

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Μονάδα Προβλέψεων & Στρατηγικής
Forecasting & Strategy Unit

Αποσύνθεση Χρονοσειρών
Μέθοδοι Προβλέψεων
Διάλεξη 2



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Μονάδα Προβλέψεων & Στρατηγικής
Forecasting & Strategy Unit



Αποσύνθεση Χρονοσειρών

Αποσύνθεση (Decomposition)



- Τάση
Trend component
- Εποχιακότητα
Seasonal Component
- Τυχειότητα
Random component
- Κύκλος
Cyclical component

Μαθηματική Διατύπωση:

$$Y_t = f(S_t, T_t, C_t, R_t)$$

- Y_t : παρατήρηση κατά τη χρονική περίοδο t
- S_t : συνιστώσα εποχιακότητας
- T_t : συνιστώσα τάσης
- C_t : συνιστώσα κύκλου
- R_t : συνιστώσα τυχειότητας

Αποσύνθεση (Decomposition)

Δύο μορφές του μοντέλου

➤ Προσθετικό (Additive)

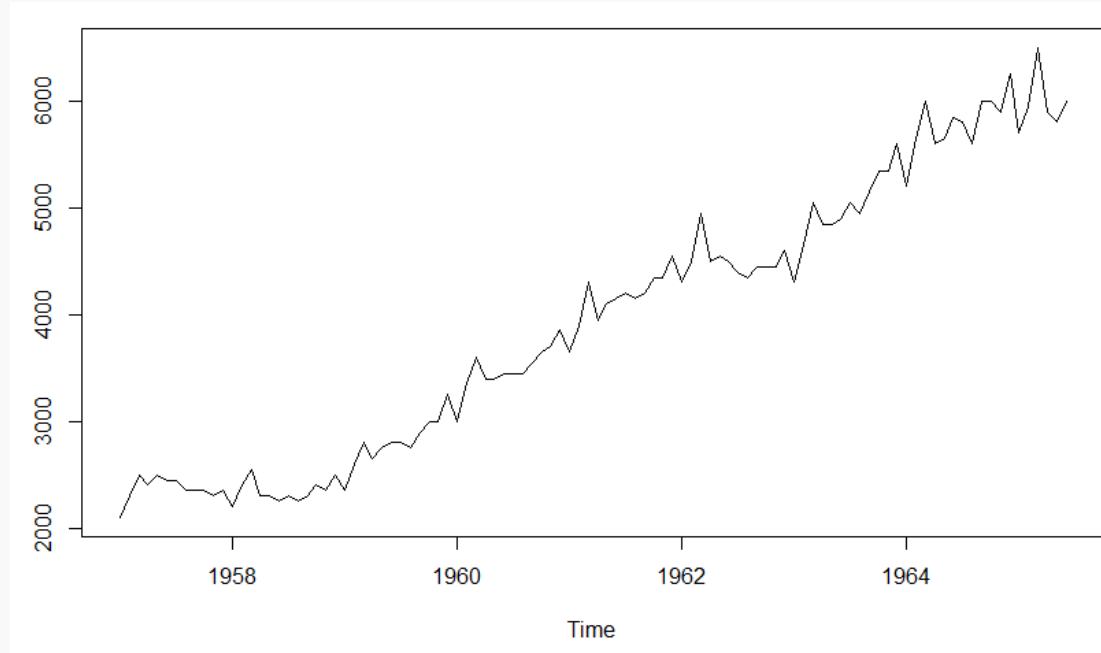
$$Y_t = S_t + T_t + R_t + C_t$$

➤ Πολλαπλασιαστικό (Multiplicative)

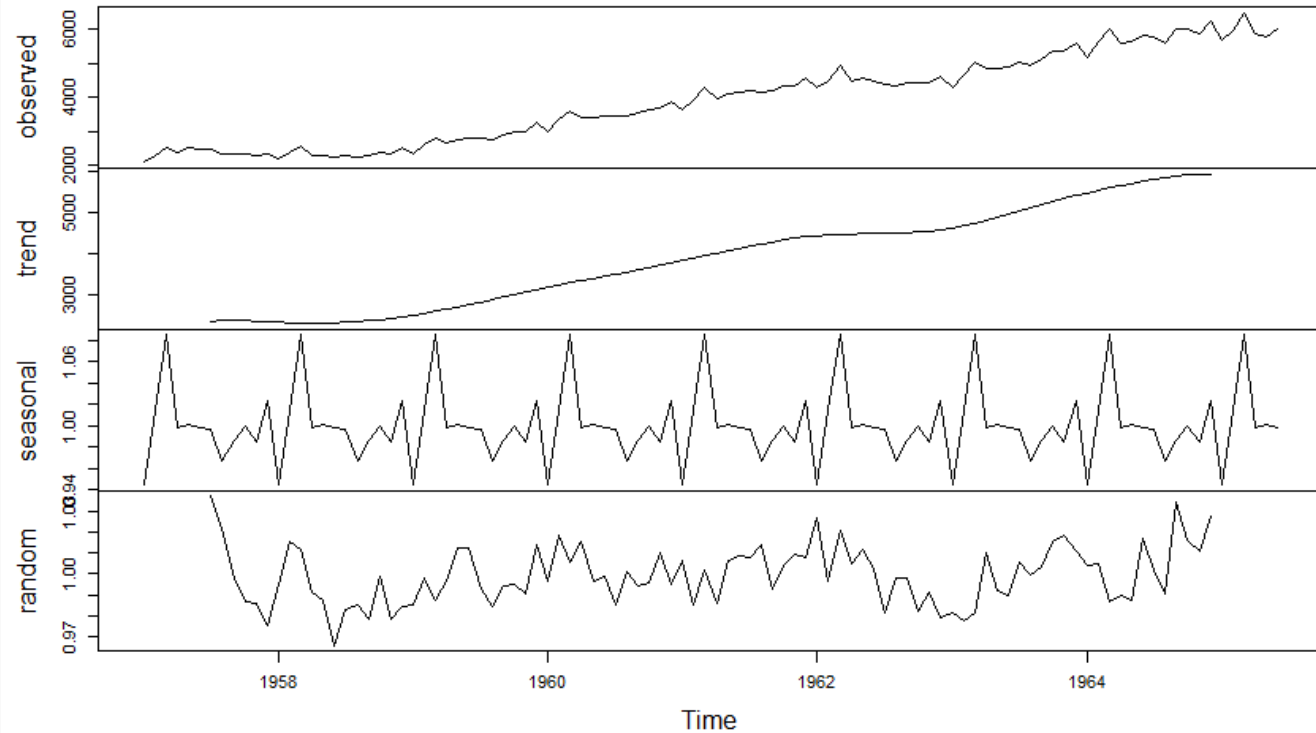
$$Y_t = S_t \times T_t \times R_t \times C_t$$

- Y_t : παρατήρηση κατά τη χρονική περίοδο t
- S_t : συνιστώσα εποχιακότητας
- T_t : συνιστώσα τάσης – κύκλου
- R_t : συνιστώσα τυχαιότητας

Γράφημα της Αποσύνθεσης



Γράφημα της Αποσύνθεσης



Αποεποχικοποίηση

Είναι μέρος της διαδικασίας αποσύνθεσης

Αποσκοπεί στην απομόνωση της συνιστώσας της εποχιακότητας (περιοδική συμπεριφορά στη διάρκεια ενός έτους)

Αποσκοπεί στη δημιουργία της αποεποχικοποιημένης χρονοσειράς

Αποεποχικοποίηση

Οι μέθοδοι προβλέψεων συνήθως δεν μοντελοποιούν τη συνιστώσα της εποχιακότητας οπότε και πρέπει να εφαρμόζονται σε μη εποχιακές χρονοσειρές

Οι εποχιακές χρονοσειρές αποεποχικοποιούνται και στη συνέχεια επαναεποχικοποιούνται (εποχικοποίηση).

Η πρακτική αυτή αυξάνει την αξιοπιστία των προβλέψεων.

Έλεγχος σημαντικής εποχιακής συμπεριφοράς

- Σε αρκετές περιπτώσεις η χρονοσειρά δεν εμφανίζει σημαντική εποχιακή συμπεριφορά, οπότε θα μπορούσαν να παραλειφθούν τα βήματα 1 έως 4 της κλασικής μεθόδου αποσύνθεσης.
- Ο έλεγχος σημαντικότητας της εποχιακής συμπεριφοράς μιας σειράς δεδομένων εφαρμόζεται μέσω ελέγχου αυτοσυσχέτισης δεδομένων με περίοδο καθυστέρησης (k) ίση με τον αριθμό των περιόδων ενός κύκλου εποχιακότητας (pos) σε σύγκριση με τις αυτοσυσχετίσεις περιόδου καθυστέρησης έως και μιας μονάδας μικρότερης από τον αριθμό των περιόδων ενός κύκλου εποχιακότητας.
- Μία χρονοσειρά θεωρείται εποχιακή αν και μόνο αν ισχύει:

$$|ACF_{pos}| > Limit \quad ACF_k = \frac{\sum_{i=1+k}^n [(Y_i - \bar{Y}) \cdot (Y_{i-k} - \bar{Y})]}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$Limit = t_{critical} \sqrt{\frac{1 + 2 \cdot (ACF_1 + \sum_{i=2}^{pos-1} ACF_i^2)}{n}}$$

Confidence Level	$t_{critical}$
80%	1,28
90%	1,645
95%	1,96
98%	2,33
99%	2,58

Αίτια Εποχιακής Συμπεριφοράς



Ημερολογιακές επιδράσεις (Calendar effects)

Οι μέρες των εθνικών εορτών κ.λ.π. επιδρούν δυναμικά στα οικονομικά μεγέθη, δημιουργώντας ένα εποχιακό πρότυπο, ιδιαίτερα έντονο στην βιομηχανική παραγωγή και στην κατανάλωση αγαθών.



