ακρίβεια των προβλέψεων. Τέλος, κρίνεται σημαντικό να μελετηθούν οι τιμές των μεταβλητών εξομάλυνσης που επιλέγονται από τις τεχνικές βελτιστοποίησης με σκοπό την εύρεση διαστημάτων στα οποία βρίσκονται συνηθέστερα αναλόγως του είδους της χρονοσειράς. Αυτό θα είχε ως αποτέλεσμα την επιλογή στενότερων του $[0, 1]$ διαστημάτων τιμών των μεταβλητών εξομάλυνσης στα οποία εφαρμόζονται οι τεχνικές βελτιστοποίησης αναλόγως του είδους της χρονοσειράς. Όλες οι παραπάνω προεκτάσεις είναι στην κατεύθυνση του σχηματισμού μιας ολοκληρωμένης εικόνας πάνω στη βέλτιστη κατασκευή των μοντέλων χρονοσειρών, έτσι ώστε κάποιος που καλείται να δημιουργήσει προβλέψεις να έχει μια πλήρη μεθοδολογία που προσαρμόζει όλες τις επιμέρους παραμέτρους και τεχνικές στο πρόβλημα του.

Παράρτημα Α

Πηγαίος κώδικας.

```
%% ----- Project Replicates -----  
  
clear all;  
close all;  
  
% ----- Διαβασμα χρονοσειρων -----  
  
%ethsies=readata1(); % Δεν χρειαζεται η εκτελεση της, απλα πρεπει να  
%φορτωσουμε τα καταλληλα δεδομενα.  
  
kryfes=8; % yearly->6 monthly->18 other/quarterly->8  
%deiktes=q_deiktes; % Για μηνιαια δεδομενα θελει m_deiktes (prepei na exoyn fortvuei)  
ethsies1=ethsies; % Krataw tis arxikes gia sfalmata  
  
% ----- Epilogh monteloy ejomalynshs -----  
  
fprintf('Επιθυμείτε αποεποχικοποιηση;\n');  
fprintf('Υπαρχει δυνατοτητα στα μηνιαια και τριμηνιαια δεδομενα\n');  
user_entry1=input('Αν ναι πιεστε 1, διαφορετικα 2\n');  
  
if(user_entry1==1)  
  
    ethsies1=apoepox(ethsies,kryfes,deiktes,prwtos);  
  
end  
  
fprintf('Επέλεξε μοντελο εξομαλυνσης:\n');  
fprintf('α.SES\nβ.Holt\n');  
fprintf('γ.Dumped\nδ.STES\n');  
user_entry1=input('Για α,β,γ,δ πιεστε 1,2,3,4 αντιστοιχα\n');  
  
    while (user_entry1~=1)&(user_entry1~=2)&(user_entry1~=3)&(user_entry1~=4)  
  
        user_entry1=input('Λαθος!Εισαγετε παλι\nΓια α,β,γ,δ πιεστε 1,2,3,4  
αντιστοιχα\n');  
  
    end;  
  
    if(user_entry1==1)  
  
        [param error forecas xronos]=ses_project(ethsies1,kryfes);  
  
    elseif(user_entry1==2)  
  
        [param error forecas xronos]=holt_project(ethsies1,kryfes);  
  
    elseif(user_entry1==3)  
  
        [param error forecas xronos]=dumped_project(ethsies1,kryfes);  
  
    elseif(user_entry1==4)  
  
        [param error forecas xronos]=Stes_project(ethsies1,kryfes);  
  
    end;  
  
% Epanaepoxikopoihsh  
  
% ----- Epejergasia apotelesmatv -----  
  
fprintf('Επέλεξε είδος σφάλματος:\n');  
fprintf('α.mse\nβ.Mape\n');  
fprintf('γ.SMape\n');  
user_entry2=input('Για α,β,γ πιεστε 1,2,3 αντιστοιχα\n');  
  
    while (user_entry2~=1)&(user_entry2~=2)&(user_entry2~=3)
```

```

user_entry2=input('Λάθος!Εισαγετε παλι\nΓια α,β,γ πιεστε 1,2,3 αντιστοιχα\n');
end;

for i=1:length(ethsies(1,:)) % apomonvsh kaue xronseiras
    j=1;
    cutdata=[];
    while(ethsies(j,i)~=0)
        cutdata=[cutdata;ethsies(j,i)];
        j=j+1;
    end
    cutdata=cutdata(end-kryfes+1:end);

    if(user_entry1==1) % periptvsh ses to forecas exei mia timh
        forecas1=forecas(i)*ones([kryfes,1]);
    end
    if(user_entry1==4) % periptvsh stes to forecas exei mia timh
        forecas1=forecas(i)*ones([kryfes,1]);
    end
    if(user_entry1==2) % periptvsh Holt
        forecas1=forecas(:,i);
    end
    if(user_entry1==3) % periptvsh Damped
        forecas1=forecas(:,i);
    end

    if (user_entry1==1)
        forecas1=epanaepox(forecas1,deiktas(i,:),prwtos(i),first_kryfes(i));
        forecas1=forecas1';
    end

    if(user_entry2==1)

        sfalma(i)=errors(forecas1,cutdata,1);

    elseif(user_entry2==2)

        sfalma(i)=errors(forecas1,cutdata,2);

    elseif(user_entry2==3)

        sfalma(i)=errors(forecas1,cutdata,3);

    end

    end

%% ----- SES project 1 -----
--

function [parametros sfalma provleci apodosi]=ses_project(xronoseiras,hidden)

fprintf('Επέλεξε τροπο υπολογισμου σταθερου επιπεδου:\n');
fprintf('Α.Μεσος ορος των παρατηρησεων\nβ.Μεσος ορος των ν πρωτων παρατηρησεων\n');
fprintf('γ.Πρωτη παρατηρηση\nδ.Το σταθερο επιπεδο απο το μοντελο γραμμικης
παλινδρομησης\n');
user_entry1=input('Για α,β,γ,δ πιεστε 1,2,3,4 αντιστοιχα\n');

while (user_entry1~=1)&(user_entry1~=2)&(user_entry1~=3)&(user_entry1~=4)

    user_entry1=input('Λάθος!Εισαγετε παλι\nΓια α,β,γ,δ πιεστε 1,2,3,4
αντιστοιχα\n');

end;

%---apomonvsh kaue xronoseiras kai ypologismos s0

```

```

for i=1:length(xronoseires(1,:))
    j=1;
    xronoseira=[];
    while(xronoseires(j,i)~=0)
        xronoseira=[xronoseira;xronoseires(j,i)];
        j=j+1;
    end

    xronoseira=xronoseira(1:end-hidden);

if(user_entry1==1)

    s0(i)=sum(xronoseira)/length(xronoseira);
    tr='Μεσος ορος των παρατηρησεων';

elseif(user_entry1==2)

    user_entry2=input('Δωσε αριθμο παρατηρησεων:');
while(user_entry2>length(xronoseira))

    fprintf('Ο αριθμος πρεπει να ναι μικροτερος του %d \n',length(xronoseira));
    user_entry2=input('Δωσε αριθμο παρατηρησεων: \n');

    end;

    s0(i)=sum(xronoseira(1:user_entry2))/user_entry2;
    tr='Μεσος ορος των ν πρωτων παρατηρησεων';

elseif(user_entry1==3)

    s0(i)=xronoseira(1);
    tr='Πρωτη παρατηρηση';

elseif(user_entry1==4)

    t=[1:length(xronoseira)]';
    syntel=polyfit(t,xronoseira,1);
    s0(i)=syntel(2);
    tr='Το σταθερο επιπεδο απο το μοντελο γραμμικης παλινδρομησης';
    clear t; % σβηνω απο τη μνημη αφου δεν θα ξαναχρειαστει

end;

end

% επιλογη απο το χρηστη μεθοδου ευρεσης σταθερου επιπεδου και εν συνεχεια
% εκτελεση της με βαση τη χρονοσειρα

fprintf('Επέλεξε τροπο ευρεσης βελτιστης τιμης παραμετρου εξομαλυνσης:\n');
fprintf('α.Γραμμικη αναζητηση\nβ.Αναζητηση γυρω απο τα 0.33, 0.67\n');
fprintf('γ.advanced grid search\nδ.Hooke-jeeves\n');
fprintf('ε.Kalman filter\nστ.Golden section search \n');
fprintf('ζ.simulated annealing\nη.Advanced binary \nθ.Hill climb \n');
user_entry3=input('Για α,β,γ,δ,ε,στ,ζ,η,θ, πιασε 1,2,3,4,5,6,7,8,9 αντιστοιχα\n');

while
(user_entry3~=1) & (user_entry3~=2) & (user_entry3~=3) & (user_entry3~=4) & (user_entry3~=5) ..
.
    & (user_entry3~=6) & (user_entry3~=7) & (user_entry3~=8) & (user_entry3~=9)

    user_entry3=input('Λαθος!Εισαγετε παλι\nΓια α,β,γ,δ,ε,στ,ζ,η,θ πιασε
1,2,3,4,5,6,7,8,9 αντιστοιχα\n');

end;

%---

if(user_entry3==8)
fprintf('Επέλεξε αριθμο διαμερισμων:\n');
user_entry4=input('Κατα προτιμηση μικροτερο του 10\n');
end

if(user_entry3==9)
    fprintf('Επέλεξε μηκος βηματος:\n');
    user_entry6=input('Ας πουμε 0.1\n');
end

