

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Μονάδα Προβλέψεων & Στρατηγικής
Forecasting & Strategy Unit



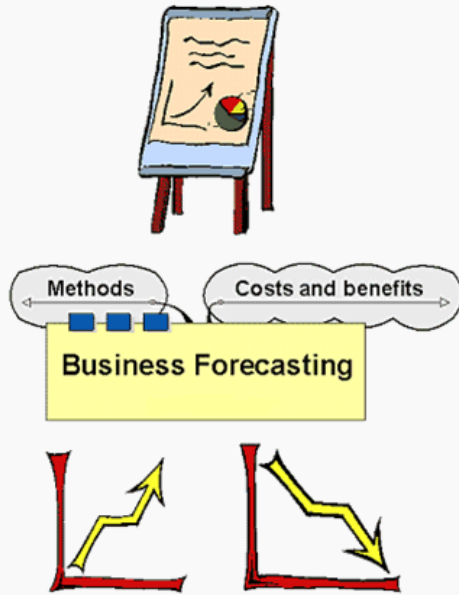
Εισαγωγικά Στοιχεία
Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών
Προετοιμασία & Ανάλυση Χρονοσειρών
Αξιολόγηση Προβλέψεων

Διάλεξη 1

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Μονάδα Προβλέψεων & Στρατηγικής
Forecasting & Strategy Unit

Εισαγωγικά Στοιχεία
Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών





Πρόβλεψη
Επέκταση μίας
ακολουθίας
παρατηρήσεων
στο μέλλον

<https://otexts.com/fpp2/what-can-be-forecast.html>

Πρόβλεψη

Η μεγαλύτερη πρόκληση στην ανάλυση χρονοσειρών είναι η πρόβλεψη, δηλαδή ο καθορισμός του τρόπου με τον οποίο μία ακολουθία παρατηρήσεων θα εξελιχθεί στο μέλλον.

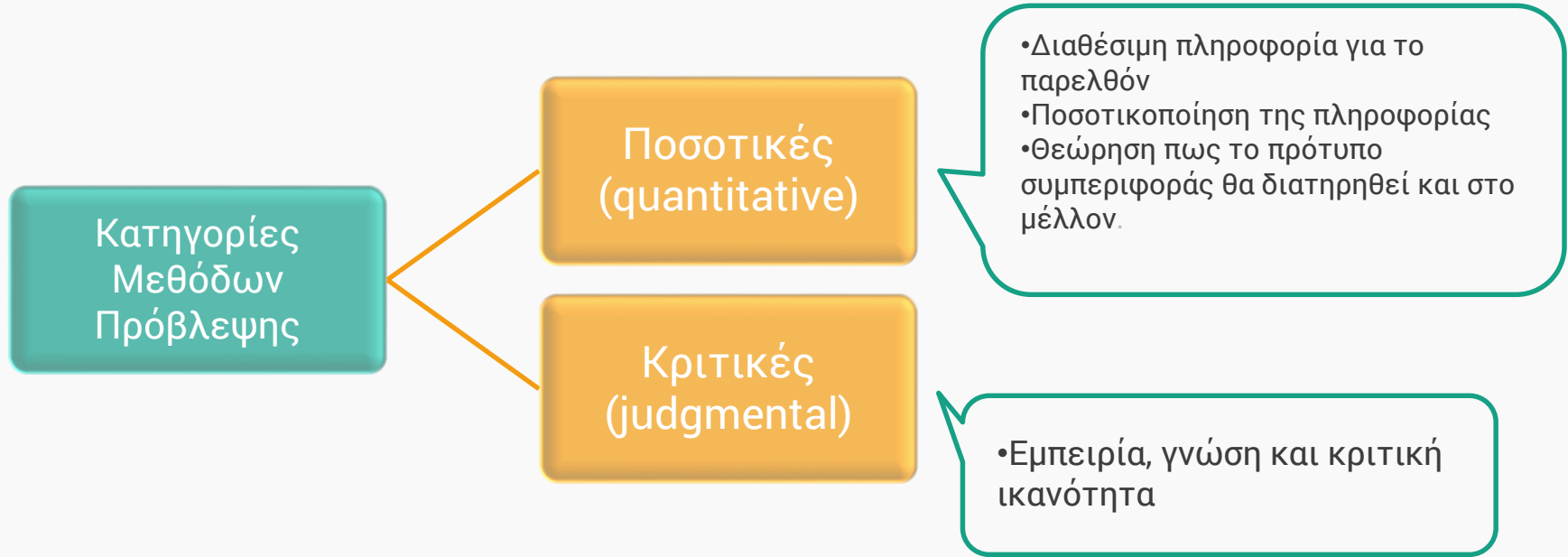
Το ζητούμενο είναι να ακολουθηθεί μια διαδικασία που θα εξασφαλίσει ότι θα παραχθούν όσο το δυνατόν πιο ακριβείς προβλέψεις, αξιοποιώντας στο έπακρο όλη τη διαθέσιμη ιστορική πληροφορία.

Πολύς λόγος γίνεται για την ακρίβεια των μοντέλων προβλέψεων, για τα μεγάλα σφάλματα και την αδυναμία των μοντέλων προβλέψεων να υποδείξουν επερχόμενες αλλαγές που αιφνιδίασαν όλο τον επιχειρηματικό κόσμο.

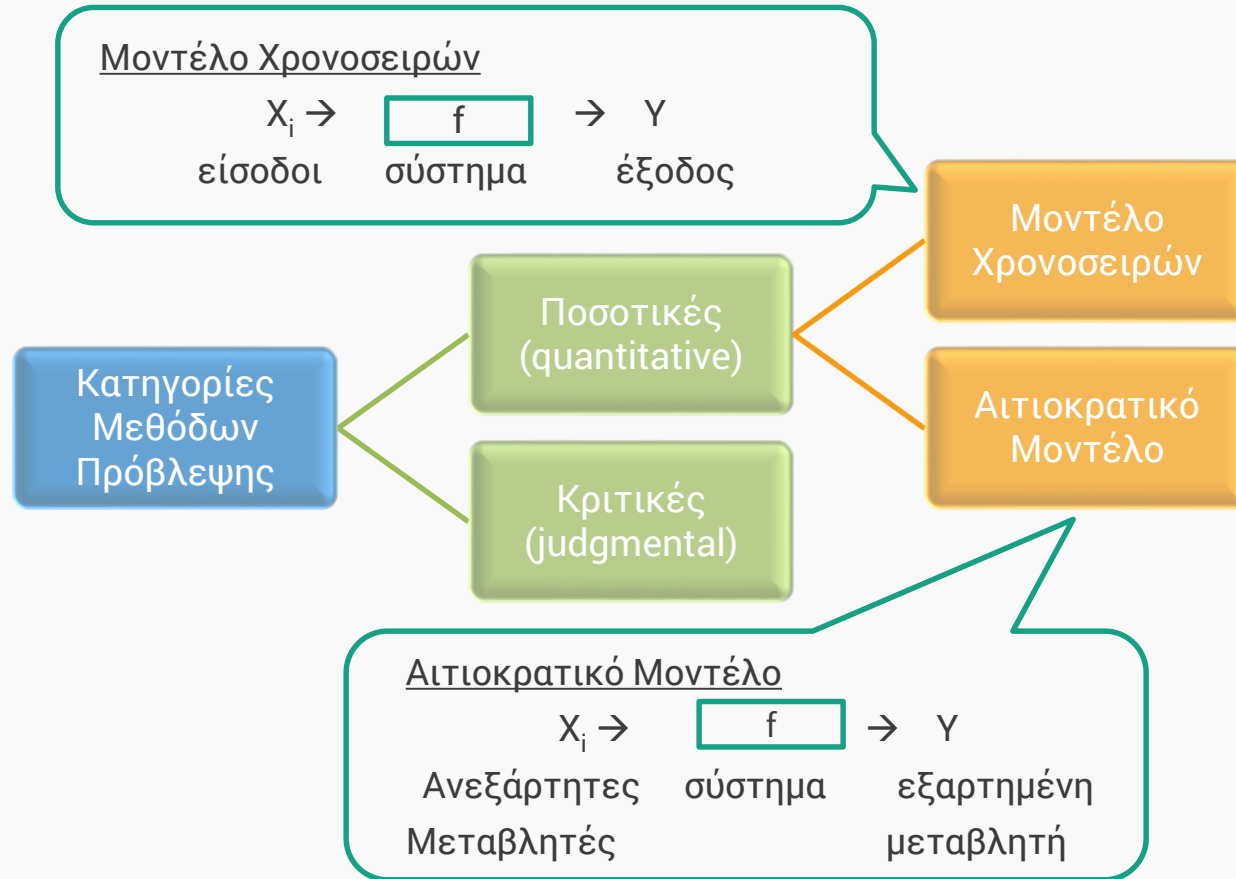
Ο βασικότερος λόγος για αυτήν την κριτική είναι οι εσφαλμένες απαιτήσεις των χρηστών των προβλέψεων. Η πρόβλεψη δεν είναι υποκατάστατο της προφητείας. Τα σφάλματα στις προβλέψεις είναι αναπόφευκτα.