Σημαντικές αποφάσεις (Institutional influences)

Όλα τα είδη αποφάσεων από ιδρύματα και ιδιώτες επιδρούν με τον ανάλογο βαθμό στην εξέλιξη οικονομικών μεγεθών. Κλασσικό παράδειγμα οι ακριβείς ημερομηνίες που θα διατεθούν, από διάφορους οργανισμούς, τα μερίσματα των μετοχών ή τα ομόλογα.



Προσδοκίες (Expectations)

Οι προσδοκίες στον οικονομικό χώρο, απόρροια της μακράς πείρας, επιδρούν άμεσα στις αποφάσεις των παραγωγών και καταναλωτών με αποτέλεσμα να δημιουργούν εποχιακές διακυμάνσεις. Παράδειγμα η αύξηση της παραγωγής παιχνιδιών πριν τις εορτές αλλά και η αναμονή των καταναλωτών μέχρι να πέσει η τιμή του πετρελαίου θέρμανσης.



Κλίμα- Καιρός (Weather influences)

Οι κλιματολογικές μεταβολές επιδρούν στις οικονομικές μεταβλητές και είναι ιδιαίτερα έντονες στον χώρο της αγροτικής παραγωγής, των κατασκευαστικών εταιρειών, των μεταφορών κ.λ.π.

Κινητοί Μέσοι Όροι

Οι κινητοί μέσοι όροι χρησιμοποιούνται ως:

- **Μέθοδοι αποεποχικοποίησης** | εξομάλυνσης των δεδομένων. Εκτιμούμε την καμπύλη τάσης – κύκλου χρησιμοποιώντας το μέσο όρο των κοντινών σημείων.
- **Μέθοδοι πρόβλεψης** | Εκτιμούμε την τιμή της επόμενης παρατήρησης χρησιμοποιώντας τον μέσο όρο των πιο πρόσφατων παρατηρήσεων.

Κινητοί Μέσοι όροι



- Simple Moving Average
- Weighted moving Average
- Double Moving Average
- Centered Moving Average

Simple Moving Average

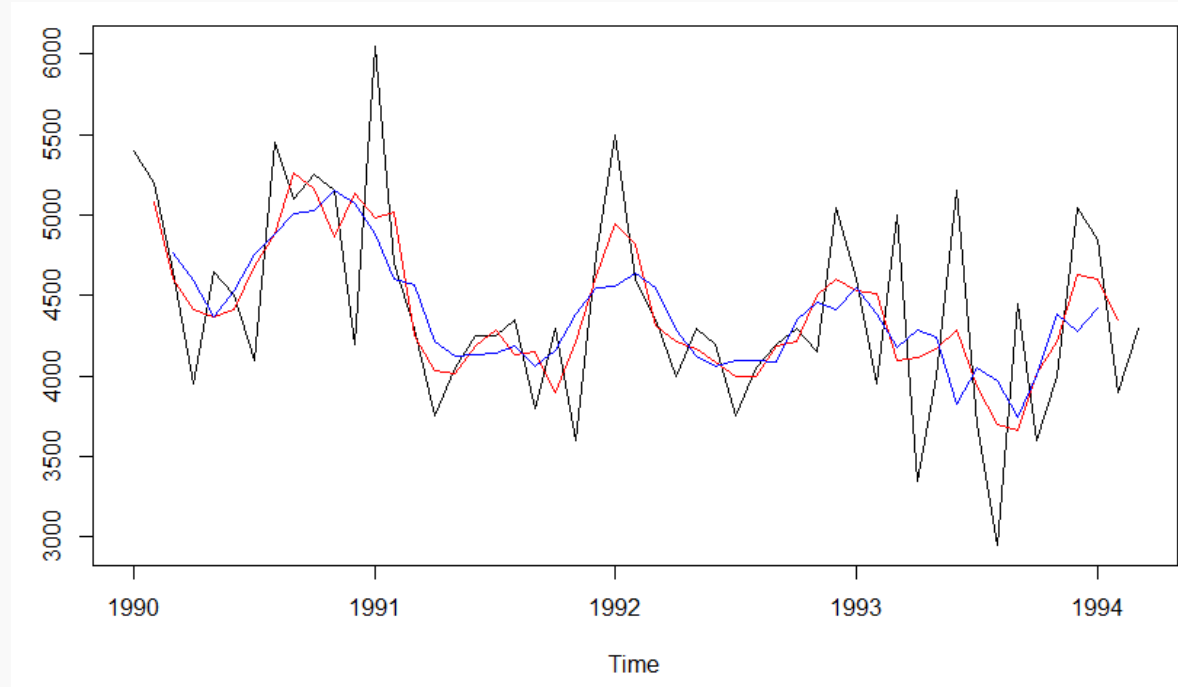
- Υπολογισμός του μέσου όρου των τιμών γύρω από μία παρατήρηση.
- Εξαλείφει μέρος της τυχαιότητας των δεδομένων
- Δίνει μία λογική εκτίμηση της συνιστώσας τάσης-κύκλου της παρατήρησης.

$$TC_t = KMO(n)_t = \frac{1}{n} \sum_{i=-(n \bmod 2)}^{(n \bmod 2)} Y_{t+i} \Rightarrow$$

$$TC_t = \frac{1}{n} (Y_{t-(n \bmod 2)} + \dots + Y_{t-1} + Y_t + Y_{t+1} + \dots + Y_{t+(n \bmod 2)})$$

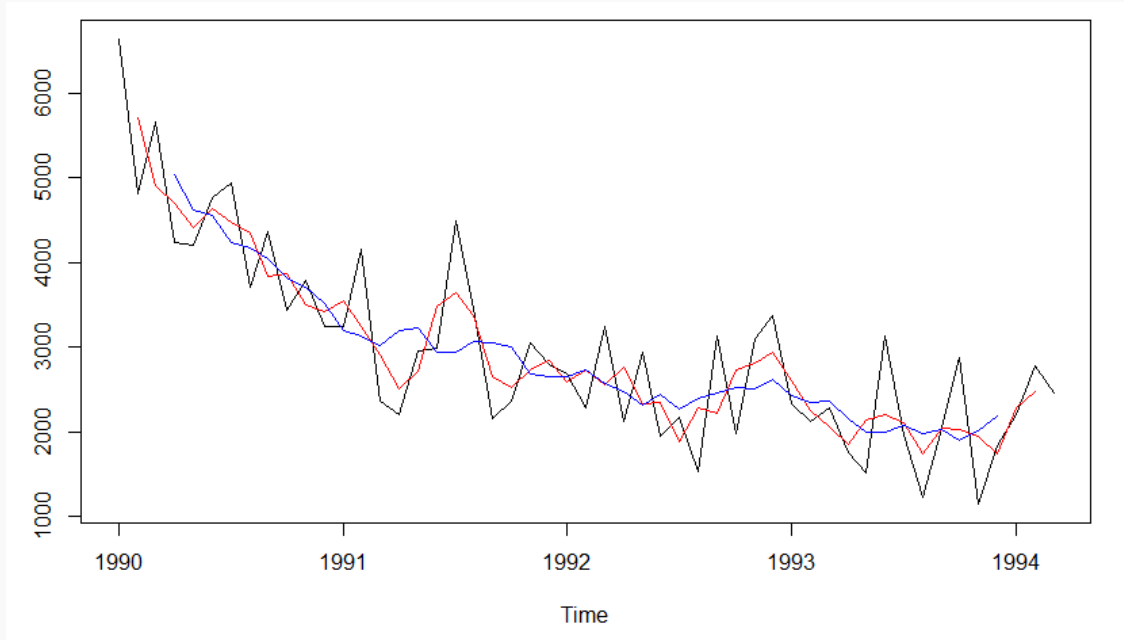
$$TC_t = KMO(5)_t = \frac{1}{5} (Y_{t-2} + Y_{t-1} + Y_t + Y_{t+1} + Y_{t+2})$$

Simple Moving Average



KMO(3) και KMO(5)

Simple Moving Average



KMO(3) και KMO(7)