```

```

for i=1:length(xronoseires(1,:))
    j=1;
    xronoseira=[];
    while(xronoseires(j,i)~=0)
        xronoseira=[xronoseira;xronoseires(j,i)];
        j=j+1;
    end

    xronoseira=xronoseira'; % allagh se pinaka grammh
    xronoseira=xronoseira(1:end-hidden);

    fprintf('%d\n',i);

if(user_entry3==1)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    [forecast mse a]=grammiki_epilogi(xronoseira,s3);
    parametros(i)=a;
    sfalma(i)=mse;
    provleci(i)=forecast;
    apodosi(i)=toc(tStart);

elseif(user_entry3==2)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    [forecast mse a]=epilektikh_final(xronoseira,s3);
    parametros(i)=a;
    sfalma(i)=mse;
    provleci(i)=forecast;
    apodosi(i)=toc(tStart);

elseif(user_entry3==3)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    [forecast mse a]=adv_grid(xronoseira,s3,0,hidden,1);
    parametros(i)=a;
    sfalma(i)=mse;
    provleci(i)=forecast;
    apodosi(i)=toc(tStart);

elseif(user_entry3==4)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    [forecast mse a]=Hooke_custom(xronoseira,s3,0,hidden,1);
    parametros(i)=a;
    sfalma(i)=mse;
    provleci(i)=forecast;
    apodosi(i)=toc(tStart);

elseif(user_entry3==5)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    [forecast mse a]=Kalman1(xronoseira,s3);
    parametros(i)=a;
    sfalma(i)=mse;
    provleci(i)=forecast;
    apodosi(i)=toc(tStart);

elseif(user_entry3==6)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    [forecast mse a]=golden(xronoseira,s3);
    parametros(i)=a;
    sfalma(i)=mse;
    provleci(i)=forecast;
    apodosi(i)=toc(tStart);

elseif(user_entry3==7)

    tStart = tic;

```

```

s3=s0(i);
[forecast mse a]=anneal(xronoseira,s3,0,hidden,1);
parametros(i)=a;
sfalma(i)=mse;
provleci(i)=forecast;
apodosi(i)=toc(tStart);

elseif(user_entry3==8)

tStart = tic;
s3=s0(i);
[forecast mse a]=adv033b(xronoseira,s3,0,hidden,1,user_entry4);
parametros(i)=a;
sfalma(i)=mse;
provleci(i)=forecast;
apodosi(i)=toc(tStart);

elseif(user_entry3==9)

tStart = tic;
s3=s0(i);
[forecast mse a]=adv_binnew(xronoseira,s3,0,hidden,1,user_entry6);
parametros(i)=a;
sfalma(i)=mse;
provleci(i)=forecast;
apodosi(i)=toc(tStart);

end;

End

end

%% ----- Holt project -----

function [parametros sfalma provleci apodosi]=holt_project(xronoseires,hidden)

fprintf('Επέλεξε τροπο υπολογισμού σταθερου επιπεδου:\n');
fprintf('Α.Μεσος ορος των παρατηρησεων\nβ.Μεσος ορος των ν πρωτων παρατηρησεων\n');
fprintf('γ.Πρωτη παρατηρηση\nδ.Το σταθερο επιπεδο απο το μοντελο γραμμικης
παλινδρομησης\n');
user_entry1=input('Για α,β,γ,δ πιαστε 1,2,3,4 αντιστοιχα\n');

while (user_entry1~=1)&(user_entry1~=2)&(user_entry1~=3)&(user_entry1~=4)

user_entry1=input('Λαθος!Εισαγετε παλι\nΓια α,β,γ,δ πιαστε 1,2,3,4
αντιστοιχα\n');

end;

%---apomonvsh kaue xronoseiras kai ypologismos s0

for i=1:length(xronoseires(1,:))
j=1;
xronoseira=[];
while(xronoseires(j,i)~=0)
xronoseira=[xronoseira;xronoseires(j,i)];
j=j+1;
end

xronoseira=xronoseira(1:end-hidden);

if(user_entry1==1)

s0(i)=sum(xronoseira)/length(xronoseira);
tr='Μεσος ορος των παρατηρησεων';

elseif(user_entry1==2)

user_entry2=input('Δωσε αριθμο παρατηρησεων:'); % edw ekteleite fores
while(user_entry2>length(xronoseira))

fprintf('Ο αριθμος πρεπει να ναι μικροτερος του %d \n',length(xronoseira));
user_entry2=input('Δωσε αριθμο παρατηρησεων: \n');

```

```

end;

s0(i)=sum(xronoseira(1:user_entry2))/user_entry2;
tr='Μεσος ορος των ν πρωτων παρατηρησεων';

elseif(user_entry1==3)

s0(i)=xronoseira(1);
tr='Πρωτη παρατηρηση';

elseif(user_entry1==4)

t=[1:length(xronoseira)]';
syntel=polyfit(t,xronoseira,1);
s0(i)=syntel(2);
tr='Το σταθερο επιπεδο απο το μοντελο γραμμικης παλινδρομησης';
clear t; % σβηνω απο τη μνημη αφου δεν θα ξαναχρειαστει
% clear synt;

end;

end

fprintf('Επέλεξε τροπο υπολογισμου αρχικης τασης:\n');
fprintf('α.Δευτερη μειον πρωτη παρατηρηση\nβ.Τελευταια μειον πρωτη παρατηρηση δια ν-
1\n');
fprintf('γ.Την ταση απο το μοντελο γραμμικης παλινδρομησης\n');
user_entry3=input('Για α,β,γ πειστε 1,2,3 αντιστοιχα\n');

while (user_entry3~=1)&(user_entry3~=2)&(user_entry3~=3)

user_entry3=input('Λαθος!Εισαγετε παλι\nΓια α,β,γ,δ πειστε 1,2,3,4
αντιστοιχα\n');

end;

%---apomonvsh kaue xronoseiras kai ypologismos t0

for i=1:length(xronoseires(1,:))
j=1;
xronoseira=[];
while(xronoseires(j,i)~=0)
xronoseira=[xronoseira;xronoseires(j,i)];
j=j+1;
end

xronoseira=xronoseira(1:end-hidden);

if(user_entry3==1)

t0(i)=xronoseira(2)-xronoseira(1);

elseif(user_entry3==2)

t0(i)=(xronoseira(end)-xronoseira(1))/(length(xronoseira)-1);

elseif(user_entry3==3)

t=[1:length(xronoseira)]';
syntel=polyfit(t,xronoseira,1);
t0(i)=syntel(1);
clear t;
end
end

%---

parametros=zeros(2,length(xronoseires(1,:))); % arxikopoihsh pinaka parametrwn gia na
pernaw mesa
provleci=zeros(hidden,length(xronoseires(1,:)));

fprintf('Επέλεξε τροπο ευρεσης βελτιστης τιμης παραμετρου εξομαλυνσης:\n');
fprintf('α.Γραμμικη αναζητηση\nβ.Αναζητηση γυρω απο τα 0.33, 0.67\n');
fprintf('γ.advanced grid search\nδ.Hooke-jeeves\nε.Simulated annealing\n');
fprintf('στ.advanced binary\nζ.hill climb\nη.golden\n');
user_entry4=input('Για α,β,γ,δ,ε,στ,ζ πειστε 1,2,3,4,5,6,7,8 αντιστοιχα\n');