Ιδιαίτερα σημαντικό, από πρακτικής απόψεως, είναι να κατανοήσουν οι χρήστες των προβλέψεων τα ρεαλιστικά πλεονεκτήματα αλλά και τα όρια των μεθόδων προβλέψεων, καθώς και να τα λάβουν υπόψη τους όταν τις χρησιμοποιούν στον σχεδιασμό και στην λήψη αποφάσεων.

Κατηγορίες Μεθόδων Πρόβλεψης



Κατηγορίες Μεθόδων Πρόβλεψης



Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα Μεθόδων Πρόβλεψης

Πλεονεκτήματα

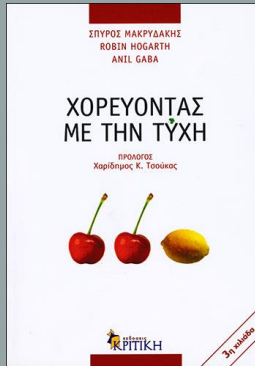
- ✓ Συμβάλλουν στη σωστή λήψη αποφάσεων
- ✓ Συμβάλλουν στο σχεδιασμό
- ✓ Αν τα δεδομένα είναι υψηλής ποιότητας, μπορούν και οι προβλέψεις να είναι ακριβείς

Μέθοδοι Πρόβλεψης

Μειονεκτήματα

- Τα δεδομένα δεν είναι πάντα ακριβή και αξιόπιστα
- Το παρελθόν δεν είναι πάντα ο σωστός οδηγός για το μέλλον
- Επίδραση απρόβλεπτων εξωτερικών παραγόντων, π. χ. νομοθεσία, πολιτική, φυσικές καταστροφές, special events

Αβεβαιότητα



- Αβεβαιότητα του μετρώ
- Αβεβαιότητα της καρύδας

Χρονοσειρές

Εβδομαδιαία
Δεδομένα

Μηνιαία
Δεδομένα

Ημερήσια
Δεδομένα

Τριμηνιαία
Δεδομένα

Ετήσια
Δεδομένα

- Ιστορικά Δεδομένα που απαρτίζονται από διαδοχικές παρατηρήσεις μέσα σε ένα χρονικό διάστημα.
- Οι παρατηρήσεις γίνονται ανά σταθερό χρονικό βήμα και κατηγοριοποιούνται όπως φαίνεται παραπάνω

Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών



Στασιμότητα

Stationary



Εποχιακότητα

Seasonality



Κυκλικότητα

Cyclical



Τάση

Trend



Ασυνέχειες

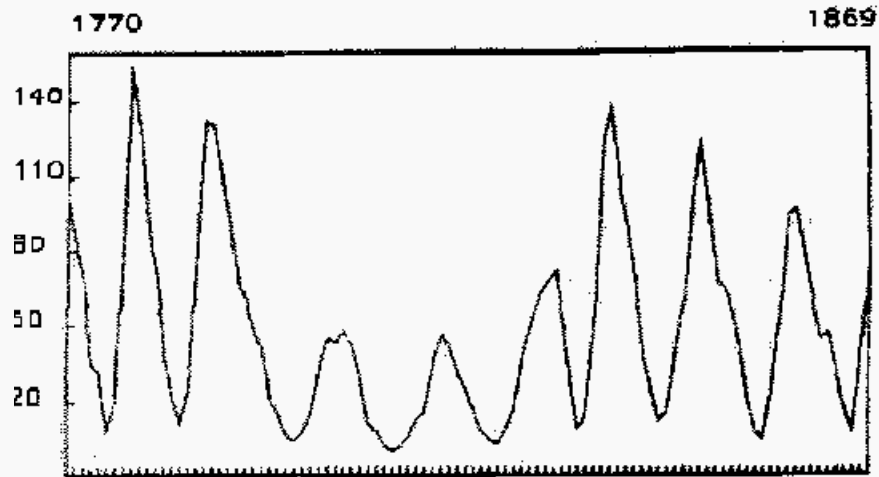
Ασυνήθιστες Τιμές (Outliers)
Αλλαγή Επιπέδου (Level Shift)



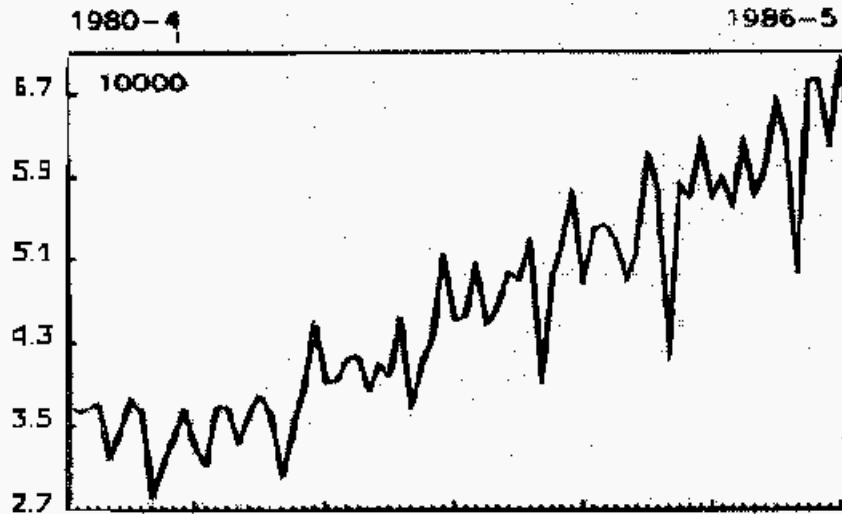
Τυχαιότητα

Irregular Random

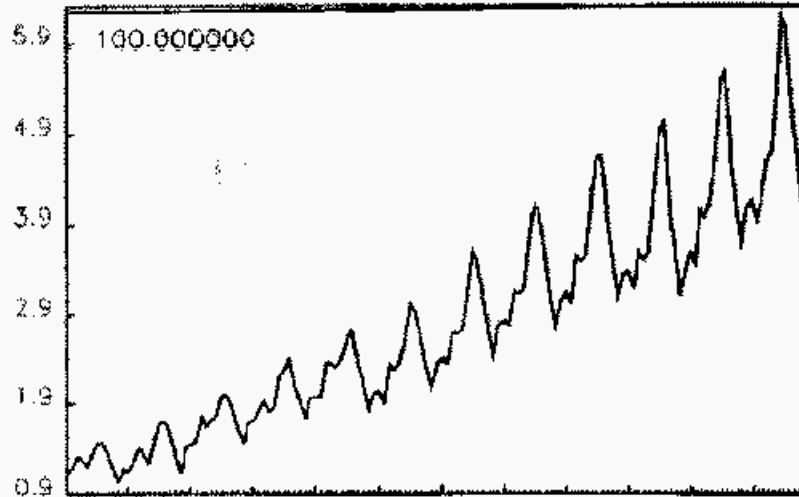
Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών



Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών

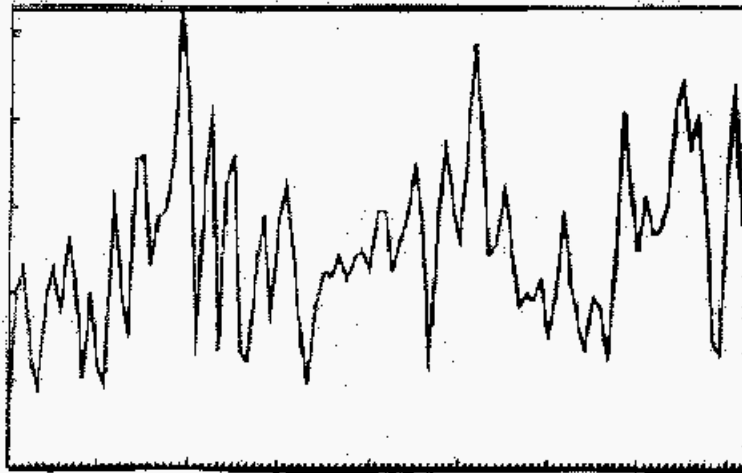


Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών



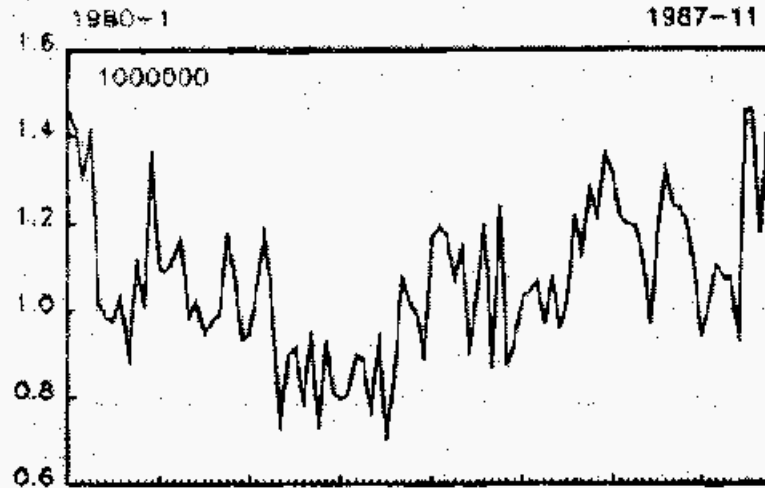
International Airline Passengers

Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών



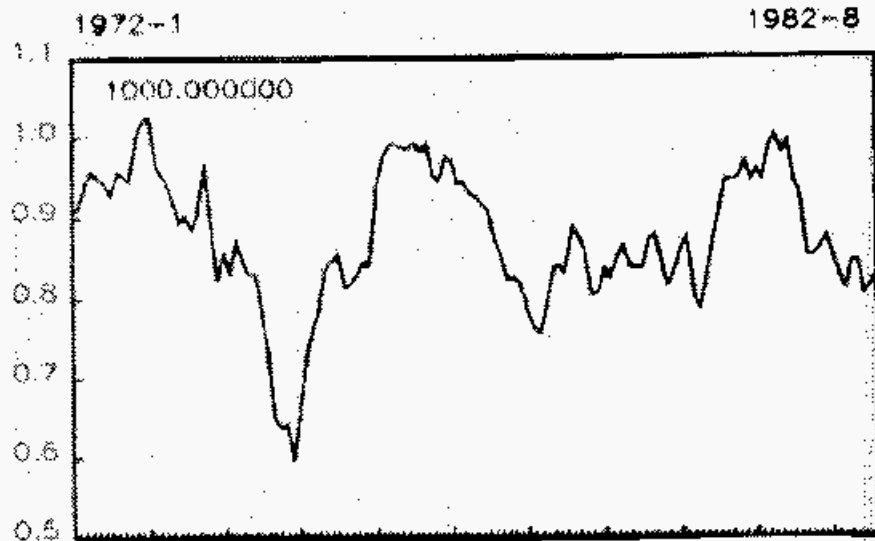
Sales of new one-family houses, USA

Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών

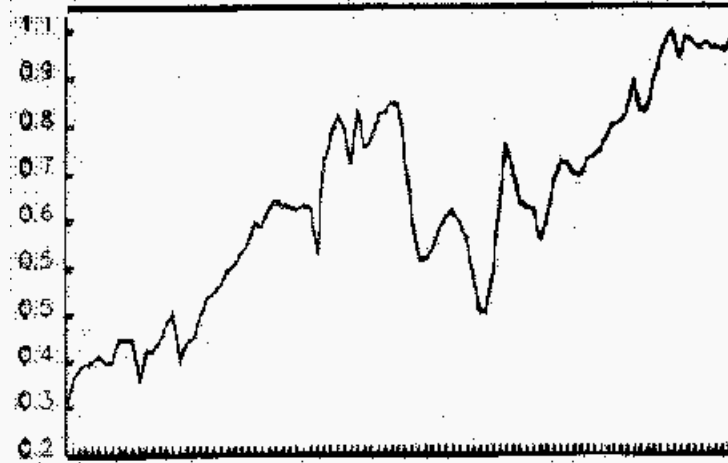


Sales of an Industrial Building Material

Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών

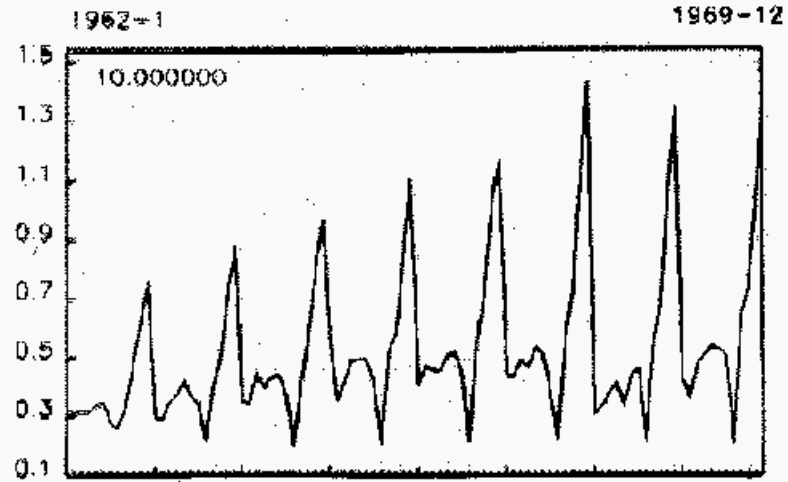


Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών



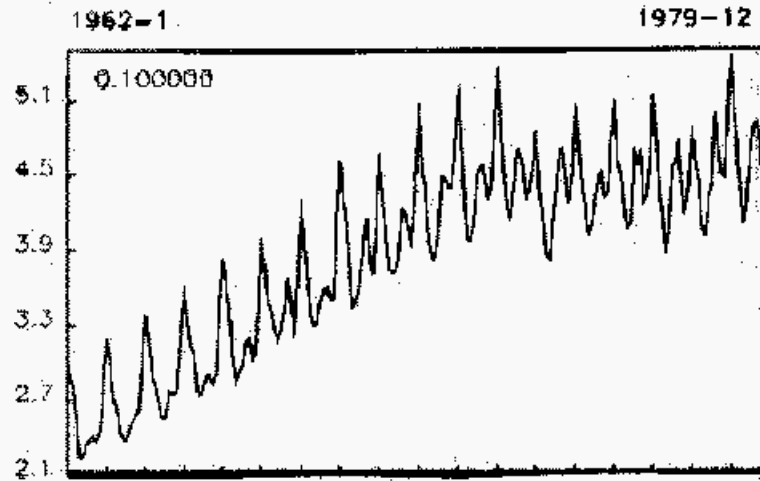
Annual Patent Application

Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών



Sales of Champagne per Month

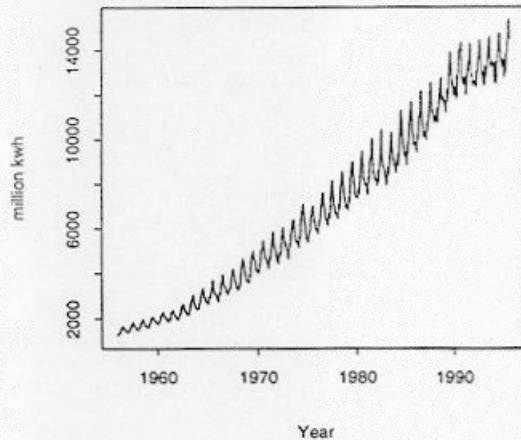
Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών



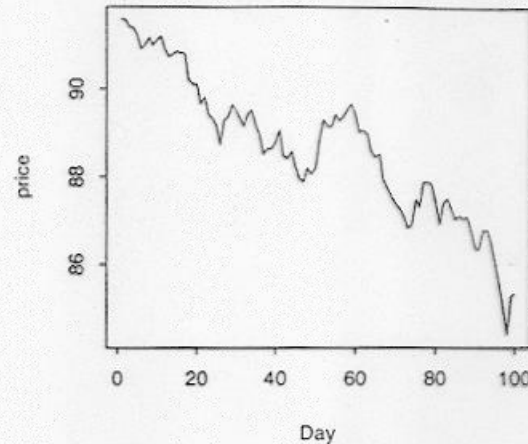
Electricity Sales per Customer

Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών

a. Australian monthly electricity production

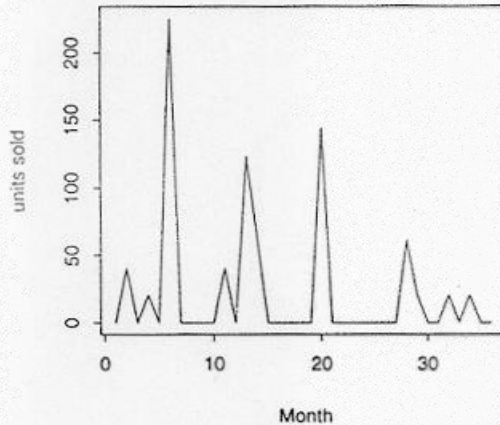


b. U.S. Treasury bill contracts

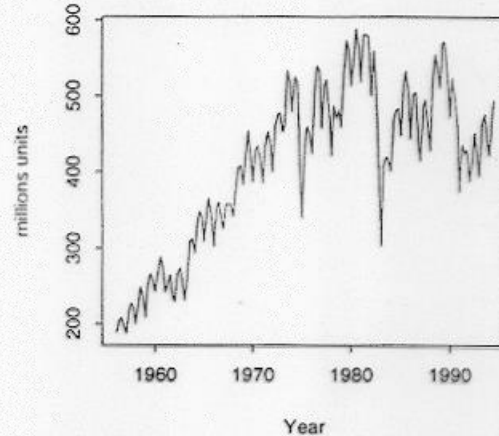


Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών

c. Sales of product C



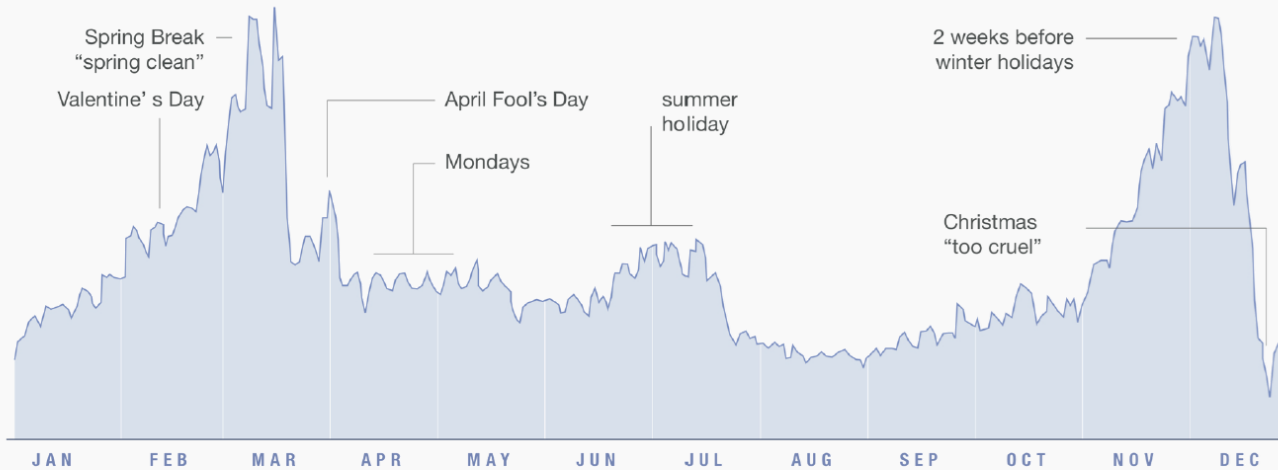
d. Australian clay brick production



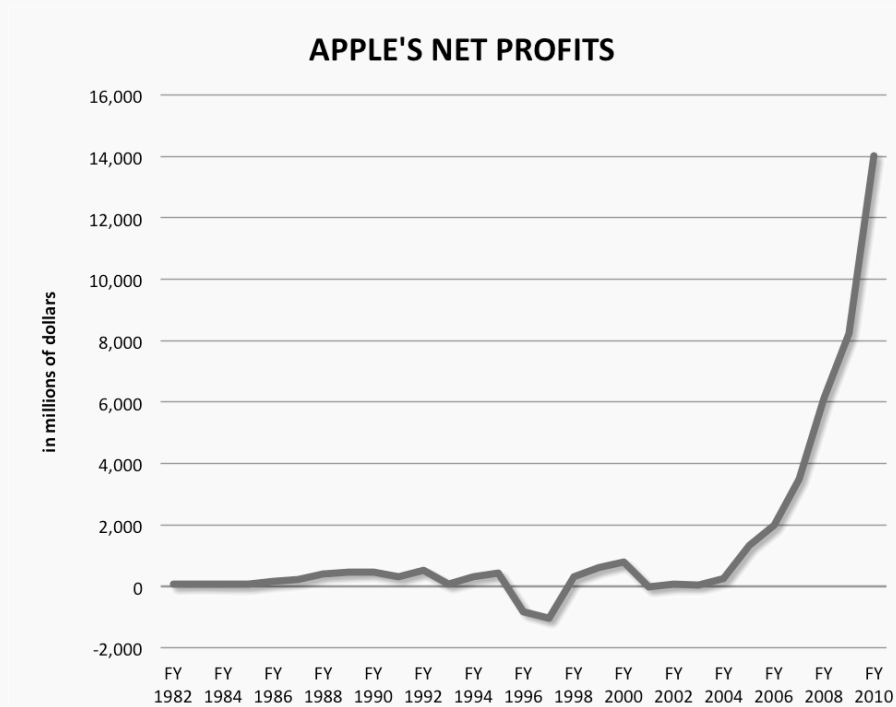
Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών

Peak Break-Up Times

According to Facebook status updates



Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών



Βασικά Βήματα Διαδικασίας Πρόβλεψης



Καθορισμός Προβλήματος (Problem Definition)

Συχνά αποτελεί το πιο δύσκολο μέρος στην διαδικασία πρόβλεψης.

- Πρέπει να γίνει απολύτως σαφές:
 - πώς θα χρησιμοποιηθούν οι προβλέψεις
 - ποιοι θα χρησιμοποιήσουν τις προβλέψεις
- Ιδιαίτερη σημασία πρέπει να δοθεί:
 - ποιος θα συλλέξει τα στοιχεία
 - ποιος θα συντηρεί τις βάσεις δεδομένων
 - ποιος θα χρησιμοποιήσει τις προβλέψεις για τον μελλοντικό σχεδιασμό

Συγκέντρωση Πληροφοριών (Gathering Information)

Απαιτούνται τουλάχιστον δύο είδη πληροφοριών:

- στατιστικά (συνήθως αριθμητικά) δεδομένα
- η κρίση και η εμπειρία του προσωπικού που ασχολείται με τη συγκεκριμένη αγορά το πρόσφατο χρονικό διάστημα

Πρέπει να συλλεχθούν πριν ξεκινήσει η διαδικασία της πρόβλεψης.

Προετοιμασία Χρονοσειρών (Data Adjustments)

Δημιουργείται γενική «αίσθηση» των δεδομένων

- Υπάρχουν πρότυπα;
- Υπάρχει σημαντική τάση ή εποχικότητα;
- Υπάρχουν ασυνήθιστες τιμές;

Η ανάλυση μας οδηγεί σε κατάλληλους χειρισμούς αποσύνθεσης και κατόπιν σε οικογένεια μοντέλων πρόβλεψης που λογικά αναμένεται να δώσει ικανοποιητικές προβλέψεις.

Προετοιμασία Χρονοσειρών (Data Adjustments)

- Απεικόνιση δεδομένων
 - Τι πληροφορία αποκομίζουμε από τα ακατέργαστα ιστορικά δεδομένα;
- Προσαρμογή Δεδομένων – adjustments
 - ✓ Διαχείριση κενών τιμών (Missing Values)
 - ✓ Διαχείριση μηδενικών τιμών (Zero Values)
 - ✓ Ημερολογιακές προσαρμογές
 - ✓ Working & Trading Days
- Δημιουργία σειράς τάσης-κύκλου (trend – cycle line) με τη χρήση Κινητών Μέσων Όρων

Προετοιμασία Χρονοσειρών (Data Adjustments)

- Ανάλυση δεδομένων – analysis
 - Στατιστική Ανάλυση – statistics (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, min, max, mean)
 - Στατιστικοί δείκτες
 - Εποχιακότητα – seasonality
 - Growth rates
- Ασυνέχειες - Special Events & Actions (SEA)
 - Ασυνήθιστες τιμές
 - Αλλαγή επιπέδου
 - Διαδικασία διόρθωσης (Impact chart of identified SEA)

Αναδεικνύουν κάποια δευτερεύοντα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς

Επιλογή & Προσαρμογή Μοντέλου (Choosing & Fitting models)

- ✓ Επιλογή μεθόδου πρόβλεψης
- ✓ Επιλογή και καθορισμός των παραμέτρων

Χρήση & Αποτίμηση Μοντέλου Πρόβλεψης (Forecasting and Monitoring)

- Χρησιμοποιείται το επιλεγμένο μοντέλο με τις βέλτιστες παραμέτρους εξομάλυνσης ώστε να παραχθούν προβλέψεις.
- Το κατά πόσο το μοντέλο και οι προβλέψεις είναι ικανοποιητικές κρίνονται μόνο από τον **χρόνο** και αν είναι απαραίτητο κάποια βήματα στην διαδικασία της πρόβλεψης επαναλαμβάνονται.

Πεδία και Εφαρμογές Πρόβλεψης

Χρηματο - οικονομικά

- Πρόβλεψη των δεικτών του Χρηματιστηρίου Παραγωγών Αθηνών ΧΠΑ
- Πρόβλεψη Μεταβλητότητας των δεικτών του ΧΑ

Περιβάλλον

- Ενεργειακή Ζήτηση
- Διαχείριση Υδάτινων Πόρων
- Μετεωρολογία
- Πρόβλεψη και Διαχείριση Κρίσεων
- Ρύπανση
- Κοινωνικό Περιβάλλον

Περιβάλλον – Ενεργειακή Ζήτηση- Παραγωγής

- Πρόβλεψη ζήτησης φορτίου ημερήσια ή ωριαία
- Πρόβλεψη μέγιστης αναγκαίας ισχύος θέρμανσης ή ψύξης
- Πρόβλεψη απαιτούμενης ενέργειας θέρμανσης ή ψύξης

Περιβάλλον & Υδάτινοι Πόροι

- Πρόβλεψη των υδάτινων αποθεμάτων
- Πρόβλεψη πλημμύρων και ξηρασιών
- Πρόβλεψη ύψους βροχόπτωσης
- Πρόβλεψη ποιότητας υδάτων και εδαφών

Πεδία και Εφαρμογές Πρόβλεψης

Μετεωρολογία

Πρόβλεψη καιρού:

- Βροχόπτωση , Χιονόπτωση
- Ένταση ανέμου
- Νεφοκάλυψη, Ηλιοφάνεια
- Θερμοκρασία, Υγρασία, Ατμοσφαιρική πίεση

Μετεωρολογία

Πρόβλεψη επικίνδυνων καιρικών φαινομένων:

- Καταιγίδα
- Θύελλα
- Πλημμύρα

Ρύπανση

- Πρόβλεψη ατμοσφαιρικών Ρύπων
- Πρόβλεψη επιπέδων θορύβου (ηχορύπανση)
- Πρόβλεψη Ρύπανσης Υδάτων
- Πρόβλεψη Ρύπανσης Εδαφών

Κοινωνικό Περιβάλλον

- Πρόβλεψη με τη χρήση γεωδημογραφικών δεδομένων:
- Πρόβλεψη Εγκληματικότητας
- Πρόβλεψη Επιδημιών

Πεδία και Εφαρμογές Πρόβλεψης

Real Estate

- Εκτίμηση αντικειμενικών ή πραγματικών αξιών ακινήτων
- risk management : δανειοδοτήσεις, επανέλεγχος αξίας ακινήτων, απόφαση ρευστοποίησης ακινήτων

Μεταφορές – Οδικό Δίκτυο

- Πρόβλεψη κυκλοφοριακού φόρτου μέσω χωρο – χρονικών μοντέλων:
 - Δεδομένα ροής (αριθμός οχημάτων)
 - % καταληψιμότητας ανά μονάδα χρόνου
 - Μετρήσεις σε γεωγραφικά σημεία με συγκεκριμένη κατεύθυνση
- Πρόβλεψη Ατυχημάτων

Τουρισμός

- Συνολικές αφίξεις Τουριστών
- Αφίξεις κατά μέσο μεταφοράς
- Συνολικές Διανυκτερεύσεις Τουριστών
- Διανυκτερεύσεις τουριστών ανά τουριστική περιοχή
- Αφίξεις ανά σκοπό ταξιδιού (συνεδριακός τουρισμός, αγροτουρισμός, κτλ)
- Ταξιδιωτικό συνάλλαγμα

Μόδα

- Πρόβλεψη Χρώματος
- Παράγοντες και τάσεις που επηρεάζουν τις τάσεις και τη συμπεριφορά των καταναλωτών.
- Πολιτιστικές ανάλυση - Ανάλυση Μόδα - Υλικά και χρώμα ανάλυση
- Master In πρόβλεψης τάσεων μόδας: POLIMODA, INTERNATIONAL INSTITUTE OF FASHION DESIGN & MARKETING

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Μονάδα Προβλέψεων & Στρατηγικής
Forecasting & Strategy Unit



Προετοιμασία & Ανάλυση Χρονοσειρών

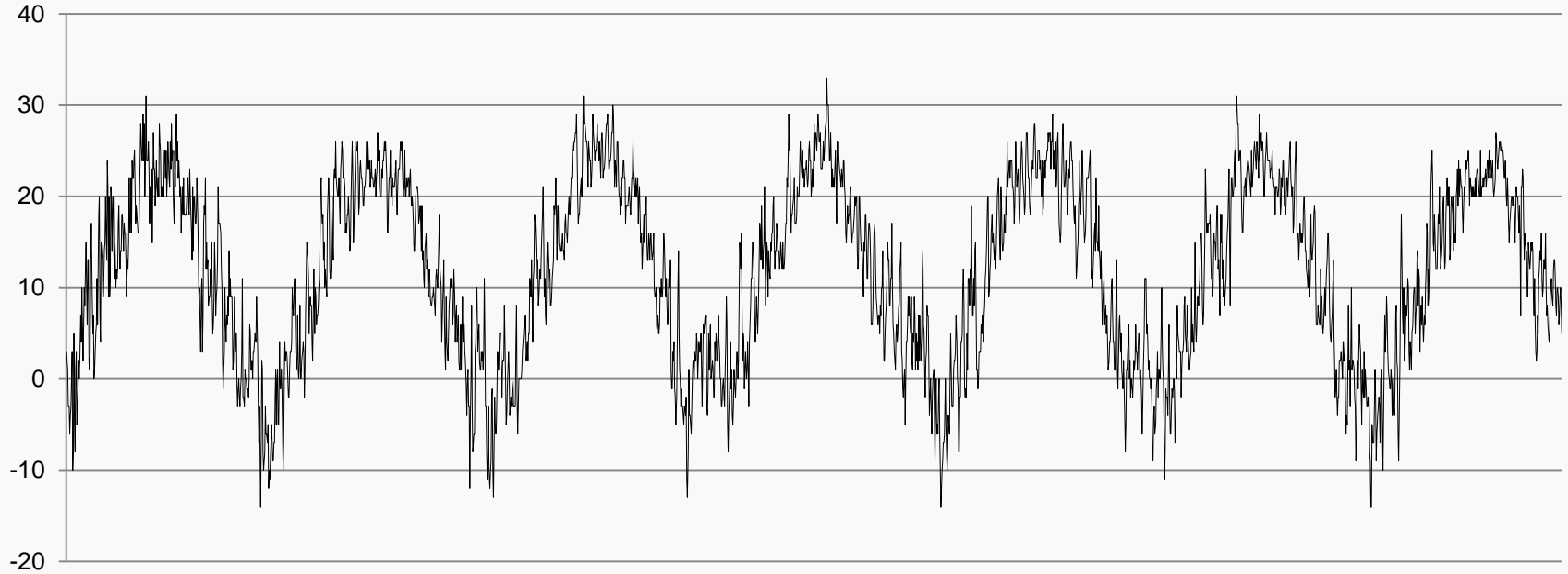
Απεικόνιση δεδομένων

- Η γραφική αναπαράσταση των δεδομένων αποτελεί ένα πολύ σημαντικό εργαλείο για την ανάλυση της χρονοσειράς αλλά και τη διαδικασία της πρόβλεψης.
- Η αναπαράσταση ουσιαστικά έγκειται σε δισδιάστατη γραφική απεικόνιση των πραγματικών τιμών των διαθέσιμων δεδομένων ως προς το χρόνο.
- Από την αναπαράσταση των δεδομένων καθίστανται εμφανή τα ποιοτικά χαρακτηριστικά της χρονοσειράς (τάση, εποχιακότητα, κύκλος, τυχαιότητα, ασυνέχειες) και βοηθούν τον αναλυτή να επιλέξει μεταξύ των εναλλακτικών μεθοδολογιών και εργαλείων, τα πλέον κατάλληλα για την κάθε περίπτωση ώστε να έχει τα βέλτιστα αποτελέσματα και το μικρότερο σφάλμα.
- Επιπλέον, η γραφική απεικόνιση των δεδομένων ενδέχεται να αποκαλύψει ακραίες, εσφαλμένες τιμές. Ο αναλυτής μπορεί, κατόπιν, να προχωρήσει σε κατάλληλες κινήσεις ώστε να διορθώσει τις εσφαλμένες τιμές.

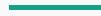
Απεικόνιση δεδομένων



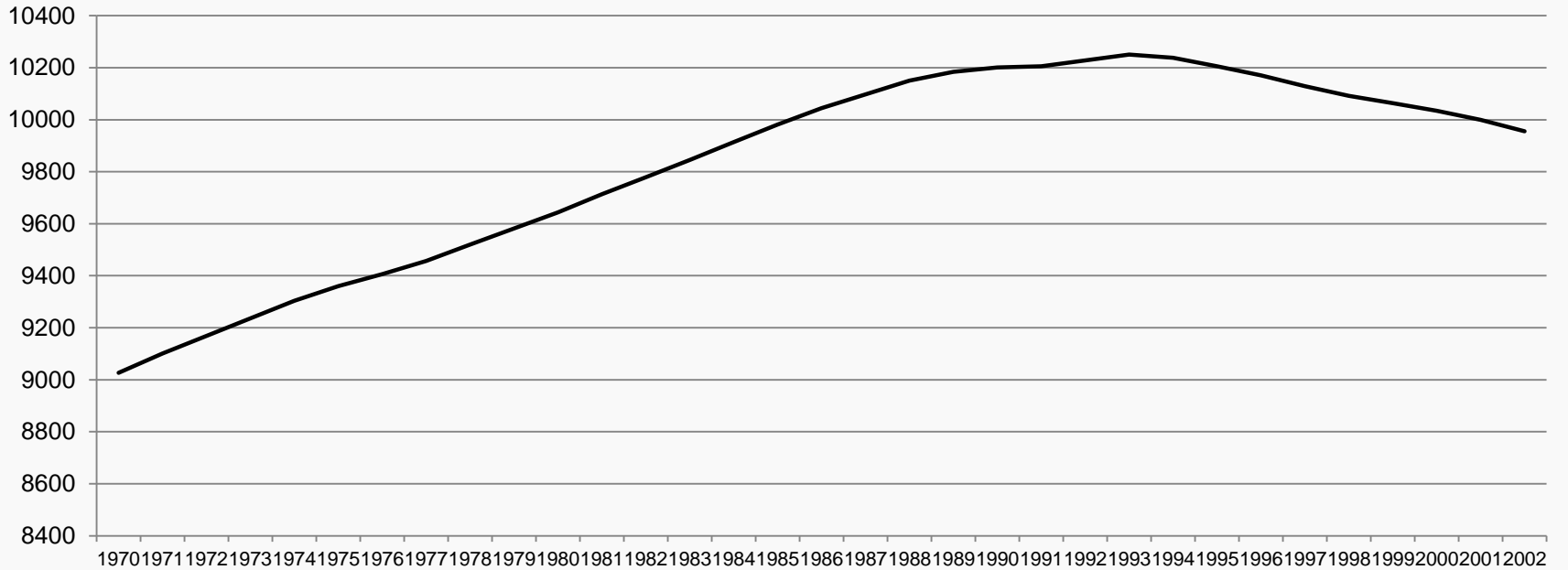
Aaronsburg (Pennsylvania) - Daily temperature (in celsius degrees)