Simple Moving Average

t	Y _t	KMO(5)
1	21	
2	33	
3	56	35,60
4	45	37,40
5	23	43,00
6	30	39,40
7	61	33,80
8	38	36,40
9	17	41,00
10	36	38,40
11	53	35,80
12	48	38,00
13	25	42,40
14	28	40,20
15	58	
16	42	

$$KMO(5)_3 = \frac{1}{5}(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5) \Rightarrow$$

$$KMO(5)_3 = \frac{1}{5}(21 + 33 + 56 + 45 + 23) = 35,6$$

Weighted Moving Average

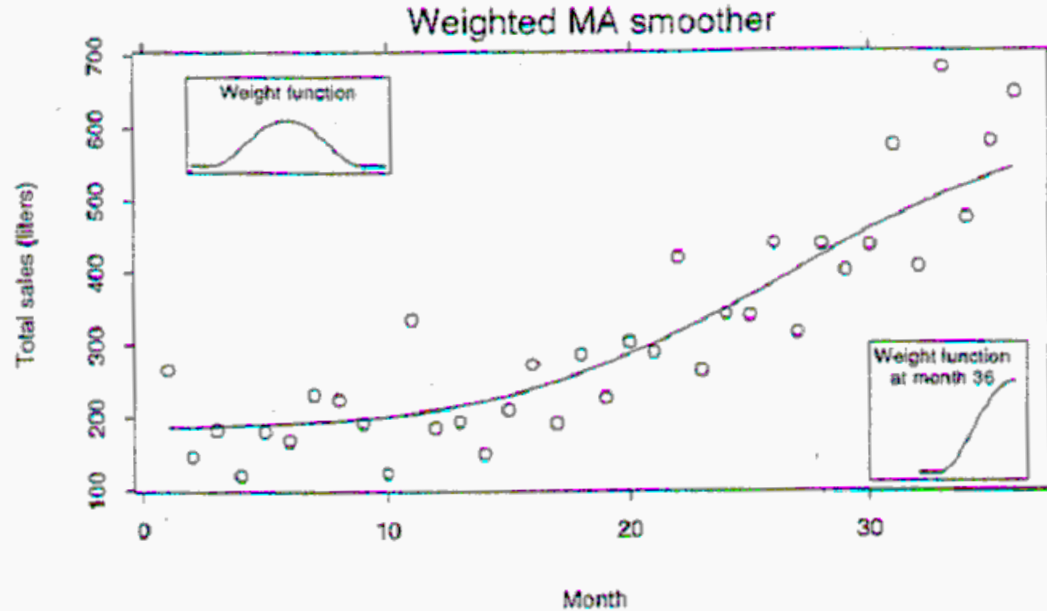
- Αποτελεί παραλλαγή του Simple Moving Average.
- Οι όροι που μετέχουν στο μέσο όρο έχουν διαφορετικά βάρη.
- Δίνεται μεγαλύτερο βάρος στις παρατηρήσεις που γειτνιάζουν σε μεγάλο βαθμό με την τρέχουσα παρατήρηση και μικρότερο βάρος στις πιο απομακρυσμένες παρατηρήσεις.
- Τα βάρη επιλέγονται ώστε να είναι συμμετρικά ως προς την τρέχουσα παρατήρηση.
- Η καμπύλη που προκύπτει είναι περισσότερο ομαλή.

$$TC_t = \text{ΣΚΜΟ}(n)_t = \sum_{i=-(n \bmod 2)}^{(n \bmod 2)} a_i \cdot Y_{t+i} \quad \sum_{i=-(n \bmod 2)}^{(n \bmod 2)} a_i = 1$$

$$TC_t = \text{ΣΚΜΟ}(5)_t \Rightarrow$$

$$TC_t = 0,1 \cdot Y_{t-2} + 0,2 \cdot Y_{t-1} + 0,4 \cdot Y_t + 0,2 \cdot Y_{t+1} + 0,1 \cdot Y_{t+2}$$

Weighted Moving Average



Weighted Moving Average

t	Y _t	ΣΚΜΟ(5)
1	21	
2	33	
3	56	42,40
4	45	40,10
5	23	35,90
6	30	37,10
7	61	42,00
8	38	37,40
9	17	33,00
10	36	37,00
11	53	42,20
12	48	41,20
13	25	36,30
14	28	36,80
15	58	
16	42	

$$\Sigma\text{ΚΜΟ}(5)_3 = 0,1 \cdot Y_1 + 0,2 \cdot Y_2 + 0,4 \cdot Y_3 + 0,2 \cdot Y_4 + 0,1 \cdot Y_5 \Rightarrow$$

$$\Sigma\text{ΚΜΟ}(5)_3 = 0,1 \cdot 21 + 0,2 \cdot 33 + 0,4 \cdot 56 + 0,2 \cdot 45 + 0,1 \cdot 23 = 42,4$$

Double Moving Averages

- Αποτελεί αποτέλεσμα της ομαλοποίησης ενός απλού μέσου όρου, με την χρήση ενός δεύτερου απλού μέσου όρου.
- Π.χ. Ο 5x3 MA υπολογίζεται από τον 3MA ενός 5MA.

$$\left. \begin{aligned} \text{KMO}(3)_{t-2} &= \frac{Y_{t-3} + Y_{t-2} + Y_{t-1}}{3} \\ \text{KMO}(3)_{t-1} &= \frac{Y_{t-2} + Y_{t-1} + Y_t}{3} \\ \text{KMO}(3)_t &= \frac{Y_{t-1} + Y_t + Y_{t+1}}{3} \\ \text{KMO}(3)_{t+1} &= \frac{Y_t + Y_{t+1} + Y_{t+2}}{3} \\ \text{KMO}(3)_{t+2} &= \frac{Y_{t+1} + Y_{t+2} + Y_{t+3}}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta\text{KMO}(5 \times 3)_t =$$
$$= \frac{\text{KMO}(3)_{t-2} + \text{KMO}(3)_{t-1} + \text{KMO}(3)_t + \text{KMO}(3)_{t+1} + \text{KMO}(3)_{t+2}}{5} =$$
$$= \frac{Y_{t-3} + 2 \cdot Y_{t-2} + 3 \cdot Y_{t-1} + 3 \cdot Y_t + 3 \cdot Y_{t+1} + 2 \cdot Y_{t+2} + Y_{t+3}}{15} =$$
$$= \frac{1}{15} \cdot Y_{t-3} + \frac{2}{15} \cdot Y_{t-2} + \frac{1}{5} \cdot Y_{t-1} + \frac{1}{5} \cdot Y_t + \frac{1}{5} \cdot Y_{t+1} + \frac{2}{15} \cdot Y_{t+2} + \frac{1}{15} \cdot Y_{t+3}$$

Double Moving Average

t	Y _t	KMO(3)	ΔKMO(3×3)
1	21		
2	33	36,67	
3	56	44,67	40,89
4	45	41,33	39,56
5	23	32,67	37,33
6	30	38,00	37,89
7	61	43,00	39,89
8	38	38,67	37,33
9	17	30,33	34,78
10	36	35,33	37,11
11	53	45,67	41,00
12	48	42,00	40,44
13	25	33,67	37,56
14	28	37,00	37,78
15	58	42,67	
16	42		

$$\Delta KMO(3 \times 3)_3 = \frac{1}{3} \left(\frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3} + \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4}{3} + \frac{Y_3 + Y_4 + Y_5}{3} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta KMO(3 \times 3)_3 = \frac{1}{3} \left(\frac{21 + 33 + 56}{3} + \frac{33 + 56 + 45}{3} + \frac{56 + 45 + 23}{3} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta KMO(3 \times 3)_3 = \frac{1}{3} (36,67 + 44,67 + 41,33) = 40,89$$

Centered Moving Average

$$\frac{1}{4}(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) = T_{2,5}$$

$$\frac{1}{4}(Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5) = T_{3,5}$$

$$T_3 = \frac{1}{2}(T_{2,5} + T_{3,5}) \Rightarrow$$

$$T_3 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4}(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + \frac{1}{4}(Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5) \right] \Rightarrow$$

$$T_3 = \frac{1}{8}(Y_1 + 2 \cdot Y_2 + 2 \cdot Y_3 + 2 \cdot Y_4 + Y_5) \Rightarrow$$

$$T_3 = \frac{1}{8} \cdot Y_1 + \frac{1}{4} \cdot Y_2 + \frac{1}{4} \cdot Y_3 + \frac{1}{4} \cdot Y_4 + \frac{1}{8} \cdot Y_5$$

Centered Moving Average

t	Y _t	KKMO(4)
1	21	
2	33	
3	56	39,00
4	45	38,88
5	23	39,13
6	30	38,88
7	61	37,25
8	38	37,25
9	17	37,00
10	36	37,25
11	53	39,50
12	48	39,50
13	25	39,13
14	28	39,00
15	58	
16	42	

$$KKMO(4)_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}{4} + \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5}{4} \right) \Rightarrow$$

$$KKMO(4)_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{21 + 33 + 56 + 45}{4} + \frac{33 + 56 + 45 + 23}{4} \right) \Rightarrow$$

$$KKMO(4)_3 = \frac{1}{2} (38,75 + 39,25) = 39$$

Τεχνική Backcasting


t	Y _t	KMO(5)
-1		
0		
1	15	;
2	17	;
3	19	16,00
4	15	16,20
5	14	16,80
6	16	15,40
7	20	;
8	12	;
9		
10		

t	Y _t	KMO(5)
-1		
0		
1	15	;
2	17	;
3	19	16,00
4	15	16,20
5	14	16,80
6	16	15,40
7	20	14,80
8	12	14,40
9	12	
10	12	