```



```

while (user_entry4~=1)&(user_entry4~=2)&(user_entry4~=3)&(user_entry4~=4)...
    &(user_entry4~=5)&(user_entry4~=6)&(user_entry4~=7)&(user_entry4~=8)

    user_entry4=input('Λαθος!Εισαγετε παλι\nΓια α,β,γ,δ,ε,στ,ζ πιεστε 1,2,3,4,5,6,7
αντιστοιχα\n');

end;

if(user_entry4==6)
    fprintf('Επέλεξε αριθμο διαμερισων:\n');
    user_entry5=input('Κατα προτιμηση μικροτερο του 10\n');
end

if(user_entry4==7)
    fprintf('Επέλεξε μηκος βηματος:\n');
    user_entry6=input('Ας πουμε 0.1\n');
end

for i=1:length(xronoseires(1,:))
    j=1;
    xronoseira=[];
    while(xronoseires(j,i)~=0)
        xronoseira=[xronoseira;xronoseires(j,i)];
        j=j+1;
    end

    xronoseira=xronoseira'; % allagh se pinaka grammh
    xronoseira=xronoseira(1:end-hidden);

    fprintf('%d\n',i);

if(user_entry4==1)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    t3=t0(i);
    [forecast mse a]=grammiki_epilogi2(xronoseira,s3,t3,hidden,2);
    apodosi(i)=toc(tStart);
    for j=1:2
        parametros(j,i)= a(j);
    end
    sfalma(i)=mse;
    provleci(1,i)=forecast(1);
    for j=2:hidden
        provleci(j,i)= forecast(2)+j*forecast(3);

        if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhhtikes provleceis

            provleci(j,i)=0;

        end

    end

elseif(user_entry4==2)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    t3=t0(i);
    [forecast mse a]=epilektikh_final2(xronoseira,s3,t3,hidden,2);
    apodosi(i)=toc(tStart);
    for j=1:2
        parametros(j,i)= a(j);
    end
    sfalma(i)=mse;
    provleci(1,i)=forecast(1);
    for j=2:hidden
        provleci(j,i)= forecast(2)+j*forecast(3);
        if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhhtikes provleceis

            provleci(j,i)=0;

        end

    end

elseif(user_entry4==3)

```

```

tStart = tic;
s3=s0(i);
t3=t0(i);
[forecast mse a]=adv_grid(xronoseira,s3,t3,hidden,2);
apodosi(i)=toc(tStart);
for j=1:2
    parametros(j,i)= a(j);
end
sfalma(i)=mse;
provleci(1,i)=forecast(1);
for j=2:hidden
    provleci(j,i)= forecast(2)+j*forecast(3);
    if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhtikes provleceis

        provleci(j,i)=0;

    end
end
end

elseif(user_entry4==4)

tStart = tic;
s3=s0(i);
t3=t0(i);
[forecast mse a]=Hooke_custom(xronoseira,s3,t3,hidden,2);
apodosi(i)=toc(tStart);
for j=1:2
    parametros(j,i)= a(j);
end
sfalma(i)=mse;
provleci(1,i)=forecast(1);
for j=2:hidden
    provleci(j,i)= forecast(2)+j*forecast(3);
    if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhtikes provleceis

        provleci(j,i)=0;

    end
end
end

elseif(user_entry4==5)

tStart = tic;
s3=s0(i);
t3=t0(i);
[forecast mse a]=anneal(xronoseira,s3,t3,hidden,2);
apodosi(i)=toc(tStart);
for j=1:2
    parametros(j,i)= a(j);
end
sfalma(i)=mse;
provleci(1,i)=forecast(1);
for j=2:hidden
    provleci(j,i)= forecast(2)+j*forecast(3);
    if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhtikes provleceis

        provleci(j,i)=0;

    end
end
end

elseif(user_entry4==6)

tStart = tic;
s3=s0(i);
t3=t0(i);
[forecast mse a]=adv033b(xronoseira,s3,t3,hidden,2,user_entry5);
apodosi(i)=toc(tStart);
for j=1:2
    parametros(j,i)= a(j);
end
sfalma(i)=mse;
provleci(1,i)=forecast(1);

```

```

for j=2:hidden
    provleci(j,i)= forecast(2)+j*forecast(3);
    if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhhtikes provleceis

        provleci(j,i)=0;

    end

end

elseif(user_entry4==7)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    t3=t0(i);
    [forecast mse a]=adv_binnew(xronoseira,s3,t3,hidden,2,user_entry6);
    apodosi(i)=toc(tStart);
    for j=1:2
        parametros(j,i)= a(j);
    end
    sfalma(i)=mse;
    provleci(1,i)=forecast(1);
    for j=2:hidden
        provleci(j,i)= forecast(2)+j*forecast(3);
        if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhhtikes provleceis

            provleci(j,i)=0;

        end

    end

end

end;

end
end

%% ----- Dumped project -----

function [parametros sfalma provleci apodosi]=dumped_project(xronoseiras,hidden)

    fprintf('Επέλεξε τροπο υπολογισμου σταθερου επιπεδου:\n');
    fprintf('Α.Μεσος ορος των παρατηρησεων\nβ.Μεσος ορος των ν πρωτων παρατηρησεων\n');
    fprintf('γ.Πρωτη παρατηρηση\nδ.Το σταθερο επιπεδο απο το μοντελο γραμμικης
παλινδρομησης\n');
    user_entry1=input('Για α,β,γ,δ πειστε 1,2,3,4 αντιστοιχα\n');

    while (user_entry1~=1)&(user_entry1~=2)&(user_entry1~=3)&(user_entry1~=4)

        user_entry1=input('Λαθος!Εισαγετε παλι\nΓια α,β,γ,δ πειστε 1,2,3,4
αντιστοιχα\n');

    end;

    %---apomonvsh kaue xronoseiras kai ypologismos s0

    for i=1:length(xronoseiras(1,:))
        j=1;
        xronoseira=[];
        while(xronoseiras(j,i)~=0)
            xronoseira=[xronoseira;xronoseiras(j,i)];
            j=j+1;
        end

        xronoseira=xronoseira(1:end-hidden);

    if(user_entry1==1)

        s0(i)=sum(xronoseira)/length(xronoseira);
        tr='Μεσος ορος των παρατηρησεων';

    elseif(user_entry1==2)

        user_entry2=input('Δωσε αριθμο παρατηρησεων:');
        while(user_entry2>length(xronoseira))

```

```

        fprintf('Ο αριθμός πρέπει να ναι μικρότερος του %d \n',length(xronoseira));
        user_entry2=input('Δωσε αριθμο παρατηρησεων: \n');

    end;

    s0(i)=sum(xronoseira(1:user_entry2))/user_entry2;
    tr='Μεσος ορος των ν πρωτων παρατηρησεων';

elseif(user_entry1==3)

    s0(i)=xronoseira(1);
    tr='Πρωτη παρατηρηση';

elseif(user_entry1==4)

    t=[1:length(xronoseira)]';
    syntel=polyfit(t,xronoseira,1);
    s0(i)=syntel(2);
    tr='Το σταθερο επιπεδο απο το μοντελο γραμμικης παλινδρομησης';
    clear t; % σβηνω απο τη μνημη αφου δεν θα ξαναχρειαστει
    % clear synt;

end;

end

fprintf('Επέλεξε τροπο υπολογισμου αρχικης τασης:\n');
fprintf('α.Δευτερη μειον πρωτη παρατηρηση\nβ.Τελευταια μειον πρωτη παρατηρηση δια ν-
1\n');
fprintf('γ.Την ταση απο το μοντελο γραμμικης παλινδρομησης\n');
user_entry3=input('Για α,β,γ πιεστε 1,2,3 αντιστοιχα\n');

while (user_entry3~=1)&(user_entry3~=2)&(user_entry3~=3)

    user_entry3=input('Λαθος!Εισαγετε παλι\nΓια α,β,γ,δ πιεστε 1,2,3,4
αντιστοιχα\n');

end;

%--apomonvsh kaue xronoseiras kai ypologismos t0

for i=1:length(xronoseires(1,:))
    j=1;
    xronoseira=[];
    while(xronoseires(j,i)~=0)
        xronoseira=[xronoseira;xronoseires(j,i)];
        j=j+1;
    end

    xronoseira=xronoseira(1:end-hidden);

if(user_entry3==1)

    t0(i)=xronoseira(2)-xronoseira(1);

elseif(user_entry3==2)

    t0(i)=(xronoseira(end)-xronoseira(1))/(length(xronoseira)-1);

elseif(user_entry3==3)

    t=[1:length(xronoseira)]';
    syntel=polyfit(t,xronoseira,1);
    t0(i)=syntel(1);
    clear t;
end
end

%---

parametros=zeros(3,length(xronoseires(1,:))); % arxikopoihsh pinaka parametrwn gia na
pernaw mesa tis parametryw ejomalynshs
provleci=zeros(hidden,length(xronoseires(1,:)));
fprintf('Επέλεξε τροπο ευρεσης βελτιστης τιμης παραμετρου εξομαλυνσης:\n');
fprintf('α.Γραμμικη αναζητηση\nβ.Αναζητηση γυρω απο τα 0.33, 0.67\n');