Απεικόνιση δεδομένων



Belarus - Midyear population (in thousands)



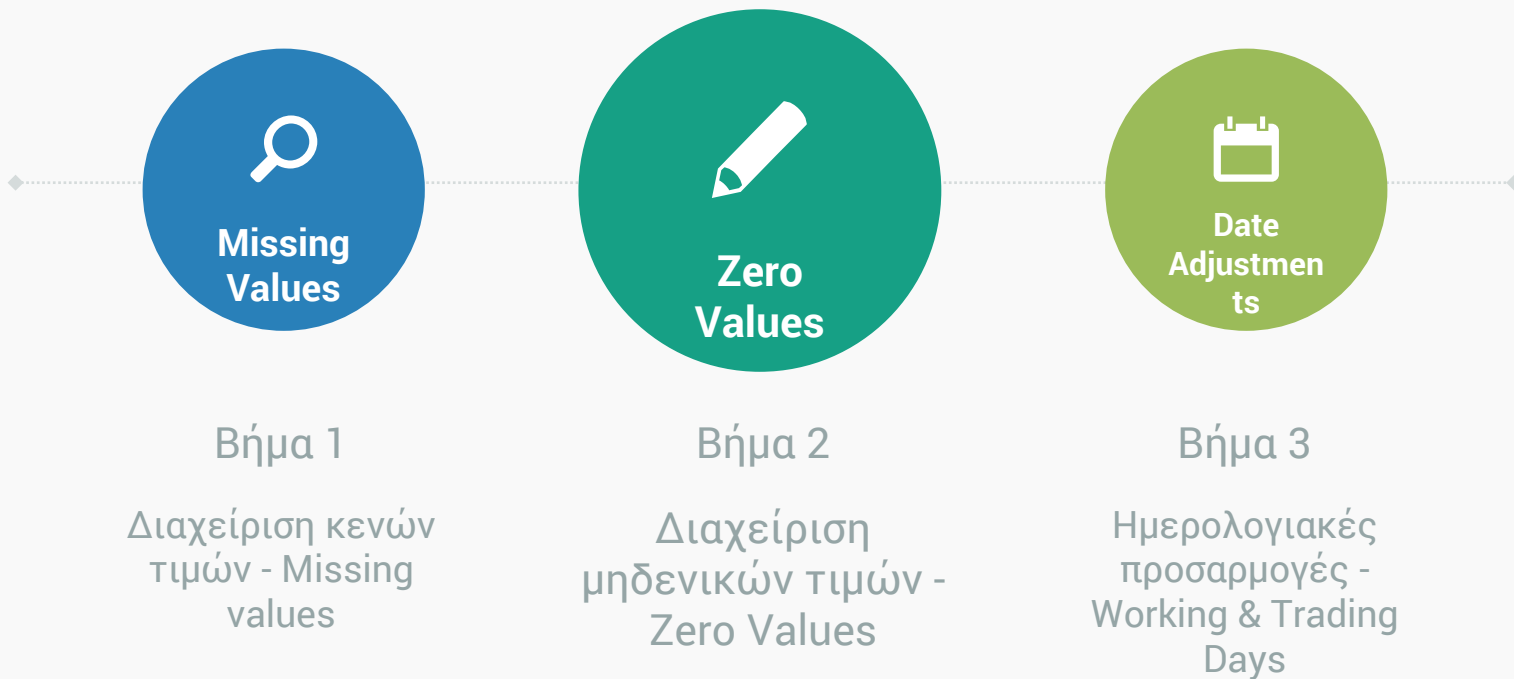
Απεικόνιση δεδομένων



Gold Price (in \$ per ounce)



Προσαρμογή Δεδομένων



Διαχείριση κενών τιμών



Γίνεται προσπάθεια εύρεσης της κενής τιμής από άλλες πηγές ή απευθείας ορισμός αυτής, αν υπάρχει ασφαλής κριτική εκτίμηση για το ύψος στο οποίο κυμάνθηκε.



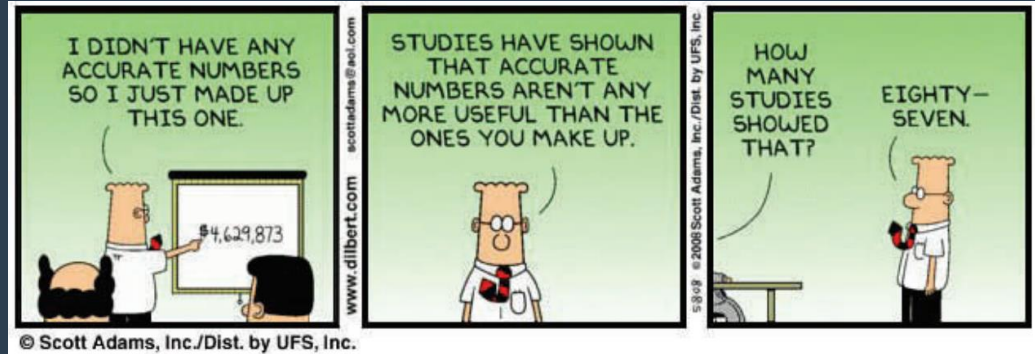
Η κενή τιμή ορίζεται ως το ημιάθροισμα (μέσος όρος) της προηγούμενης και της επόμενης παρατήρησης, όταν η χρονοσειρά χαρακτηρίζεται από στασιμότητα και δεν παρατηρείται εποχιακή συμπεριφορά.



Αν η χρονοσειρά παρουσιάζει σαφή εποχιακή συμπεριφορά, τότε η κενή τιμή ορίζεται ως ο μέσος όρος των τιμών των αντίστοιχων περιόδων. Για παράδειγμα, αν τα δεδομένα αποτελούνται από μηνιαίες παρατηρήσεις και παρατηρηθεί κενή τιμή στο Μάρτιο κάποιου έτους, τότε η κενή αυτή τιμή ορίζεται ως ο μέσος όρος των λοιπών Μαρτίων.

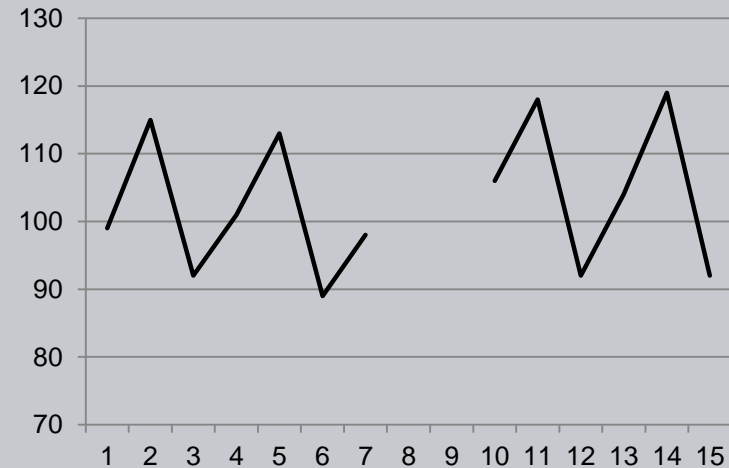
Διαχείριση κενών τιμών

- Καμία αλλαγή στις μηδενικές τιμές συνήθως όταν είναι λίγες
- Διαχείριση μηδενικών τιμών – όπως τις κενές τιμές



Διαχείριση κενών τιμών

t	Τετράμηνο	Y_t
1	1ο	99
2	2ο	115
3	3ο	92
4	1ο	101
5	2ο	113
6	3ο	89
7	1ο	98
8	2ο	
9	3ο	
10	1ο	106
11	2ο	118
12	3ο	92
13	1ο	104
14	2ο	119
15	3ο	92