Naive Forecast: $F_{t+m} = Y_t$

Τεχνική Backcasting

t	Y _t	t'	Y' _t
-1		8	12
0		7	20
1	15	6	16
2	17	5	14
3	19	4	15
4	15	3	19
5	14	2	17
6	16	1	15
7	20	0	15
8	12	-1	15



t	Y _t	KMO(5)
-1	15	
0	15	
1	15	16,20
2	17	16,20
3	19	16,00
4	15	16,20
5	14	16,80
6	16	15,40
7	20	14,80
8	12	14,40
9	12	
10	12	

Naive Forecast: $F_{t+m} = Y_t$

Βήματα Κλασικής Μεθόδου Αποσύνθεσης



Βήμα 1^ο

Υπολογισμός ενός κινητού μέσου όρου ο οποίος βασίζεται στο μήκος της εποχιακότητας



Βήμα 2^ο

Διαίρεση των πραγματικών δεδομένων με τις αντίστοιχες τιμές των κινητών μέσων όρων



Βήμα 3^ο

Απαλοιφή της τυχαιότητας από τους λόγους εποχιακότητας του Βήματος 2.



Βήμα 4^ο

Διαίρεση των πραγματικών δεδομένων με τους αντίστοιχους δείκτες εποχιακότητας για την εύρεση της αποεποχικοποιημένης σειράς.



Βήμα 5^ο

Απαλοιφή της τυχαιότητας από την αποεποχικοποιημένη σειρά.



Βήμα 6^ο

Υπολογισμός της τάσης από τη σειρά τάσης-κύκλου του Βήματος 5.



Βήμα 7^ο

Πρόβλεψη μέσω αποσύνθεσης

Κλασική Μέθοδος Αποσύνθεσης

Η κλασική μέθοδος αποσύνθεσης αποτελεί την πιο απλή διαδικασία για την απομόνωση των 4 συνιστωσών μιας χρονοσειράς.



Βήμα 1ο: Υπολογισμός ενός κινητού μέσου όρου ο οποίος βασίζεται στο μήκος της εποχιακότητας (για παράδειγμα, κινητός μέσος όρος 7 παρατηρήσεων για ημερήσια δεδομένα).

Με αυτόν τον τρόπο ο υπολογιζόμενος κινητός μέσος όρος δεν περιέχει εποχιακότητα ενώ περιέχει πολύ μικρή ή μηδενική τυχαιότητα, δεδομένου ότι η τυχαιότητα αντιπροσωπεύεται από τυχαίες διακυμάνσεις που κυμαίνονται γύρω από το μέσο όρο των παρατηρήσεων.

Οι τιμές των κινητών μέσων όρων που υπολογίζονται με αυτόν τον τρόπο είναι εξομαλυμένες και δίνουν μια καλή εκτίμηση της συμπεριφοράς της χρονοσειράς όσον αφορά την τάση και την κυκλικότητα. Οπότε, μπορούμε να θεωρήσουμε πως:

$$KMO(n) = T \times C$$

όπου $KMO(n)$ είναι ένας κινητός μέσος όρος μήκους n και T , C οι συνιστώσες τάσης και κύκλου αντίστοιχα. Στην περίπτωση που τα δεδομένα έχουν μήκος εποχιακότητας άρτιο αριθμό (για παράδειγμα μηνιαίες ή τριμηνιαίες παρατηρήσεις), τότε προτιμάται η χρήση κεντρικού κινητού μέσου όρου αντίστοιχου μήκους.

Κλασική Μέθοδος Αποσύνθεσης



Βήμα 2ο: Διάρθρωση των πραγματικών δεδομένων με τις αντίστοιχες τιμές των κινητών μέσων όρων. Με τον τρόπο αυτό προκύπτουν οι λόγοι εποχιακότητας, οι οποίοι, όμως, περιέχουν τυχαιότητα:

$$\frac{Y}{KMO(n)} = \frac{T \times C \times S \times R}{T \times C} = S \times R$$



Βήμα 3ο: Απαλοιφή της τυχαιότητας από τους λόγους εποχιακότητας του Βήματος 2.

Η διαδικασία επιτυγχάνεται με εύρεση της μέσης τιμής των αντίστοιχων λόγων εποχιακότητας, δηλαδή των λόγων που αναφέρονται σε αντίστοιχες χρονικές περιόδους. Στην περίπτωση, για παράδειγμα, μηνιαίων δεδομένων, υπολογίζουμε το μέσο όρο των λόγων εποχιακότητας που αντιστοιχούν στο μήνα Ιανουάριο, κατόπιν το μέσο όρο των λόγων εποχιακότητας που αντιστοιχούν στο μήνα Φεβρουάριο κ.ο.κ. Οι υπολογισμένοι μέσοι όροι αποτελούν τους δείκτες εποχιακότητας της αρχικής μας χρονοσειράς.

Σε ορισμένες περιπτώσεις, οι δείκτες εποχιακότητας χρήζουν κανονικοποίησης, ούτως ώστε το άθροισμά τους να ισούται με το μήκος της εποχιακότητας.

Αν η χρονοσειρά περιέχει αρκετή τυχαιότητα ή ασυνήθιστες τιμές, προτείνεται ο υπολογισμός των ενδιάμεσων μέσων όρων, προκειμένου να προκύψουν οι δείκτες εποχιακότητας. Η διαφοροποίηση έγκειται στη μη χρήση του μέγιστου και του ελάχιστου λόγου εποχιακότητας στον υπολογισμό του κάθε δείκτη εποχιακότητας, με στόχο τη σταθεροποίηση αυτών.

Κλασική Μέθοδος Αποσύνθεσης



Βήμα 4ο: Διαίρεση των πραγματικών δεδομένων με τους αντίστοιχους δείκτες εποχιακότητας για την εύρεση της αποεποχικοποιημένης σειράς.

Για παράδειγμα, στα μηνιαία δεδομένα, κάθε παρατήρηση που αντιστοιχεί στο μήνα Δεκέμβριο διαιρείται με τον δείκτη εποχιακότητας του Δεκεμβρίου.

Η σειρά που προκύπτει περιέχει μόνο τάση, κύκλο και τυχαιότητα:

$$\frac{Y}{S} = \frac{T \times C \times S \times R}{S} = T \times C \times R$$



Βήμα 5ο: Απαλοιφή της τυχαιότητας από την αποεποχικοποιημένη σειρά.

Αυτό επιτυγχάνεται υπολογίζοντας τον κινητό μέσο όρο μήκους 3 ή 6 παρατηρήσεων της αποεποχικοποιημένης σειράς.

Η σειρά των μέσων όρων που προκύπτει, αποτελεί μία αρκετά ομαλή και ακριβή σειρά τάσης-κύκλου.

Για βέλτιστη εξομάλυνση και απαλοιφή της τυχαιότητας συνίσταται η χρήση διπλού κινητού μέσου όρου 3×3. Αν το ζητούμενο είναι ο υπολογισμός της συνιστώσας της τυχαιότητας, αυτή μπορεί να προκύψει από διαίρεση της αποεποχικοποιημένης σειράς και της σειράς τάσης-κύκλου:

$$\frac{T \times C \times R}{\text{KMO}(3 \times 3)} = \frac{T \times C \times R}{T \times C} = R$$

Κλασική Μέθοδος Αποσύνθεσης



Βήμα 6ο: Υπολογισμός της τάσης από τη σειρά τάσης-κύκλου του Βήματος 5.

Μετά το 5ο Βήμα της αποσύνθεσης η σειρά που προκύπτει περιέχει τάση και κυκλικότητα. Σε περιπτώσεις που είναι επιθυμητός ο διαχωρισμός των δύο αυτών συνιστωσών, θα πρέπει να επιλεγεί το μοντέλο τάσης που περιγράφει καλύτερα τη χρονοσειρά.