```

```

fprintf('γ.advanced grid search\nδ.Hooke-jeeves\nε.Simulated annealing\n');
fprintf('στ.advanced binary\nζ.Hill climb\n');
user_entry4=input('Για α,β,γ,δ,ε,στ,ζ πειστε 1,2,3,4,5,6,7 αντιστοιχα\n');

while (user_entry4~=1)&(user_entry4~=2)&(user_entry4~=3)&(user_entry4~=4)...
    &(user_entry4~=5)&(user_entry4~=6)&(user_entry4~=7)

    user_entry4=input('Λαθος!Εισαγετε παλι\nΓια α,β,γ,δ,ε,στ,ζ πειστε 1,2,3,4,5,6,7
αντιστοιχα\n');

end;

if(user_entry4==6)
    fprintf('Επέλεξε αριθμο διαμερισων:\n');
    user_entry5=input('Κατα προτιμηση μικροτερο του 10\n');
end

if(user_entry4==7)
    fprintf('Επέλεξε μηκος βηματος:\n');
    user_entry6=input('Ας πουμε 0.1\n');
end

for i=1:length(xronoseires(1,:))
    j=1;
    xronoseira=[];
    while(xronoseires(j,i)~=0)
        xronoseira=[xronoseira;xronoseires(j,i)];
        j=j+1;
    end

    xronoseira=xronoseira'; % allagh se pinaka grammh
    xronoseira=xronoseira(1:end-hidden);

    fprintf('%d\n',i);

if(user_entry4==1)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    t3=t0(i);
    [forecast mse a]=grammiki_epilogi2(xronoseira,s3,t3,hidden,3);
    apodosi(i)=toc(tStart);
    for j=1:3
        parametros(j,i)= a(j);
    end
    sfalma(i)=mse;
    provleci(1,i)=forecast(1);
    for j=2:hidden
        y=0;
        for o=1:j

            y=y+(a(3)^o)*forecast(3);

        end
        provleci(j,i)=forecast(2)+y ;
        if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhhtikes provleceis

            provleci(j,i)=0;

        end
    end
end

elseif(user_entry4==2)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    t3=t0(i);
    [forecast mse a]=epilektikh_final2(xronoseira,s3,t3,hidden,3);
    apodosi(i)=toc(tStart);
    for j=1:3
        parametros(j,i)= a(j);
    end
    sfalma(i)=mse;
    provleci(1,i)=forecast(1);
    for j=2:hidden
        y=0;
        for o=1:j

```

```

        y=y+(a(3)^o)*forecast(3);
    end
    provleci(j,i)=forecast(2)+y ;
    if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhhtikes provleceis

        provleci(j,i)=0;

    end
end
elseif(user_entry4==3)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    t3=t0(i);
    [forecast mse a]=adv_grid(xronoseira,s3,t3,hidden,3);
    apodosi(i)=toc(tStart);
    for j=1:3
        parametros(j,i)= a(j);
    end
    sfalma(i)=mse;
    provleci(1,i)=forecast(1);
    for j=2:hidden
        y=0;
        for o=1:j

            y=y+(a(3)^o)*forecast(3);

        end
        provleci(j,i)=forecast(2)+y ;
        if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhhtikes provleceis

            provleci(j,i)=0;

        end
    end
end
elseif(user_entry4==4)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    t3=t0(i);
    [forecast mse a]=Hooke_custom(xronoseira,s3,t3,hidden,3);
    apodosi(i)=toc(tStart);
    for j=1:3
        parametros(j,i)= a(j);
    end
    sfalma(i)=mse;
    provleci(1,i)=forecast(1);
    for j=2:hidden
        y=0;
        for o=1:j

            y=y+(a(3)^o)*forecast(3);

        end
        provleci(j,i)=forecast(2)+y ;
        if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhhtikes provleceis

            provleci(j,i)=0;

        end
    end
end
elseif(user_entry4==5)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    t3=t0(i);
    [forecast mse a]=anneal(xronoseira,s3,t3,hidden,3);
    apodosi(i)=toc(tStart);
    for j=1:3
        parametros(j,i)= a(j);
    end
    sfalma(i)=mse;
    provleci(1,i)=forecast(1);

```

```

for j=2:hidden
    y=0;
    for o=1:j

        y=y+(a(3)^o)*forecast(3);

    end
    provleci(j,i)=forecast(2)+y ;
    if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhhtikes provleceis

        provleci(j,i)=0;

    end
end

elseif(user_entry4==6)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    t3=t0(i);
    [forecast mse a]=adv033b(xronoseira,s3,t3,hidden,3,user_entry5);
    apodosi(i)=toc(tStart);
    for j=1:3
        parametros(j,i)= a(j);
    end
    sfalma(i)=mse;
    provleci(1,i)=forecast(1);
    for j=2:hidden
        y=0;
        for o=1:j

            y=y+(a(3)^o)*forecast(3);

        end
        provleci(j,i)=forecast(2)+y ;
        if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhhtikes provleceis

            provleci(j,i)=0;

        end
    end
end

elseif(user_entry4==7)

    tStart = tic;
    s3=s0(i);
    t3=t0(i);
    [forecast mse a]=adv_binnew(xronoseira,s3,t3,hidden,3,user_entry6);
    apodosi(i)=toc(tStart);
    for j=1:3
        parametros(j,i)= a(j);
    end
    sfalma(i)=mse;
    provleci(1,i)=forecast(1);
    for j=2:hidden
        y=0;
        for o=1:j

            y=y+(a(3)^o)*forecast(3);

        end
        provleci(j,i)=forecast(2)+y ;
        if (provleci(j,i)<0) % Elegxos gia arnhhtikes provleceis

            provleci(j,i)=0;

        end
    end
end

end;

end

end

```

```

%% ----- Stes project -----

function [a sfalma forecast apodosi]=Stes_project(xronoseires,hidden)

fprintf('Επέλεξε τροπο υπολογισμού σταθερου επιπεδου:\n');
fprintf('α.Μεσος ορος των παρατηρησεων\nβ.Μεσος ορος των ν πρωτων παρατηρησεων\n');
fprintf('γ.Πρωτη παρατηρηση\nδ.Το σταθερο επιπεδο απο το μοντελο γραμμικης
παλινδρομησης\n');
user_entry1=input('Για α,β,γ,δ πιαστε 1,2,3,4 αντιστοιχα\n');

while (user_entry1~=1)&(user_entry1~=2)&(user_entry1~=3)&(user_entry1~=4)

    user_entry1=input('Λαθος!Εισαγετε παλι\nΓια α,β,γ,δ πιαστε 1,2,3,4
αντιστοιχα\n');

end;

if(user_entry1==2)

    user_entry2=input('Δωσε αριθμο παρατηρησεων:'); % edw ekteleite fores
    while(user_entry2>100)

        fprintf('Ο αριθμος πρεπει να ναι μικροτερος του 100 \n');
        user_entry2=input('Δωσε αριθμο παρατηρησεων: \n');

    end

end

%---apomonvsh kaue xronoseiras kai ypologismos s0

for i=1:length(xronoseires(1,:))
    j=1;
    xronoseira=[];
    while(xronoseires(j,i)~=0)
        xronoseira=[xronoseira;xronoseires(j,i)];
        j=j+1;
    end

    if(user_entry1==1)

        s0(i)=sum(xronoseira)/length(xronoseira);
        tr='Μεσος ορος των παρατηρησεων';

    elseif(user_entry1==2)
        s0(i)=sum(xronoseira(1:user_entry2))/user_entry2;
        tr='Μεσος ορος των ν πρωτων παρατηρησεων';

    elseif(user_entry1==3)

        s0(i)=xronoseira(1);
        tr='Πρωτη παρατηρηση';

    elseif(user_entry1==4)

        t=[1:length(xronoseira)]';
        syntel=polyfit(t,xronoseira,1);
        s0(i)=syntel(2);
        tr='Το σταθερο επιπεδο απο το μοντελο γραμμικης παλινδρομησης';
        clear t; % σβηνω απο τη μνημη αφου δεν θα ξαναχρειαστει
        % clear synt;

    end;

end

a=zeros(120,length(xronoseires(1,:)));

for i=1:length(xronoseires(1,:))
    j=1;
    xronoseira=[];
    while(xronoseires(j,i)~=0)
        xronoseira=[xronoseira;xronoseires(j,i)];
        j=j+1;
    end

    xronoseira=xronoseira'; % allagh se pinaka grammh