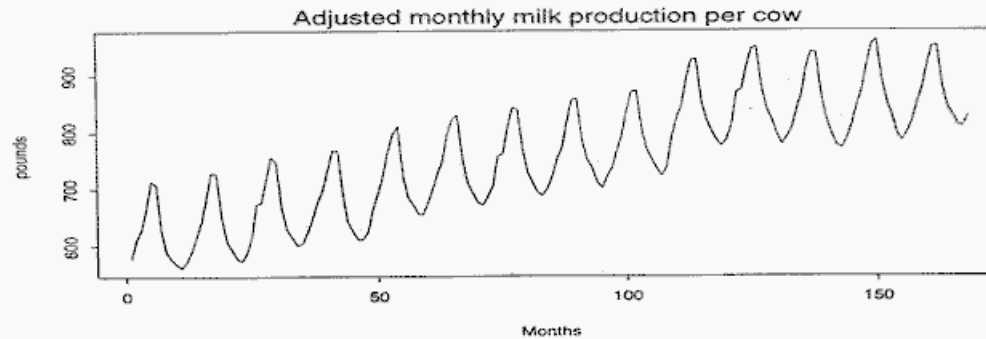
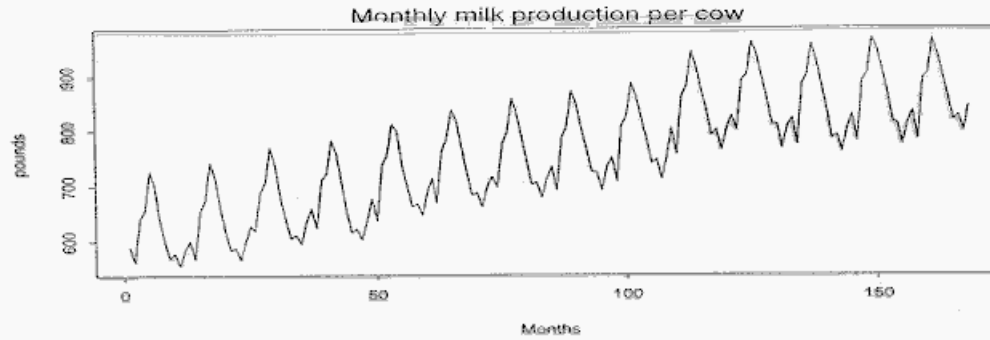
Διαχείριση κενών τιμών

t	Τετράμηνο	Y _t
1	1ο	99
2	2ο	115
3	3ο	92
4	1ο	101
5	2ο	113
6	3ο	89
7	1ο	98
8	2ο	116,25
9	3ο	91,25
10	1ο	106
11	2ο	118
12	3ο	92
13	1ο	104
14	2ο	119
15	3ο	92

$$Y_8 = \frac{Y_2 + Y_5 + Y_{11} + Y_{14}}{4} \\ = \frac{115 + 113 + 118 + 119}{4} = 116,25$$

$$Y_9 = \frac{Y_3 + Y_6 + Y_{12} + Y_{15}}{4} \\ = \frac{92 + 89 + 92 + 92}{4} = 91,25$$

Ημερολογιακές Προσαρμογές



Ημερολογιακές Προσαρμογές

1. Καθορισμός των εργάσιμων ημερών ή ημερών συναλλαγών (*trading days*) στη διάρκεια μιας εβδομάδας.
2. Καθορισμός της χώρας που εδρεύει η επιχείρηση και εύρεση των επίσημων αργιών (*bank holidays*) αυτής.
3. Υπολογισμός, βάσει των παραπάνω, του πλήθους των εργάσιμων ημερών για κάθε περίοδο που συμπεριλαμβάνεται στο χρονικό διάστημα των διαθέσιμων δεδομένων.
4. Υπολογισμός του μέσου όρου των εργάσιμων ημερών για όλες τις περιόδους που εξετάζονται.
5. Εξομάλυνση της τιμής κάθε διαθέσιμης περιόδου, σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο:

$$Y'_t = Y_t \cdot \frac{\text{number of average trading days in all periods}}{\text{number of trading days in current period (t)}}$$

Ημερολογιακές Προσαρμογές

t	Y _t	WD	Y' _t
1	68	118	69,96
2	125	123	123,37
3	73	122	72,64
4	121	121	121,40
5	80	125	77,70
6	115	117	119,32
7	76	120	76,89
8	123	121	123,41
9	79	123	77,97
10	132	124	129,23
Μέσος Όρος		121,4	

$$\begin{aligned} \text{Average} &= \frac{WD_1 + WD_2 + \dots + WD_{10}}{10} \\ &= \frac{118 + 123 \dots + 124}{10} \end{aligned}$$

$$Y'_1 = Y_1 \cdot \frac{\text{Average}}{WD_1} = 68 \cdot \frac{121,4}{118} = 69,96$$

Using R

01 Download & Install R
Windows/ MAC (32/64 bit)

02 Download & Install R
studio

03 Install required packages
`install.packages("fpp",dependencies=TRUE)`

04 Install required packages

- Forecast
- tseries
- MAPA
- Stats
- Ggplot2
- fpp

References & Further Reading

- <https://www.otexts.org/fpp/6/8>
- Επιχειρησιακές Προβλέψεις, Πετρόπουλος Φ., Ασημακόπουλος Β., Αθήνα 2012
- Armstrong, J. S., ed. (2001). Principles of forecasting: a handbook for researchers and practitioners. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers
- Ord, J. K. and R. Fildes (2012). Principles of business forecasting. South-Western College Pub

Using R

```
monthdays<- rep(c(31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31),14)
monthdays[26+(4*12)*(0:2)]<-29
par(mfrow=c(2,1))
plot(milk, main="Monthly milk production per cow", ylab="Pounds",xlab="Years")
plot(milk/monthdays, main="Average milk production per cow per day",ylab="Pounds",
xlab="Years")
```

```
monthdays<- rep(c(31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31),14)
monthdays[26+(4*12)*(0:2)]<-29
par(mfrow=c(2,1))
plot(milk, main="Monthly milk production per cow", ylab="Pounds",xlab="Years")
plot(milk/monthdays, main="Average milk production per cow per day",ylab="Pounds", xlab="Years")
summary(milk)
```

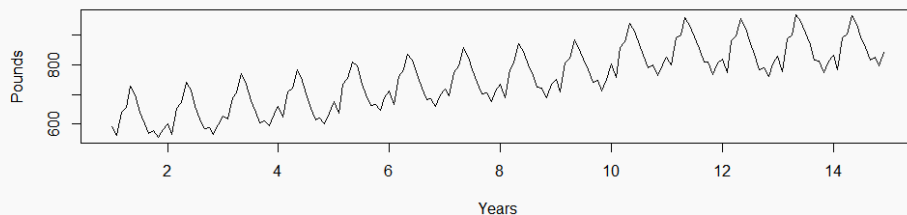
Using R

```
monthdays<- rep(c(31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31),14)
monthdays[26+(4*12)*(0:2)]<-29
par(mfrow=c(2,1))
plot(milk, main="Monthly milk production per cow", ylab="Pounds",xlab="Years")
plot(milk/monthdays, main="Average milk production per cow per day",ylab="Pounds", xlab="Years")

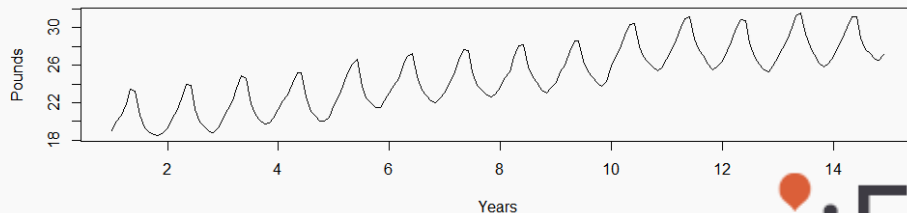
summary(milk)
```

```
summary(milk)
  Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
553.0  677.8   761.0   754.7  824.5   969.0
```

Monthly milk production per cow



Average milk production per cow per day



Στατιστική Ανάλυση

t	Δεδομένα
1	Y_1
2	Y_2
3	Y_3
...	...
n-2	Y_{n-2}
n-1	Y_{n-1}
n	Y_n

- Μέση τιμή (*Average*) $\bar{Y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n Y_i$

- Μέγιστη και ελάχιστη τιμή (*Maximum & Minimum*)

- Τυπική απόκλιση (*Standard Deviation*)

$$\sigma_{\text{δείγματος}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n - 1}} \quad \sigma_{\text{πληθυσμού}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n}}$$

- Διακύμανση (*Variance*)

Στατιστική Ανάλυση

- Συντελεστής γραμμικής συσχέτισης (*Linear Correlation Coefficient*)

- Αν $r = \pm 1$, υπάρχει τέλεια γραμμική συσχέτιση
- Αν $-1 < r \leq -0,8$ ή $0,8 \leq r < 1$, υπάρχει πολύ ισχυρή γραμμική συσχέτιση
- Αν $-0,8 < r \leq -0,7$ ή $0,7 \leq r < 0,8$, υπάρχει ισχυρή γραμμική συσχέτιση
- Αν $-0,7 < r \leq -0,5$ ή $0,5 \leq r < 0,7$, υπάρχει μέση γραμμική συσχέτιση
- Αν $-0,5 < r \leq -0,3$ ή $0,3 \leq r < 0,5$, υπάρχει ασθενής γραμμική συσχέτιση
- Αν $-0,3 < r < 0,3$, δεν υπάρχει γραμμική συσχέτιση

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n [(X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

- Συντελεστής αυτοσυσχέτισης (*Autocorrelation Coefficient*)

$$ACF_k = \frac{\sum_{i=1+k}^n [(Y_i - \bar{Y}) \cdot (Y_{i-k} - \bar{Y})]}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

Στατιστική Ανάλυση

- Συντελεστής μεταβλητότητας (*Coefficient of Variation*)

$$c_v = \frac{\sigma}{\bar{Y}} \cdot 100 \quad (\%)$$

- Ρυθμός Ανάπτυξης (*growth rate*)