Αν θεωρήσουμε γραμμική τάση, ο υπολογισμός της συνιστώσας της τάσης επιτυγχάνεται από εφαρμογή της απλής γραμμικής παλινδρόμησης (ευθεία ελαχίστων τετραγώνων):

$$T = \alpha + \beta \cdot t \quad \beta = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i \cdot TC_i) - \bar{t} \cdot \overline{TC}}{\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{n} - \bar{t}^2} \quad \bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} \quad \overline{TC} = \frac{\sum_{i=1}^n TC_i}{n}$$
$$\alpha = \overline{TC} - \beta \cdot \bar{t}$$

Όπου T δηλώνει την σειρά της τάσης, TC δηλώνει τις τιμές της σειράς τάσης κύκλου (εξαρτημένη μεταβλητή της γραμμικής παλινδρόμησης) και t δηλώνει τον αύξοντα αριθμό της χρονικής περιόδου (ανεξάρτητη μεταβλητή της γραμμικής παλινδρόμησης). Οι συντελεστές α και β δηλώνουν το αρχικό επίπεδο και την τάση αντίστοιχα. Αφού υπολογισθεί η σειρά της τάσης, μπορεί να ορισθεί και η συνιστώσα του κύκλου ως η ακόλουθη διαίρεση:

$$C = \frac{T \times C}{T}$$

Κλασική Μέθοδος Αποσύνθεσης



Βήμα 7ο: Πρόβλεψη μέσω αποσύνθεσης

Έχοντας αναλύσει την αρχική χρονοσειρά στις συνιστώσες της, μπορούμε να τις συνθέσουμε (πολλαπλασιαστικά) προκειμένου να εκτιμήσουμε μελλοντικές τιμές της χρονοσειράς.

Η διαδικασία αυτή λέγεται πρόβλεψη μέσω αποσύνθεσης και περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$F_{n+i} = T_i \times S_i \times C_i$$

Blaine Port

Number of Privately Owned Vehicles (POVs) Arriving at the Port.

Perios	POVs
Δεκ-96	329225
Ιαν-97	291927
Φεβ-97	297449
Μαρ-97	323086
Απρ-97	399828
Μαϊ-97	363939
Ιουν-97	371906
Ιουλ-97	365572
Αυγ-97	414576
Σεπ-97	475699
Οκτ-97	344335
Νοε-97	311346
Δεκ-97	344691
Ιαν-98	312641
Φεβ-98	287327

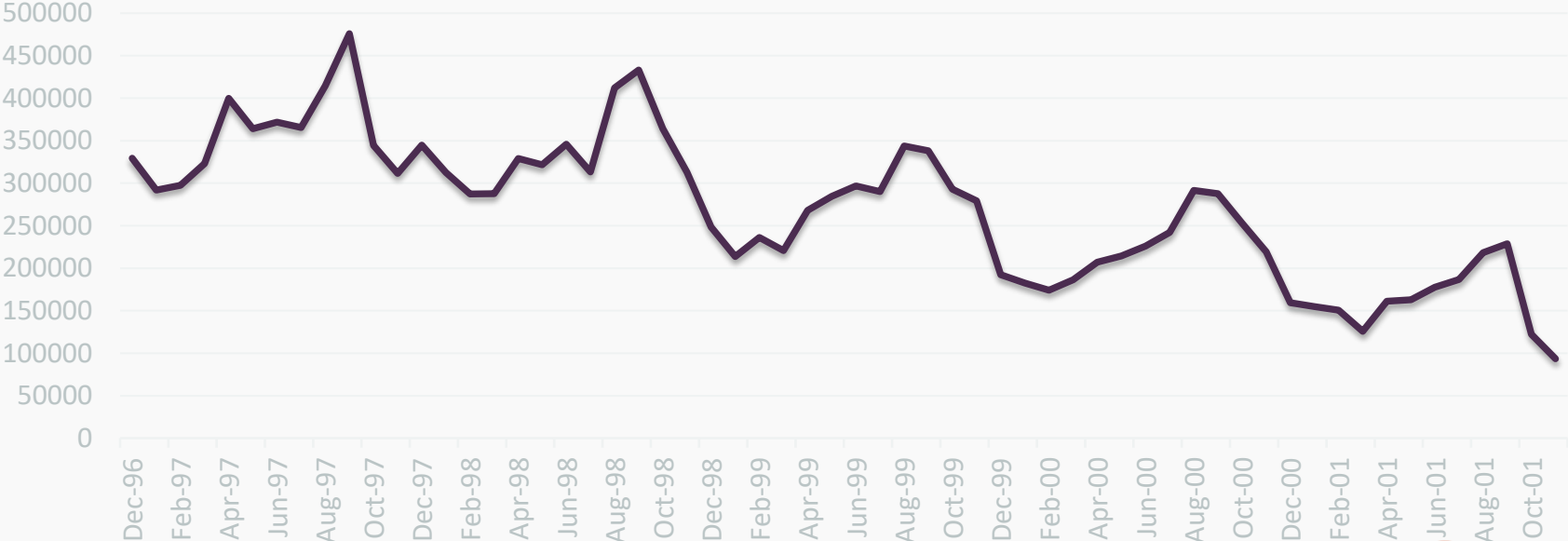
Perios	POVs
Μαρ-98	287500
Απρ-98	329035
Μαϊ-98	321590
Ιουν-98	345714
Ιουλ-98	313396
Αυγ-98	412149
Σεπ-98	433132
Οκτ-98	364180
Νοε-98	313022
Δεκ-98	248532
Ιαν-99	213847
Φεβ-99	236071
Μαρ-99	220733
Απρ-99	267954
Μαϊ-99	284585

Perios	POVs
Ιουν-99	296772
Ιουλ-99	289979
Αυγ-99	343785
Σεπ-99	338192
Οκτ-99	292954
Νοε-99	279097
Δεκ-99	192255
Ιαν-00	182494
Φεβ-00	174189
Μαρ-00	186489
Απρ-00	207218
Μαϊ-00	214285
Ιουν-00	225851
Ιουλ-00	242094
Αυγ-00	291357

Perios	POVs
Σεπ-00	287615
Οκτ-00	253046
Νοε-00	219190
Δεκ-00	159448
Ιαν-01	154789
Φεβ-01	150617
Μαρ-01	125641
Απρ-01	161009
Μαϊ-01	162959
Ιουν-01	177692
Ιουλ-01	186589
Αυγ-01	218141
Σεπ-01	228940
Οκτ-01	122245
Νοε-01	93667

Blaine Port Number of Privately Owned Vehicles (POVs) Arriving at the Port.

POVs



Βήμα 1^ο Εύρεση Κεντρικών Κινητών Μέσων Όρων

		Data	ΚΚΜΟ
1	Δεκ-96	329225	
2	Ιαν-97	291927	
3	Φεβ-97	297449	
4	Μαρ-97	323086	
5	Απρ-97	399828	
6	Μαϊ-97	363939	
7	Ιουν-97	371906	358051,8
8	Ιουλ-97	365572	359559,3
9	Αυγ-97	414576	360000,6
10	Σεπ-97	475699	358096,1
11	Οκτ-97	344335	353663,6
12	Νοε-97	311346	348949,4
13	Δεκ-97	344691	346093,5
14	Ιαν-98	312641	342828,2
15	Φεβ-98	287327	323380,2
16	Μαρ-98	287500	286285,4
17	Απρ-98	329035	252117,3
18	Μαϊ-98	321590	224797,3
19	Ιουν-98	345714	197462,4
20	Ιουλ-98	313396	170073,5

$$\frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{12}}{12} = \frac{329225 + 291927 + 297449 + \dots + 311346}{12} = 357407.3$$

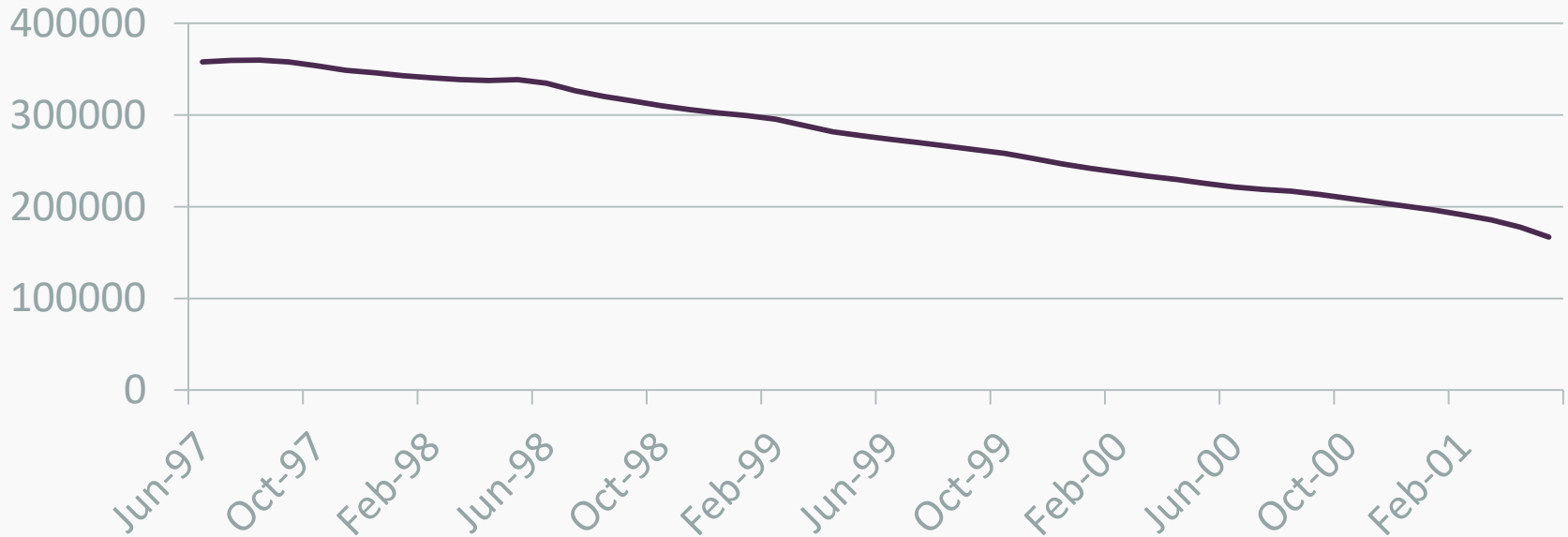
$$\frac{X_2 + X_3 + X_4 + \dots + X_{13}}{12} = \frac{291927 + 297449 + 323086 + \dots + 344691}{12} = 358696.3$$

$$ΚΚΜΟ(Ιούν - 97) = \frac{357407.3 + 358696.3}{2} = 358051,8$$

Η σειρά που προκύπτει δεν περιέχει εποχιακότητα και τυχαιότητα. Δίνει όμως μια πολύ καλή εικόνα της τάσης της χρονοσειράς.