```



```

        kryfes_times=xronoseira(end-hidden+1:end);
        xronoseira=xronoseira(1:end-hidden);

tStart = tic;
s1=s0(i);
[provleci error paramet]=stes_golden(xronoseira,kryfes_times,s1);
apodosi=toc(tStart);
    for j=1:length(paramet)
        a(j,i)= paramet(j);
    end
forecast(i)=provleci;
sfalma(i)=error;

end

end

%% -----Εφαρμογή STES με τεχνική βελτιστοποίηση; γραμμική αναζήτηση -----
function [prognosi lathos a]=stes_golden(data,cutdata,s2)

lathos=1000000000000000;

for b=-1:0.1:1

    for g=-1:0.1:1

        s3=s2;
        for i=1:length(data)

            e=data(i)-s3;
            a1(i)=1/(1+exp(b+(abs(e^2)*g)));
            foreseen(i)=s3+a1(i)*e;
            s3=foreseen(i);

        end

        problepsi=foreseen(end);
        foreseen=[s2 foreseen(1:end-1)];
        lathos1=MSE(data,foreseen);

        if (lathos1<lathos)
            lathos=lathos1;
            prognosi=problepsi;
            a=a1;
        end

    end

end

end

%% ----- Kalman filter -----
function [prognosi error param]=Kalman1(data,cutdata,s0)

a=1;
d=0;
s=0;

dn=1;
for i=2:length(data);

    e(i)=data(i)-s;
    s=s+a*e(i);
    if (i==2)
        dn=1;
    else
        temp1=0;
    end
end

```

```

temp2=0;
for j=2:i-1
    temp1=temp1+e(j)*(data(j+1)-data(j));
    temp2=temp2+e(j)^2;
end
dn=(-temp1)/temp2;
end

d=1/(dn+(1/dn)-d);
a=1-d;
end
param=a;
problepsi1=s*ones([1,length(cutdata)]);
error=MSE(cutdata,problepsi1);
prognosi=s;

end

%% ----- Γενικευση της αναζήτησης στα 0.33/0.67 -----

function [problepsi sfalma param]=adv033b(knowndata,s0,t0,hide,par_num,partitions)

%partitions=2;
step=1/((partitions+1)*2);% arxiko shmeio ekkinshs
step=roundn(step+0.005,-2);
k=0;
sfalma=1000000000000000000;

if(par_num==1)

    for i=1:partitions % epanalipsi ektelesis kvdika sta diaforetika ypodiasthmata

        a=roundn(i/(partitions+1),-2);
        [problepsi033 mse033]=ses(knowndata,a,s0);
        if(mse033<sfalma)
            sfalma=mse033;
            param=a;
            problepsi=problepsi033;
        end

    end

    bestmse=sfalma; % arxikopoihsh gia na mpei sto while
    bettermse=sfalma+1;

    a=param;

    while(abs(bestmse-bettermse)>0.001)
        %while (step>0.000001)

        for i=1:2
            if(i==1)
                a1=a+step;

                if(a1>1)
                    a1=1;
                end
            elseif (i==2)
                a1=a-step;

                if(a1<0)
                    a1=0;
                end
            end
        end

        [problepsi033 lathos]=ses(knowndata,a1,s0);
        if(lathos<bettermse)
            bettermse=lathos;
            if(bettermse<bestmse)
                temp=bettermse;
                bettermse=bestmse;
                bestmse=temp;
                a=a1;
                param=a;
                problepsi=problepsi033;
            end
        end
    end
end

```



```

        problepsi=problepsi033;
        sfalma=lathos;
    end
end

    end
end

    step=0.5*step;

end

elseif(par_num==3)

    for i=1:partitions % epanalipsi ektelesis kvdika sta diaforetika ypodiasthmata
        for j=1:partitions
            for u=1:partitions

                a=roundn(i/(partitions+1),-2);
                b=roundn(j/(partitions+1),-2);
                c=roundn(u/(partitions+1),-2);

                [problepsi1 mse1]=dumped(knowndata,a,b,c,s0,t0,hide);
                %mse066=MSE(cutdata,problepsi066);
                if(mse1<sfalma)
                    sfalma=mse1;
                    param=[a b c];
                    problepsi=problepsi1;
                end

            end

        end

    end

    bestmse=sfalma; % arxikopoihsh gia na mpei sto while
    bettermse=sfalma+1;

    a=param(1); % arxikopoihsh metablhtvn while
    b=param(2);
    c=param(3);

    while (abs (bestmse-bettermse)>0.001)
        %while (step>0.000001)

        for i=1:2
            if (i==1)
                a1=a+step;

                if (a1>1)
                    a1=1;
                end
            elseif (i==2)
                a1=a-step;

                if (a1<0)
                    a1=0;
                end
            end
        end
        for j=1:2
            if (j==1)
                b1=b+step;

                if (b1>1)
                    b1=1;
                end
            elseif (j==2)
                b1=b-step;

                if (b1<0)
                    b1=0;
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        for u=1:2
            if(u==1)
                c1=c+step;

                if(c1>1)
                    c1=1;
                end
            elseif (u==2)
                c1=c-step;

                if(c1<0)
                    c1=0;
                end
            end
        end

        [problepsi1 lathos]=dumped(knowndata,a1,b1,c1,s0,t0,hide);

        if(lathos<bettermse)
            bettermse=lathos;
            if(bettermse<bestmse)
                temp=bettermse;
                bettermse=bestmse;
                bestmse=temp;
                a=a1;
                b=b1;
                c=c1;
                param=[a b c];
                problepsi=problepsi1;
                sfalma=lathos;
            end
        end
    end
end
end
end

step=0.5*step;

end

end

end

% ----- Αναρρίχηση λόφων με επανεκκινήσεις -----

function [problepsi sfalma param]=adv_binnew(knowndata,s0,t0,hide,par_num,step)

%step=0.01;
k=0;
rand('seed',1986);

if(par_num==1)

    for w=1:20 % επανεκκινήσεις

        k=k+1;
        i=rand;
        [prognosi(k) error(k)]=ses(knowndata,i,s0);
        paramet(k)=i;

        dow=i-step;
        if(dow<0)
            dow=0;
        end
        [provleci1 mse1]=ses(knowndata,dow,s0); % Αναζητήση αριστερά
        if (mse1<error(k))

            error(k)=mse1;
            prognosi(k)=provleci1;
            paramet(k)=dow;

            dow=dow-step;

```

```

        if(dow<0)
            dow=0;
        end
        [provleci2 mse2]=ses(knowndata,dow,s0);

        while (mse2<mse1)
            error(k)=mse2;
            prognosi(k)=provleci2;
            paramet(k)=dow;
            mse1=mse2;

            dow=dow-step;
            if(dow<0)
                dow=0;
            end
            [provleci2 mse2]=ses(knowndata,dow,s0);
        end
        continue;
    end

    up=i+step;
    if(up>1)
        up=1;
    end
    [provleci1 mse1]=ses(knowndata,up,s0); % Anazthsh dejia

    if (mse1<error(k))

        error(k)=mse1;
        prognosi(k)=provleci1;
        paramet(k)=up;

        up=up+step;
        if(up>1)
            up=1;
        end
        [provleci2 mse2]=ses(knowndata,up,s0);

        while (mse2<mse1)
            error(k)=mse2;
            prognosi(k)=provleci2;
            paramet(k)=dow;
            mse1=mse2;

            up=up+step;
            if(up>1)
                up=1;
            end
            [provleci2 mse2]=ses(knowndata,up,s0);
        end
        %continue;
    end

end

[sfalma m]=min(error);
problepsi=prognosi(m);
param=paramet(m);

elseif(par_num==2)

    for w=1:20 % επανεκκίνησης

        i=rand;
        j=rand;
        k=k+1;

        [prognosi lathos(k)]=holt(knowndata,i,j,s0,t0,hide);
        a(k)=i;
        b(k)=j;
        mse1=lathos(k);
        mse2=mse1-1; % arxikopoihsh gia na mpei sto while
    end
end

```

```

        while(mse2<mse1)
            mse1=mse2;
            [mse2 a(k) b(k)
c]=climb_help(knowndata,s0,t0,hide,2,a(k),b(k),0,mse1,step);
            lathos(k)=mse2;
        end
    end

    [sfalma m]=min(lathos);
    [problepsi useless]=holt(knowndata,a(m),b(m),s0,t0,hide);
    param=[a(m) b(m)];

elseif(par_num==3)

    for w=1:20 % επανεκκλινησεις
        i=rand;
        j=rand;
        u=rand;
        k=k+1;

        [prognosi lathos(k)]=dumped(knowndata,i,j,u,s0,t0,hide);
        a(k)=i;
        b(k)=j;
        c(k)=u;

        mse1=lathos(k);
        mse2=mse1-1; % arxikopoihsh gia na mpei sto while

        while(mse2<mse1)
            mse1=mse2;
            [mse2 a(k) b(k)
c(k)]=climb_help(knowndata,s0,t0,hide,3,a(k),b(k),c(k),mse1,step);
            lathos(k)=mse2;
        end
    end

    [sfalma m]=min(lathos);
    [problepsi useless]=dumped(knowndata,a(m),b(m),c(m),s0,t0,hide);
    param=[a(m) b(m) c(m)];

end

end

% ----- Βοηθητική συνάρτηση αναρίχησης λόφων -----
function [sfalma a b c]=climb_help(knowndata,s0,t0,hide,par_num,in1,in2,in3,mse,step)
%step=0.01;

if (par_num==2)
    a=in1;
    b=in2;

    dow1=in1-step;
    if(dow1<0)
        dow1=0;