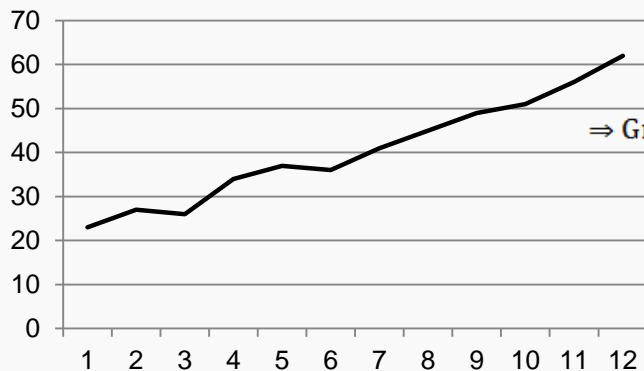
$$\text{Growth Rate} = \frac{\frac{1}{ppy} \cdot \sum_{i=n-ppy+1}^n Y_i - \frac{1}{n-ppy} \cdot \sum_{i=1}^{n-ppy} Y_i}{\frac{1}{n-ppy} \cdot \sum_{i=1}^{n-ppy} Y_i} \cdot 100 \quad (\%)$$

- Μέτρο της αυξητικής ή φθίνουσας πορείας της χρονοσειράς
- Εκφράζεται σε ποσοστιαία μορφή
- Συγκρίνει το ύψος των δεδομένων του τελευταίου έτους σε σχέση με των υπολοίπων
- ppy: πλήθος περιόδων στο μήκος ενός έτους (π.χ., ppy=12 για μηνιαίες χρονοσειρές)

Ρυθμός Ανάπτυξης

Παράδειγμα

t	Y _t
1	23
2	27
3	26
4	34
5	37
6	36
7	41
8	45
9	49
10	51
11	56
12	62



$$\text{Growth Rate} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \sum_{i=9}^{12} Y_i - \frac{1}{8} \cdot \sum_{i=1}^8 Y_i}{\frac{1}{8} \cdot \sum_{i=1}^8 Y_i} \cdot 100 (\%)$$

$$\text{Growth Rate} = \frac{\frac{49 + 51 + 56 + 62}{4} - \frac{23 + 27 + \dots + 45}{8}}{\frac{23 + 27 + 26 + 34 + 37 + 36 + 41 + 45}{8}} \cdot 100 (\%)$$

$$\Rightarrow \text{Growth Rate} = \frac{\frac{218}{4} - \frac{269}{8}}{\frac{269}{8}} \cdot 100 (\%) = \frac{54,5 - 33,625}{33,625} \cdot 100 (\%)$$

$$\Rightarrow \text{Growth Rate} = 62,08 \%$$

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Μονάδα Προβλέψεων & Στρατηγικής
Forecasting & Strategy Unit



Αξιολόγηση Προβλέψεων

Αξιολόγηση προβλέψεων

t	Δεδομένα	Πρόβλεψη
1	Y_1	F_1
2	Y_2	F_2
3	Y_3	F_3
...
n-2	Y_{n-2}	F_{n-2}
n-1	Y_{n-1}	F_{n-1}
n	Y_n	F_n
n+1		F_{n+1}
...		...
n+h		F_{n+h}

Σφάλμα:

$$e_i = Y_i - F_i$$

Αξιολόγηση προβλέψεων

- Μέσο σφάλμα (*Mean Error*)

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)$$

- Μέσο απόλυτο σφάλμα (*Mean Absolute Error*)

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Y_i - F_i|$$

- Μέσο τετραγωνικό σφάλμα (*Mean Squared Error*)

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)^2$$

- Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος (*Root Mean Squared Error*)

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)^2}$$

Αξιολόγηση προβλέψεων

- Μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (*Mean Absolute Percentage Error*)

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - F_i}{Y_i} \right| \cdot 100 (\%)$$

- Συμμετρικό μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (*Symmetric Mean Absolute Percentage Error*).

$$\text{sMAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - F_i}{\left(\frac{Y_i + F_i}{2}\right)} \right| \cdot 100 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{2 \cdot (Y_i - F_i)}{Y_i + F_i} \right| \cdot 100 (\%)$$

Αισιόδοξη πρόβλεψη: $Y_t=100$ και $F_t=110 \rightarrow \text{sMAPE}=4,76\%$

Απαισιόδοξη πρόβλεψη: $Y_t=100$ και $F_t=90 \rightarrow \text{sMAPE}=5,26\%$

Αξιολόγηση προβλέψεων

Παράδειγμα

t	Y _t	F _t	e _t
1	33	31	2
2	49	42	7
3	52	50	2
4	57	61	-4
5	78	73	5
6	83	85	-2
7	90	94	-4
8	112	103	9
9	118	115	3
10	116	124	-8
11		132	
12		141	

$$e_1 = Y_1 - F_1^1 = 33 - 31 = 2$$

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^1 = \frac{2 + 7 + \dots - 8}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i^1| = \frac{|2| + |7| + \dots + |-8|}{10} = \frac{46}{10} = 4,6$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (e_i^1)^2 = \frac{2^2 + 7^2 + \dots + (-8)^2}{10} = \frac{272}{10} = 27,2$$

$$\Rightarrow RMSE = \sqrt{MSE} = 5,22$$

Αξιολόγηση προβλέψεων

Παράδειγμα

t	Y _t	F _t	e _t
1	33	31	2
2	49	42	7
3	52	50	2
4	57	61	-4
5	78	73	5
6	83	85	-2
7	90	94	-4
8	112	103	9
9	118	115	3
10	116	124	-8
11		132	
12		141	

$$\begin{aligned} \text{MAPE} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|e_i^1|}{Y_i} \cdot 100 (\%) \\ &= \frac{\frac{|2|}{33} + \frac{|7|}{49} + \dots + \frac{|-8|}{116}}{10} \cdot 100 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\text{MAPE} = \frac{0,619}{10} \cdot 100 = 6,19\%$$

$$\begin{aligned} \text{sMAPE} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{2 \cdot |e_i^2|}{Y_i + F_i} \cdot 100 (\%) \\ &= 2 \cdot \frac{\frac{|2|}{33 + 31} + \frac{|7|}{49 + 42} + \dots + \frac{|-8|}{116 + 124}}{10} \cdot 100 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{sMAPE} = 2 \cdot \frac{0,317}{10} \cdot 100 = 6,33\%$$

Στατιστική Ανάλυση

Στατιστική ανάλυση ακρίβειας προβλέψεων

Παράδειγμα

t	Y _t	F _t ¹	F _t ²	e _t ¹	e _t ²
1	33	31	32	2	1
2	49	42	43	7	6
3	52	50	51	2	1
4	57	61	58	-4	-1
5	78	73	75	5	3
6	83	85	87	-2	-4
7	90	94	95	-4	-5
8	112	103	105	9	7
9	118	115	114	3	4
10	116	124	126	-8	-10
11		132	134		
12		141	143		

$$MAE_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i^1| = \frac{|2| + |7| + \dots + |-8|}{10} = \frac{46}{10} = 4,6$$

$$MAE_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i^2| = \frac{|1| + |6| + \dots + |-10|}{10} = \frac{42}{10} = 4,2$$

$$RelMAE_2 = \frac{MAE_2}{MAE_{\text{benchmark}}} = \frac{4,2}{4,6} = 0,913$$

References & Further Reading

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

- <https://www.otexts.org/fpp/6/8>
- Επιχειρησιακές Προβλέψεις, Πετρόπουλος Φ., Ασημακόπουλος Β., Αθήνα 2012
- [Cleveland, R. B., W. S. Cleveland, J. E. McRae and I. J. Terpenning \(1990\). STL : A seasonal-trend decomposition procedure based on loess. *Journal of Official Statistics* 6\(1\), 3–73.](#)
- Gomez, V. and A. Maravall (2001). “Seasonal adjustment and signal extraction in economic time series”. In: [*A course in time series analysis*. Ed. by D. Pena, G.C. Tiao and R.S. Tsay. New York: John Wiley & Sons. Chap. 8, pp.202–246.](#)
- [Ladiray, D. and B. Quenneville \(2001\). *Seasonal adjustment with the X-11 method*. Lecture notes in statistics. Springer-Verlag.](#)
- [Miller, D. M. and D. Williams \(2003\). Shrinkage estimators of time series seasonal factors and their effect on forecasting accuracy. *International Journal of Forecasting*, 19\(4\), 669–684.](#)
- [Theodosiou, M. \(2011\). Forecasting monthly and quarterly time series using STL decomposition. *International Journal of Forecasting*, 27\(4\), 1178–1195.](#)



Fell free to say hi!

We are friendly and social

Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφος
Αττική, 15780, Ελλάδα
E-mail: info(at)fsu.gr
Τηλέφωνο: 2107723637 Fax: 2107723740

Κτίριο της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
2ος όροφος - 2.2.1 Εργαστήριο



@FSU NTUA



Μονάδα
Προβλέψεων και
Στρατηγικής ΕΜΠ



spiliotis@fsu.gr