Βήμα 1^ο Εύρεση Κεντρικών Κινητών Μέσων Όρων

ΚΚΜΟ



Βήμα 2^ο Υπολογισμός των Λόγων Εποχιακότητας

		Data	ΚΚΜΟ	Λ.Ε.
1	Δεκ-96	329225		
2	Ιαν-97	291927		
3	Φεβ-97	297449		
4	Μαρ-97	323086		
5	Απρ-97	399828		
6	Μαϊ-97	363939		
7	Ιουν-97	371906	358051,8	103.87
8	Ιουλ-97	365572	359559,3	101.67
9	Αυγ-97	414576	360000,6	115.16
10	Σεπ-97	475699	358096,1	132.84
11	Οκτ-97	344335	353663,6	97.36
12	Νοε-97	311346	348949,4	89.22
13	Δεκ-97	344691	346093,5	99.59
14	Ιαν-98	312641	342828,2	91.19
15	Φεβ-98	287327	323380,2	84.37
16	Μαρ-98	287500	286285,4	84.89
17	Απρ-98	329035	252117,3	97.43
18	Μαϊ-98	321590	224797,3	94.97
19	Ιουν-98	345714	197462,4	103.29
20	Ιουλ-98	313396	170073,5	95.97

$$ΛΕ(7) = \frac{Data(7)}{ΚΚΜΟ(7)} = \frac{371906}{358051,8} \times 100 = 103,86$$

Η σειρά των Λόγων Εποχιακότητας περιέχει απαραίτητες πληροφορίες για την εποχιακή συμπεριφορά της χρονοσειράς.

Βήμα 3^ο Απαλοιφή Τυχαιότητας και Εύρεση Δεικτών Εποχιακότητας

Δείκτες εποχιακότητας
πριν την Κανονικοποίηση

		ΕΤΟΣ				
		1997	1998	1999	2000	2001
ΜΗΝΑΣ	1		91,19	71,43	75,44	78,78
	2		84,37	79,87	73,27	78,81
	3		84,89	76,44	79,89	67,69
	4		97,43	95,07	90,23	90,60
	5		94,97	102,57	95,03	97,56
	6	103,87	103,29	108,43	101,90	
	7	101,67	95,97	107,38	110,49	
	8	115,16	128,67	129,16	134,28	
	9	132,84	137,33	129,00	134,74	
	10	97,36	117,45	113,46	121,07	
	11	89,22	102,30	110,43	106,95	
	12	99,59	82,19	77,88	79,41	

MIN	MAX	AVERAGE
71,43	91,19	77,11
73,27	84,37	79,34
67,69	84,89	78,17
90,23	97,43	92,84
94,97	102,57	96,29
101,90	108,43	103,58
95,97	110,49	104,53
115,16	134,28	128,92
129,00	137,33	133,79
97,36	121,07	115,46
89,22	110,43	104,63
77,88	99,59	80,80

Βήμα 3^ο Απαλοιφή Τυχειότητας και Εύρεση Δεικτών Εποχιακότητας

ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΟΧΙΑΚΟΤΗΤΑΣ ΧΩΡΙΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗ (ΔΕΧ)	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΟΧΙΑΚΟΤΗΤΑΣ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗ (ΔΕΜ)
77,11	77,41
79,34	79,64
78,17	78,46
92,84	93,19
96,29	96,66
103,58	103,98
104,53	104,93
128,92	129,41
133,79	134,30
115,46	115,90
104,63	105,03
80,80	81,11

Συντελεστής Κανονικοποίησης:

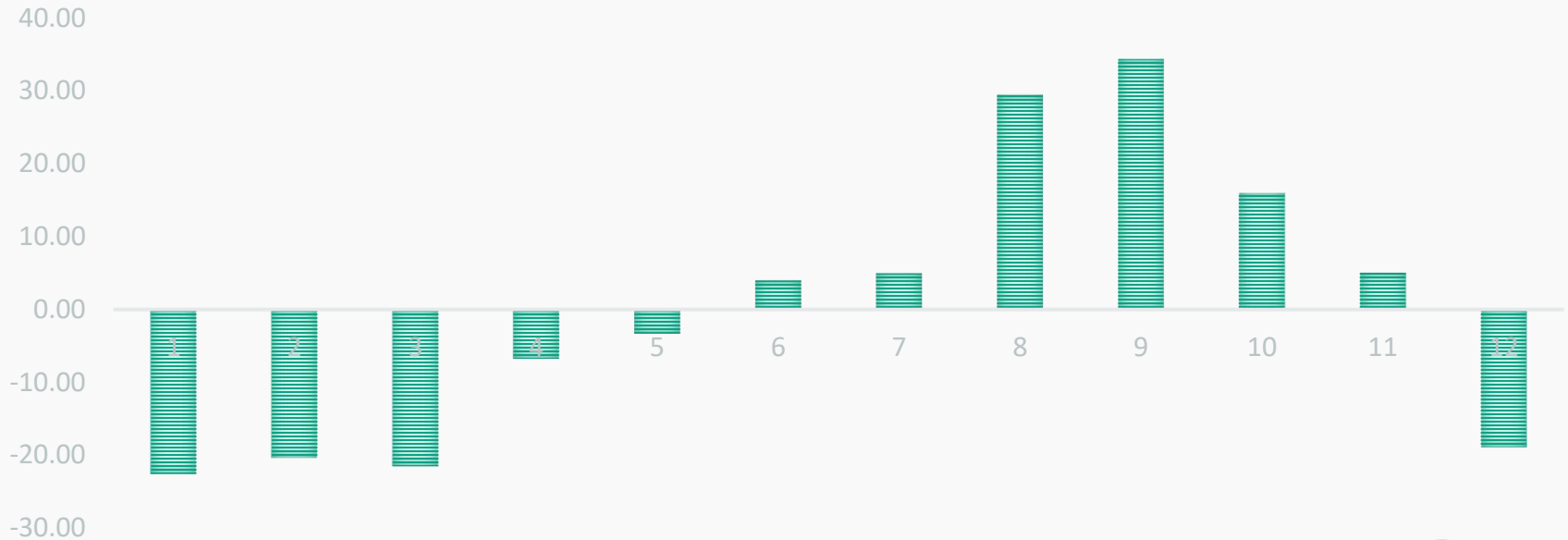
$$\Sigma K = \frac{77,11 + 79,34 + 78,17 + \dots + 80,80}{1200} = 0,9962$$

$$\Delta EM(i) = \frac{\Delta EX(i)}{\Sigma K}$$

$$\Delta EM(1) = \frac{77,11}{0,9962} = 77,40$$

Βήμα 3^ο Απαλοιφή Τυχαιότητας και Εύρεση Δεικτών Εποχιακότητας

ΔΕΪΚΤΕΣ ΕΠΟΧΙΑΚΌΤΗΤΑΣ



Βήμα 4^ο Εύρεση της Αποεποχικοποιημένης Χρονοσειράς

		Data	ΔΕ	ΑΧ
1	Δεκ-96	329225	81,10535	405922,7
2	Ιαν-97	291927	77,40612	377136,9
3	Φεβ-97	297449	79,64385	373473,9
4	Μαρ-97	323086	78,46414	411762,6
5	Απρ-97	399828	93,1895	429048,4
6	Μαϊ-97	363939	96,65814	376521,8
7	Ιουν-97	371906	103,9767	357682,2
8	Ιουλ-97	365572	104,9258	348410
9	Αυγ-97	414576	129,4089	320361,3
10	Σεπ-97	475699	134,2995	354207,6
11	Οκτ-97	344335	115,8962	297106,3
12	Νοε-97	311346	105,0259	296446,9
13	Δεκ-97	344691	81,10535	424991,7
14	Ιαν-98	312641	77,40612	403897
15	Φεβ-98	287327	79,64385	360764,8
16	Μαρ-98	287500	78,46414	366409,4
17	Απρ-98	329035	93,1895	353081,6
18	Μαϊ-98	321590	96,65814	332708,6
19	Ιουν-98	345714	103,9767	332491,9
20	Ιουλ-98	313396	104,9258	298683,5