```

```

        end
        dow2=in2-step;
        if(dow2<0)
            dow2=0;
        end

[provlעי2 mse2]=holt(knowndata,dow1,dow2,s0,t0,hide);

if(mse2<mse)
    mse=mse2;
    a=dow1;
    b=dow2;
end

up1=in1+step;
    if(up1>1)
        up1=1;
    end
    up2=in2+step;
    if(up2>1)
        up2=1;
    end
[provlעי2 mse2]=holt(knowndata,up1,up2,s0,t0,hide);

if(mse2<mse)
    mse=mse2;
    a=up1;
    b=up2;
end

up1=in1+step;
    if(up1>1)
        up1=1;
    end
dow2=in2-step;
    if(dow2<0)
        dow2=0;
    end

[provlעי2 mse2]=holt(knowndata,up1,dow2,s0,t0,hide);

if(mse2<mse)
    mse=mse2;
    a=up1;
    b=dow2;
end

dow1=in1-step;
    if(dow1<0)
        dow1=0;
    end
up2=in2+step;
    if(up2>1)
        up2=1;
    end

[provlעי2 mse2]=holt(knowndata,dow1,up2,s0,t0,hide);

if(mse2<mse)
    mse=mse2;
    a=dow1;
    b=up2;
end

sfalma=mse;
c=0; % axrhsth timh gia th holt

elseif (par_num==3)

a=in1;
b=in2;
c=in3;

dow1=in1-step; % -1 -1 -1
    if(dow1<0)
        dow1=0;
    end
end

```



```

dow2=in2-step;
if (dow2<0)
    dow2=0;
end
dow3=in3-step;
if (dow3<0)
    dow3=0;
end

[provleci1 mse2]=dumped(knowndata,dow1,dow2,dow3,s0,t0,hide);

if (mse2<mse)
    mse=mse2;
    a=dow1;
    b=dow2;
    c=dow3;
end

dow1=in1-step; % -1 -1 1
if (dow1<0)
    dow1=0;
end
dow2=in2-step;
if (dow2<0)
    dow2=0;
end
up3=in3+step;
if (up3>1)
    up3=1;
end

[provleci1 mse2]=dumped(knowndata,dow1,dow2,up3,s0,t0,hide);

if (mse2<mse)
    mse=mse2;
    a=dow1;
    b=dow2;
    c=up3;
end

dow1=in1-step; % -1 1 1
if (dow1<0)
    dow1=0;
end
up2=in2+step;
if (up2>1)
    up2=1;
end
up3=in3+step;
if (up3>1)
    up3=1;
end

[provleci1 mse2]=dumped(knowndata,dow1,up2,up3,s0,t0,hide);

if (mse2<mse)
    mse=mse2;
    a=dow1;
    b=up2;
    c=up3;
end

dow1=in1-step; % -1 1 -1
if (dow1<0)
    dow1=0;
end
up2=in2+step;
if (up2>1)
    up2=1;
end
dow3=in3-step;
if (dow3<0)
    dow3=0;
end

[provleci1 mse2]=dumped(knowndata,dow1,up2,dow3,s0,t0,hide);

```

```

if (mse2<mse)
    mse=mse2;
    a=dow1;
    b=up2;
    c=dow3;
end

up1=in1+step; % 1 1 -1
if (up1>1)
    up1=1;
end
up2=in2+step;
if (up2>1)
    up2=1;
end
dow3=in3-step;
if (dow3<0)
    dow3=0;
end

[provllecil mse2]=dumped(knowndata,up1,up2,dow3,s0,t0,hide);

if (mse2<mse)
    mse=mse2;
    a=up1;
    b=up2;
    c=dow3;
end

up1=in1+step; % 1 1 1
if (up1>1)
    up1=1;
end
up2=in2+step;
if (up2>1)
    up2=1;
end
up3=in3+step;
if (up3>1)
    up3=1;
end

[provllecil mse2]=dumped(knowndata,up1,up2,up3,s0,t0,hide);

if (mse2<mse)
    mse=mse2;
    a=up1;
    b=up2;
    c=up3;
end

up1=in1+step; % 1 -1 1
if (up1>1)
    up1=1;
end
dow2=in2-step;
if (dow2<0)
    dow2=0;
end
up3=in3+step;
if (up3>1)
    up3=1;
end

[provllecil mse2]=dumped(knowndata,up1,dow2,up3,s0,t0,hide);

if (mse2<mse)
    mse=mse2;
    a=up1;
    b=dow2;
    c=up3;
end

up1=in1+step; % 1 -1 -1
if (up1>1)
    up1=1;
end

```

```

dow2=in2-step;
if(dow2<0)
    dow2=0;
end
dow3=in3-step;
if(dow3<0)
    dow3=0;
end

[provleci1 mse2]=dumped(knowndata,up1,dow2,dow3,s0,t0,hide);

if(mse2<mse)
    mse=mse2;
    a=up1;
    b=dow2;
    c=dow3;
end

sfalma=mse;

end

% ----- Simulated annealing -----
function [problepsi sfalma param] = anneal(knowndata,s0,t0,hide,par_num)

% Genikes arxikopoihseis

T=10;           % initial temp
Tmin=1e-8;      % stopping temp

k = 1;         % boltzmann constant

max_success=20;
max_consec_rejections=1000;
minF=1;
max_try=300;

if(par_num==1)

    x=0.5;
    [problepsi error1]=ses(knowndata,x,s0);
    param=x;
    sfalma=error1;
    step=0.17;
    consec=0;
    %randn('seed',1986);

    while (T>Tmin)

        steps=0;

        while(steps<15)

            % ----- γειτονικά σημεία -----
            xnew=x+step;
            if(xnew>1)
                xnew=1;
            end
            if(xnew<0)
                xnew=0;
            end
            [provleci error2]=ses(knowndata,xnew,s0);

            if (error2<=error1)
                x = xnew;
                error1=error2;
                steps=steps+1;
                sfalma=error1;
                problepsi=provleci;
                param=x;
                consec=0;
                continue;
            end
        end
    end
end

```

```

elseif(error2>error1)

    if(consec>max_consec_rejections)
        break;
    end
    if (rand < exp( (error1-error2)/(k*T) ));
        x = xnew;
        error1=error2;
        steps=steps+1;
        sfalma=error1;
        problepsi=provleci;
        param=x;
        continue;
    else
        consec = consec+1;
    end
end

xnew=x-step;
if(xnew>1)
    xnew=1;
end
if(xnew<0)
    xnew=0;
end
[provleci error2]=ses(knowndata,xnew,s0);
if (error2<=error1)

    x = xnew;
    error1=error2;
    steps=steps+1;
    sfalma=error1;
    problepsi=provleci;
    param=x;
elseif(error2>error1)

    if(consec>max_consec_rejections)
        break;
    end
    if (rand < exp( (error1-error2)/(k*T) ));
        x = xnew;
        error1=error2;
        steps=steps+1;
        sfalma=error1;
        problepsi=provleci;
        param=x;
    else
        consec = consec+1;
    end
end

end

% ----- Telos geitonika -----
step=step/2;
T=T*0.3;

end

elseif(par_num==2)

    rand('seed',1234);
    x=rand(1,2);
    [problepsi error1]=holt(knowndata,x(1),x(2),s0,t0,hide);
    param=x;
    step=[0.17 0.17];

    % counters
    itry = 0;
    success = 0;
    finished = 0;
    consec = 0;
    oldenergy=error1;
    total = 0;
    metritis=0;

```

```

while ~finished;
    itry = itry+1; % an iteration counter
    metritis=metritis+1;
    if itry >= max_try || success >= max_success;
        if T < Tmin || consec >= max_consec_rejections;
            finished = 1;
            total = total + itry;
            break;
        else
            T = T*0.3; % decrease T according to cooling schedule
            step=step/2;
            total = total + itry;
            itry = 1;
            success = 1;
        end
    end
end

% -----

xnew=x+step; % 1o
    if(xnew(1)>1)
        xnew(1)=1;
    end
    if(xnew(1)<0)
        xnew(1)=0;
    end
    if(xnew(2)>1)
        xnew(2)=1;
    end
    if(xnew(2)<0)
        xnew(2)=0;
    end

    [probleci error2]=holt(knowndata,xnew(1),xnew(2),s0,t0,hide);
    newenergy = error2;
    if (newenergy < minF),
        param = xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        break
    end

    if (oldenergy-newenergy > 1e-6)
        param=xnew;
        x=xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        success = success+1;
        consec = 0;
        continue;
    else
        if (rand < exp( (oldenergy-newenergy)/(k*T) ));
            param=xnew;
            x=xnew;
            oldenergy = newenergy;
            problepsi=probleci;
            success = success+1;
            continue;
        else
            consec = consec+1;
        end
    end

xnew=x-step; % 2o
    if(xnew(1)>1)
        xnew(1)=1;
    end
    if(xnew(1)<0)
        xnew(1)=0;
    end
    if(xnew(2)>1)
        xnew(2)=1;
    end
    if(xnew(2)<0)
        xnew(2)=0;
    end
end