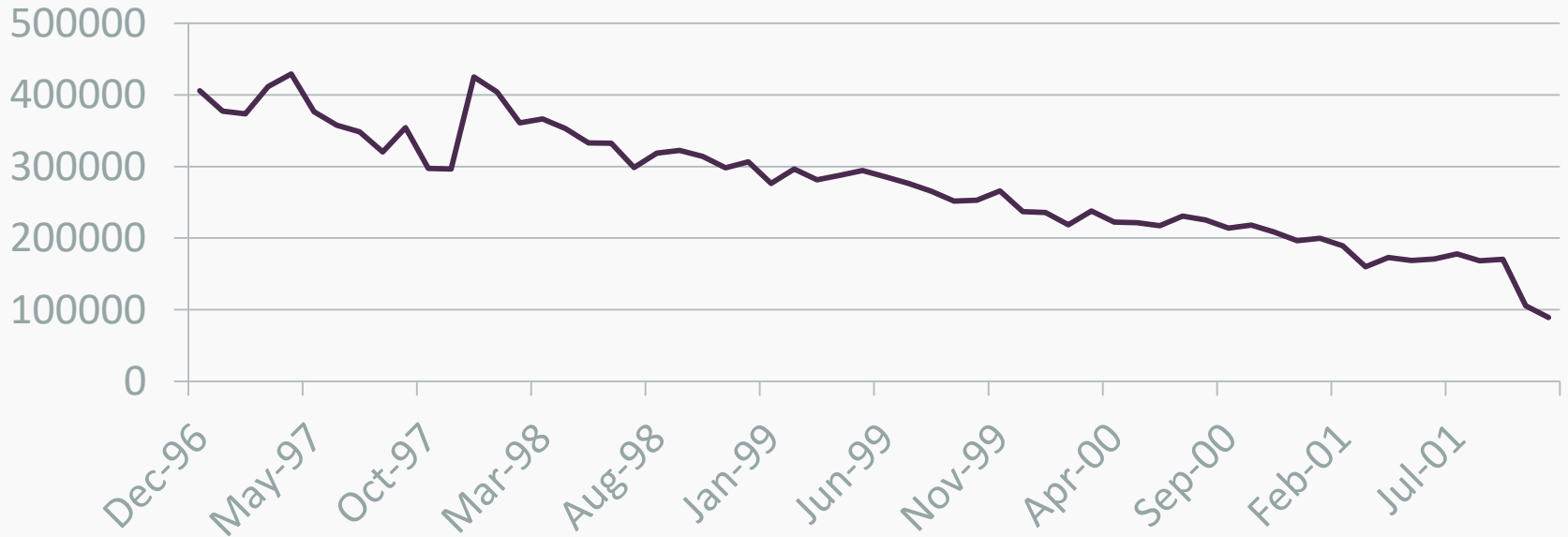
$$AX(i) = \frac{Data(i)}{\Delta E(i)} \times 100$$

$$AX(1) = \frac{329225}{81,11} \times 100 = 405923$$

Η σειρά που προκύπτει και περιέχει τάση, κύκλο και τυχαιότητα.

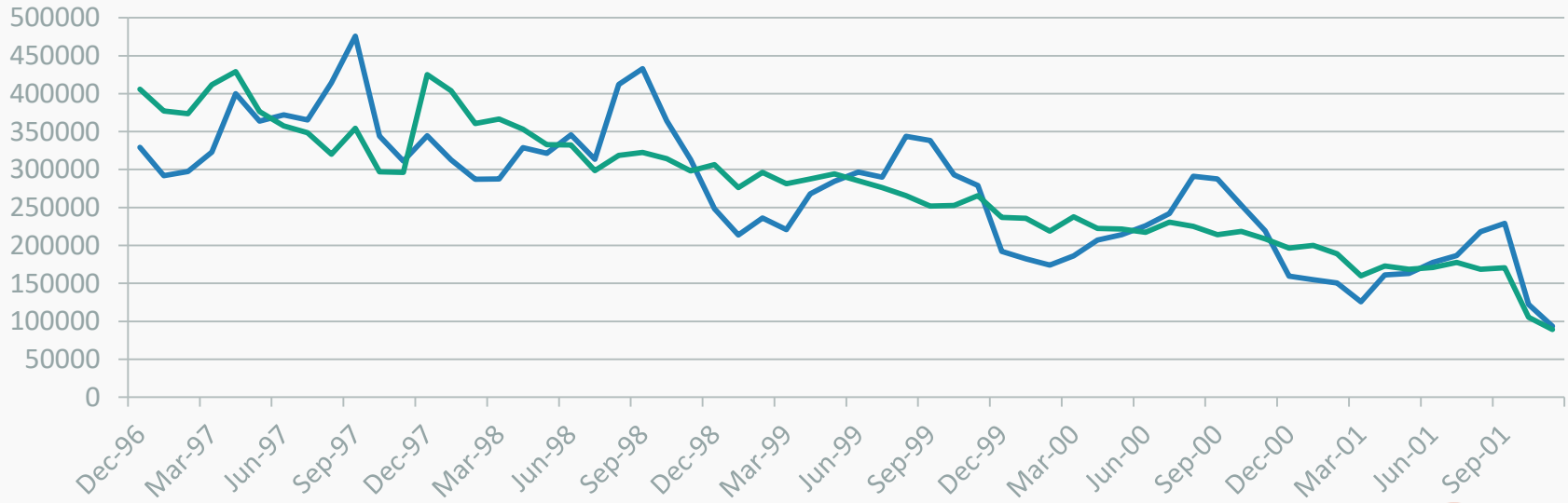
Βήμα 4^ο Εύρεση της Αποεποχικοποιημένης Χρονοσειράς

Αποεποχικοποιημένη Χρονοσειρά (ΑΧ)



Βήμα 4^ο Εύρεση της Αποεποχικοποιημένης Χρονοσειράς

Σύγκριση Αυθεντικών Δεδομένων με Αποεποχικοποιημένη Χρονοσειρά



Βήμα 5ο Εύρεση της Σειράς Τάσης - Κύκλου

		ΑΧ	ΚΜΟ(3)	ΚΜΟ(3x3)
1	Δεκ-96	405922,7		390556,4
2	Ιαν-97	377136,9	385511,1	385511,1
3	Φεβ-97	373473,9	387457,8	392576,9
4	Μαρ-97	411762,6	404761,6	399332,3
5	Απρ-97	429048,4	405777,6	399430
6	Μαϊ-97	376521,8	387750,8	384799,9
7	Ιουν-97	357682,2	360871,3	363591,1
8	Ιουλ-97	348410	342151,2	348005,2
9	Αυγ-97	320361,3	340993	335678,6
10	Σεπ-97	354207,6	323891,7	326935
11	Οκτ-97	297106,3	315920,3	326442,3
12	Νοε-97	296446,9	339515	343515,7
13	Δεκ-97	424991,7	375111,9	370392,7
14	Ιαν-98	403897	396551,2	382895,6
15	Φεβ-98	360764,8	377023,8	377886,7
16	Μαρ-98	366409,4	360085,3	362614,1
17	Απρ-98	353081,6	350733,2	350082
18	Μαϊ-98	332708,6	339427,4	337151,8
19	Ιουν-98	332491,9	321294,7	325758,6
20	Ιουλ-98	298683,5	316553,7	317025,2

$$ΚΜΟ(3)_i = \frac{ΑΧ(i-1) + ΑΧ(i) + ΑΧ(i+1)}{3}$$

$$ΚΜΟ(3)_2 = \frac{ΑΧ(1) + ΑΧ(2) + ΑΧ(3)}{3} = \frac{405922,7 + 377136,9 + 373473,9}{3} = 385511,1$$

$$ΚΜΟ(3 \times 3)_i = \frac{ΚΜΟ(3)_{i-1} + ΚΜΟ(3)_i + ΚΜΟ(3)_{i+1}}{3}$$

$$ΚΜΟ(3 \times 3)_3 = \frac{ΚΜΟ(3)_2 + ΚΜΟ(3)_3 + ΚΜΟ(3)_4}{3} = \frac{385511,1 + 387457,8 + 404761,6}{3} = 392576,9$$

Με το βήμα αυτό εξαλείφθηκε η τυχαιότητα, επομένως η σειρά που προκύπτει περιέχει τάση και κυκλικότητα