```

```

[probleci error2]=holt(knowndata,xnew(1),xnew(2),s0,t0,hide);
newenergy = error2;
if (newenergy < minF),
    param = xnew;
    oldenergy = newenergy;
    problepsi=probleci;
    break
end

if (oldenergy-newenergy > 1e-6)
    param=xnew;
    x=xnew;
    oldenergy = newenergy;
    problepsi=probleci;
    success = success+1;
    consec = 0;
    continue;
else
    if (rand < exp( (oldenergy-newenergy)/(k*T) ));
        param=xnew;
        x=xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        success = success+1;
        continue;
    else
        consec = consec+1;
    end
end

xnew=x+step.*[-1 1]; % 3o
if(xnew(1)>1)
    xnew(1)=1;
end
if(xnew(1)<0)
    xnew(1)=0;
end
if(xnew(2)>1)
    xnew(2)=1;
end
if(xnew(2)<0)
    xnew(2)=0;
end

[probleci error2]=holt(knowndata,xnew(1),xnew(2),s0,t0,hide);
newenergy = error2;
if (newenergy < minF),
    param = xnew;
    oldenergy = newenergy;
    problepsi=probleci;
    break
end

if (oldenergy-newenergy > 1e-6)
    param=xnew;
    x=xnew;
    oldenergy = newenergy;
    problepsi=probleci;
    success = success+1;
    consec = 0;
    continue;
else
    if (rand < exp( (oldenergy-newenergy)/(k*T) ));
        param=xnew;
        x=xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        success = success+1;
        continue;
    else
        consec = consec+1;
    end
end

xnew=x+step.*[1 -1]; % 4o
if(xnew(1)>1)

```

```

        xnew(1)=1;
    end
    if(xnew(1)<0)
        xnew(1)=0;
    end
    if(xnew(2)>1)
        xnew(2)=1;
    end
    if(xnew(2)<0)
        xnew(2)=0;
    end

    [probleci error2]=holt(knowndata,xnew(1),xnew(2),s0,t0,hide);
    newenergy = error2;
    if (newenergy < minF),
        param = xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        break
    end

    if (oldenergy-newenergy > 1e-6)
        param=xnew;
        x=xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        success = success+1;
        consec = 0;
        continue;
    else
        if (rand < exp( (oldenergy-newenergy)/(k*T) ));
            param=xnew;
            x=xnew;
            oldenergy = newenergy;
            problepsi=probleci;
            success = success+1;
            continue;
        else
            consec = consec+1;
        end
    end
end

sfalma = oldenergy;

elseif(par_num==3)

    rand('seed',1234);
    x=rand(1,3);
    [problepsi error1]=dumped(knowndata,x(1),x(2),x(3),s0,t0,hide);
    param=x;
    step=[0.2 0.2 0.2];

    % counters
    itry = 0;
    success = 0;
    finished = 0;
    consec = 0;
    oldenergy=error1;
    total = 0;

    while ~finished;
        itry = itry+1; % an iteration counter
        if itry >= max_try || success >= max_success;
            if T < Tmin || consec >= max_consec_rejections;
                finished = 1;
                total = total + itry;
                break;
            else
                T = T*0.3; % decrease T according to cooling schedule
                step=step/2;
                total = total + itry;
                itry = 1;
                success = 1;
            end
        end
    end
end

```

```

end
% -----
xnew=x+step.*[1 1 1]; % 1 1 1
    if(xnew(1)>1)
        xnew(1)=1;
    end
    if(xnew(1)<0)
        xnew(1)=0;
    end
    if(xnew(2)>1)
        xnew(2)=1;
    end
    if(xnew(2)<0)
        xnew(2)=0;
    end
    if(xnew(3)>1)
        xnew(3)=1;
    end
    if(xnew(3)<0)
        xnew(3)=0;
    end
[probleci error2]=dumped(knowndata,xnew(1),xnew(2),xnew(3),s0,t0,hide);
newenergy = error2;
if (newenergy < minF),
    param = xnew;
    oldenergy = newenergy;
    problepsi=probleci;
    break
end

if (oldenergy-newenergy > 1e-6)
    param=xnew;
    x=xnew;
    oldenergy = newenergy;
    problepsi=probleci;
    success = success+1;
    consec = 0;
    continue;
else
    if (rand < exp( (oldenergy-newenergy)/(k*T) ));
        param=xnew;
        x=xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        success = success+1;
        continue;
    else
        consec = consec+1;
    end
end

xnew=x+step.*[-1 -1 -1]; % -1 -1 -1
    if(xnew(1)>1)
        xnew(1)=1;
    end
    if(xnew(1)<0)
        xnew(1)=0;
    end
    if(xnew(2)>1)
        xnew(2)=1;
    end
    if(xnew(2)<0)
        xnew(2)=0;
    end
    if(xnew(3)>1)
        xnew(3)=1;
    end
    if(xnew(3)<0)
        xnew(3)=0;
    end
[probleci error2]=dumped(knowndata,xnew(1),xnew(2),xnew(3),s0,t0,hide);
newenergy = error2;
if (newenergy < minF),
    param = xnew;
    oldenergy = newenergy;
    problepsi=probleci;

```



```

        break
    end

    if (oldenergy-newenergy > 1e-6)
        param=xnew;
        x=xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        success = success+1;
        consec = 0;
        continue;
    else
        if (rand < exp( (oldenergy-newenergy)/(k*T) ));
            param=xnew;
            x=xnew;
            oldenergy = newenergy;
            problepsi=probleci;
            success = success+1;
            continue;
        else
            consec = consec+1;
        end
    end

    xnew=x+step.*[1 1 -1]; % 1 1 -1
        if(xnew(1)>1)
            xnew(1)=1;
        end
        if(xnew(1)<0)
            xnew(1)=0;
        end
        if(xnew(2)>1)
            xnew(2)=1;
        end
        if(xnew(2)<0)
            xnew(2)=0;
        end
        if(xnew(3)>1)
            xnew(3)=1;
        end
        if(xnew(3)<0)
            xnew(3)=0;
        end
    [probleci error2]=dumped(knowndata,xnew(1),xnew(2),xnew(3),s0,t0,hide);
    newenergy = error2;
    if (newenergy < minF),
        param = xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        break
    end

    if (oldenergy-newenergy > 1e-6)
        param=xnew;
        x=xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        success = success+1;
        consec = 0;
        continue;
    else
        if (rand < exp( (oldenergy-newenergy)/(k*T) ));
            param=xnew;
            x=xnew;
            oldenergy = newenergy;
            problepsi=probleci;
            success = success+1;
            continue;
        else
            consec = consec+1;
        end
    end

    xnew=x+step.*[1 -1 -1]; % 1 -1 -1
        if(xnew(1)>1)
            xnew(1)=1;
        end

```

```

        if(xnew(1)<0)
            xnew(1)=0;
        end
        if(xnew(2)>1)
            xnew(2)=1;
        end
        if(xnew(2)<0)
            xnew(2)=0;
        end
        if(xnew(3)>1)
            xnew(3)=1;
        end
        if(xnew(3)<0)
            xnew(3)=0;
        end
        [probleci error2]=dumped(knowndata,xnew(1),xnew(2),xnew(3),s0,t0,hide);
        newenergy = error2;
        if (newenergy < minF),
            param = xnew;
            oldenergy = newenergy;
            problepsi=probleci;
            break
        end

        if (oldenergy-newenergy > 1e-6)
            param=xnew;
            x=xnew;
            oldenergy = newenergy;
            problepsi=probleci;
            success = success+1;
            consec = 0;
            continue;
        else
            if (rand < exp( (oldenergy-newenergy)/(k*T) ));
                param=xnew;
                x=xnew;
                oldenergy = newenergy;
                problepsi=probleci;
                success = success+1;
                continue;
            else
                consec = consec+1;
            end
        end

        xnew=x+step.*[1 -1 1]; % 1 -1 1
        if(xnew(1)>1)
            xnew(1)=1;
        end
        if(xnew(1)<0)
            xnew(1)=0;
        end
        if(xnew(2)>1)
            xnew(2)=1;
        end
        if(xnew(2)<0)
            xnew(2)=0;
        end
        if(xnew(3)>1)
            xnew(3)=1;
        end
        if(xnew(3)<0)
            xnew(3)=0;
        end
        [probleci error2]=dumped(knowndata,xnew(1),xnew(2),xnew(3),s0,t0,hide);
        newenergy = error2;
        if (newenergy < minF),
            param = xnew;
            oldenergy = newenergy;
            problepsi=probleci;
            break
        end

        if (oldenergy-newenergy > 1e-6)
            param=xnew;
            x=xnew;
            oldenergy = newenergy;

```

```

    problepsi=probleci;
    success = success+1;
    consec = 0;
    continue;
else
    if (rand < exp( (oldenergy-newenergy)/(k*T) ));
        param=xnew;
        x=xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        success = success+1;
        continue;
    else
        consec = consec+1;
    end
end
end

xnew=x+step.*[-1 1 1]; % -1 1 1
    if(xnew(1)>1)
        xnew(1)=1;
    end
    if(xnew(1)<0)
        xnew(1)=0;
    end
    if(xnew(2)>1)
        xnew(2)=1;
    end
    if(xnew(2)<0)
        xnew(2)=0;
    end
    if(xnew(3)>1)
        xnew(3)=1;
    end
    if(xnew(3)<0)
        xnew(3)=0;
    end
end
[probleci error2]=dumped(knowndata,xnew(1),xnew(2),xnew(3),s0,t0,hide);
newenergy = error2;
if (newenergy < minF),
    param = xnew;
    oldenergy = newenergy;
    problepsi=probleci;
    break
end

if (oldenergy-newenergy > 1e-6)
    param=xnew;
    x=xnew;
    oldenergy = newenergy;
    problepsi=probleci;
    success = success+1;
    consec = 0;
    continue;
else
    if (rand < exp( (oldenergy-newenergy)/(k*T) ));
        param=xnew;
        x=xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        success = success+1;
        continue;
    else
        consec = consec+1;
    end
end
end

xnew=x+step.*[-1 -1 1]; % -1 -1 1
    if(xnew(1)>1)
        xnew(1)=1;
    end
    if(xnew(1)<0)
        xnew(1)=0;
    end
    if(xnew(2)>1)
        xnew(2)=1;
    end
    if(xnew(2)<0)

```

```

        xnew(2)=0;
    end
    if(xnew(3)>1)
        xnew(3)=1;
    end
    if(xnew(3)<0)
        xnew(3)=0;
    end
[probleci error2]=dumped(knowndata,xnew(1),xnew(2),xnew(3),s0,t0,hide);
newenergy = error2;
if (newenergy < minF),
    param = xnew;
    oldenergy = newenergy;
    problepsi=probleci;
    break
end

if (oldenergy-newenergy > 1e-6)
    param=xnew;
    x=xnew;
    oldenergy = newenergy;
    problepsi=probleci;
    success = success+1;
    consec = 0;
    continue;
else
    if (rand < exp( (oldenergy-newenergy)/(k*T) ));
        param=xnew;
        x=xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        success = success+1;
        continue;
    else
        consec = consec+1;
    end
end

xnew=x+step.*[-1 1 -1]; % -1 1 -1
    if(xnew(1)>1)
        xnew(1)=1;
    end
    if(xnew(1)<0)
        xnew(1)=0;
    end
    if(xnew(2)>1)
        xnew(2)=1;
    end
    if(xnew(2)<0)
        xnew(2)=0;
    end
    if(xnew(3)>1)
        xnew(3)=1;
    end
    if(xnew(3)<0)
        xnew(3)=0;
    end
[probleci error2]=dumped(knowndata,xnew(1),xnew(2),xnew(3),s0,t0,hide);
newenergy = error2;
if (newenergy < minF),
    param = xnew;
    oldenergy = newenergy;
    problepsi=probleci;
    break
end

if (oldenergy-newenergy > 1e-6)
    param=xnew;
    x=xnew;
    oldenergy = newenergy;
    problepsi=probleci;
    success = success+1;
    consec = 0;
    continue;
else
    if (rand < exp( (oldenergy-newenergy)/(k*T) ));
        param=xnew;

```

```
        x=xnew;
        oldenergy = newenergy;
        problepsi=probleci;
        success = success+1;
        continue;
    else
        consec = consec+1;
    end
end
end

sfalma = oldenergy;

end

end
```


Παράρτημα Β

Βιβλιογραφία.

1. Armstrong, J.S. & Collopy, F., 1992. Error measures for generalizing about forecasting methods: Empirical comparisons. *International Journal of Forecasting*, 8, 69–80.
2. Bowerman, B. L., O'Connell, R., & Koehler, A. B. (2005). *Forecasting, time series, and regression* (4th edition). Pacific Grove, CA7 Duxbury Press.
3. Brown, R. G. 1959. *Statistical forecasting for inventory control*. New York: McGraw Hill.
4. Collopy, F. & Fildes, R., 1992. A commentary on error measures. *International Journal of Forecasting*, 8, 99–111.
5. De Gooijer G. Jan, Hyndman J. Rob, 2006. 25 years of time series forecasting. *International Journal of Forecasting*, 22, 443– 473.
6. Fildes Robert, Hibon Michele, Makridakis Spyros, Meade Nigel, 1998. Generalising about univariate forecasting methods: further empirical evidence. *International Journal of Forecasting*, 14, 339–358.
7. Flowers A. Dale, 1980. A simulation study of smoothing constant limits for an adaptive forecasting system. *Journal of operations management* vol1, no 2 November 1980.
8. Gardner S. Everette Jr, 1985. Exponential Smoothing: The State of the Art. *Journal of Forecasting*, Vol. 4, 1-28.
9. Gardner S. Everette Jr, McKenzie Ed, 1985. *Forecasting Trends in Time Series*. *Management Science*, Vol. 31, No. 10.
10. Gardner S. Everette Jr, 2006. Exponential smoothing: The state of the art—Part II. *International Journal of Forecasting*, 22, 637– 666.
11. Holt, C. C. 1957. *Forecasting Trends and Seasonal by Exponentially Weighted Averages*, ONR Memorandum No. 52, Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh, USA (published in *International Journal of Forecasting* 2004, 20, 5–13).
12. Hooke R. , Jeeves T.A. 1961. Direct search' solution of numerical and statistical problems. *Journal of the Association for Computing Machinery (ACM)* 8 (2): 212–229.
13. Hyndman J. Rob, Koehler B. Anne, Snyder D. Ralph, Grose Simone, 2002. A state space framework for automatic forecasting using exponential smoothing methods. *International Journal of Forecasting*, 18, 439–454.
14. Kirkpatrick S. , Gelatt C. D. , Vecchi, M. P. 1983. Optimization by Simulated Annealing. *Science* 220 (4598): 671–680.
15. Lasdon Leon S. , Fox Richard L. , Ratner Margery W. 1973. *Nonlinear Optimization Using the Generalized Reduced Gradient Method*.
16. Makridakis, S., 1986. The art and science of forecasting: An assessment and future directions, *International Journal of Forecasting*, 2, 15-39.
17. Makridakis, S., Hibon, M., 1991. Exponential smoothing: The effect of initial values and loss functions on post-sample forecasting accuracy. *International Journal of Forecasting*, 7, 317-330.
18. Makridakis, S., Hibon, M., 2000. The M3-Competition: Results, conclusions and implications. *International Journal of Forecasting*, 16, 451– 476.
19. Marquardt Donald (1963). "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters". *SIAM Journal on Applied Mathematics* 11 (2): 431–441.

20. Mordecai Avriel 2003. *Nonlinear Programming: Analysis and Methods*. Dover Publishing.
21. Ord, K., Hibon, M., Makridakis, S., 2000. Editorial: The M3-Competition. *International Journal of Forecasting*, 16, 433-436.
22. Rasmus Rasmussen, 2004. On time series data and optimal parameters. *Omega* 32, 111 – 120.
23. Russell J. Stuart, Peter Norvig, 2003. *Artificial Intelligence a Modern Approach*, second edition. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall.
24. Snyder D. Ralph, 1988. Progressive Tuning of Simple Exponential Smoothing Forecasts. *Journal of the operational research society*, Vol. 39, No. 4, pp. 393-399.
25. Taylor W. James, 2004. Volatility forecasting with smooth transition exponential smoothing. *International Journal of Forecasting*, 20, 273– 286.
26. Taylor W. James, 2004. Smooth Transition Exponential Smoothing. *Journal of Forecasting*, Vol. 23, pp. 385-394.
27. Ασημακόπουλος Β. , 2005. Μέθοδοι Προβλέψεων. Αθήνα : Πανεπιστημιακές εκδόσεις ΕΜΠ.