Βήμα 5ο Εύρεση της Σειράς Τάσης - Κύκλου

Εύρεση Οριακών Τιμών

$$KMO(3 \times 3)_2 = KMO(3)_2 \rightarrow KMO(3 \times 3)_2 = 385511,1$$

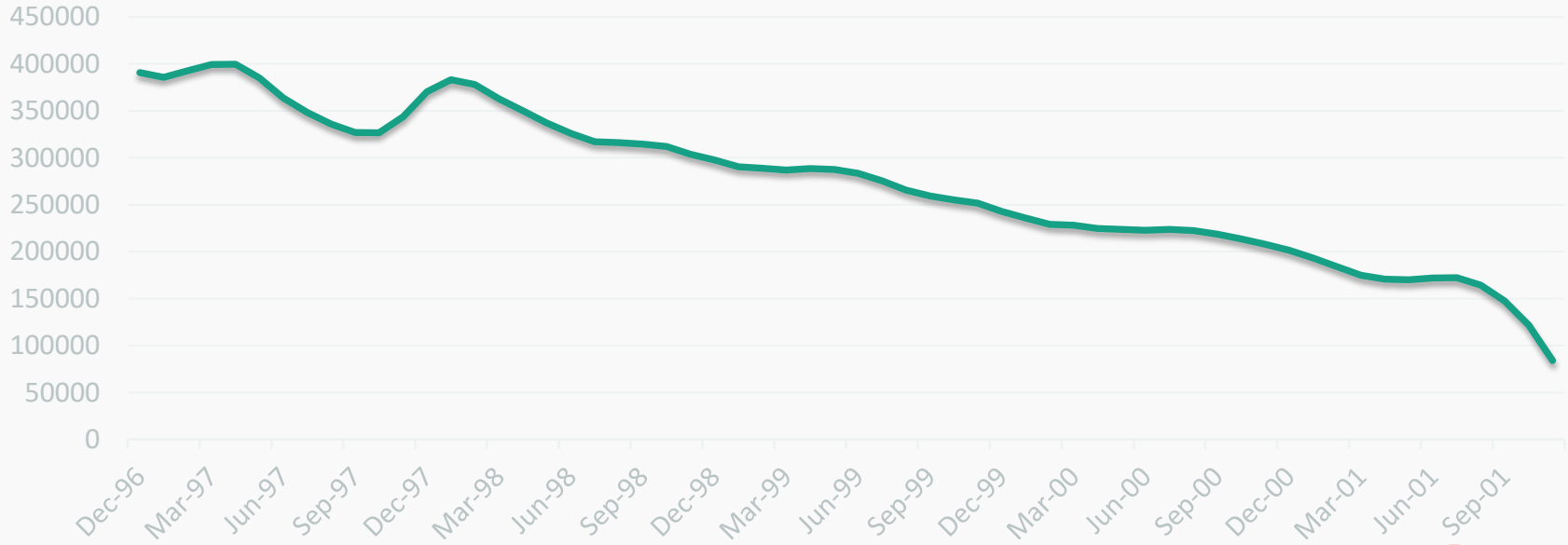
$$KMO(3 \times 3)_1 = \frac{AX(1) + AX(2)}{2} + \frac{KMO(3)_2 - KMO(3)_3}{2} \rightarrow$$

$$KMO(3 \times 3)_1 = \frac{405922,7 + 377136,9 + 385511,1 - 387456,8}{2} = 390556,4$$

*ομοίως υπολογίζονται και οι 2 οριακές τιμές που λείπουν από το τέλος της σειράς

Βήμα 5ο Εύρεση της Σειράς Τάσης - Κύκλου

Σειρά Τάσης-Κύκλου



Βήμα 5ο Εύρεση της Σειράς Τάσης - Κύκλου

		AX	KMO(3x3)	R
1	Δεκ-96	405922,7	390556,4	1,039344
2	Ιαν-97	377136,9	385511,1	0,978277
3	Φεβ-97	373473,9	392576,9	0,95134
4	Μαρ-97	411762,6	399332,3	1,031128
5	Απρ-97	429048,4	399430	1,074152
6	Μαϊ-97	376521,8	384799,9	0,978487
7	Ιουν-97	357682,2	363591,1	0,983748
8	Ιουλ-97	348410	348005,2	1,001163
9	Αυγ-97	320361,3	335678,6	0,954369
10	Σεπ-97	354207,6	326935	1,083419
11	Οκτ-97	297106,3	326442,3	0,910134
12	Νοε-97	296446,9	343515,7	0,862979
13	Δεκ-97	424991,7	370392,7	1,147408
14	Ιαν-98	403897	382895,6	1,054849
15	Φεβ-98	360764,8	377886,7	0,95469
16	Μαρ-98	366409,4	362614,1	1,010467
17	Απρ-98	353081,6	350082	1,008568
18	Μαϊ-98	332708,6	337151,8	0,986822
19	Ιουν-98	332491,9	325758,6	1,02067
20	Ιουλ-98	298683,5	317025,2	0,942144

Απομόνωση της Τυχαιότητας

$$\left\{ \begin{array}{l} X = S \times T \times C \times R \\ AX = \frac{X}{S} \\ KMO(3 \times 3) = T \times C \end{array} \right\} \leftrightarrow R = \frac{AX}{KMO(3 \times 3)}$$

$$R_1 = \frac{AX_1}{KMO(3 \times 3)_1} = \frac{405922,7}{390556,4} = 1,039344$$

Βήμα 6^ο Εύρεση της Σειράς Τάσης

		ΚΜΟ(3x3)	T
X			
1	Δεκ-96	390556,4	403971,4
2	Ιαν-97	385511,1	399569
3	Φεβ-97	392576,9	395166,5
4	Μαρ-97	399332,3	390764
5	Απρ-97	399430	386361,6
6	Μαϊ-97	384799,9	381959,1
7	Ιουν-97	363591,1	377556,6
8	Ιουλ-97	348005,2	373154,1
9	Αυγ-97	335678,6	368751,7
10	Σεπ-97	326935	364349,2
11	Οκτ-97	326442,3	359946,7
12	Νοε-97	343515,7	355544,3
13	Δεκ-97	370392,7	351141,8
14	Ιαν-98	382895,6	346739,3
15	Φεβ-98	377886,7	342336,9

Διαχωρισμός Τάσης και Κυκλικότητας

Παρατηρώντας το γράφημα της σειράς TxC, επιλέγουμε το γραμμικό μοντέλο τάσης που περιγράφει την σειρά ικανοποιητικά, οπότε εφαρμόζουμε απλή παλινδρόμηση.

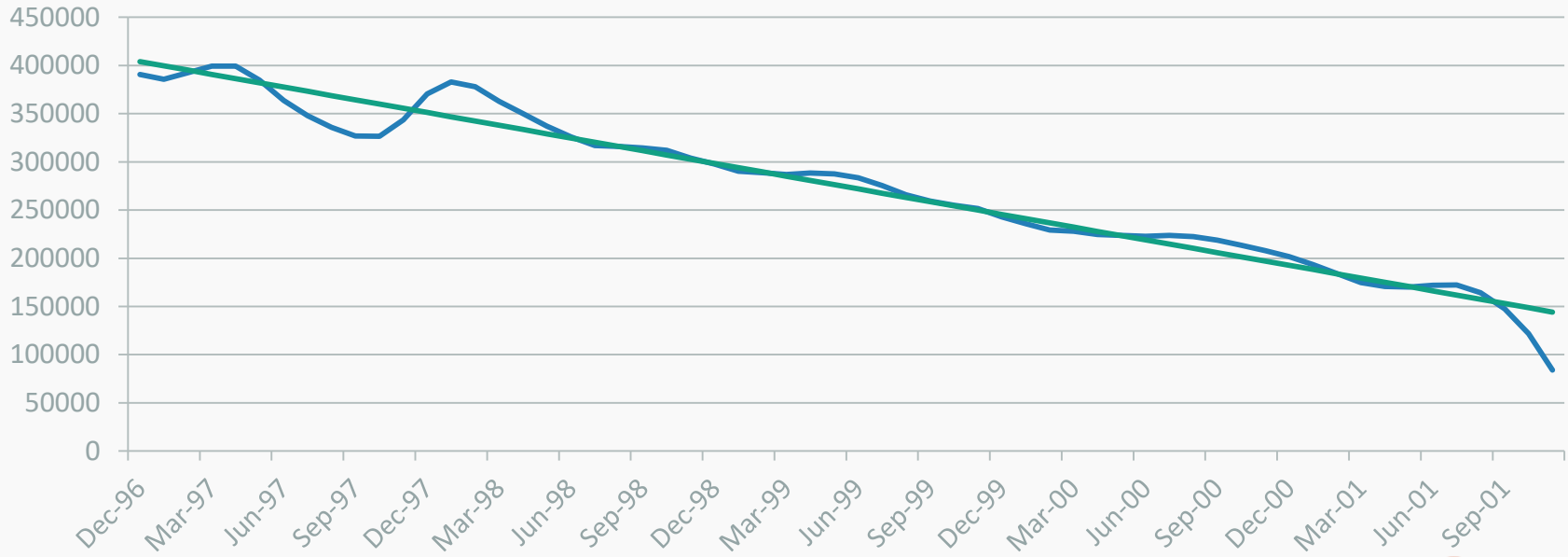
$$b = \frac{\sum X \cdot Y}{\sum X^2} - \bar{X} \cdot \bar{Y}$$
$$a = \bar{Y} - b \cdot \bar{X}$$

$$Y = a + b \cdot X \rightarrow T_t = a + b \cdot t = 408373,9 - 4402,47 \cdot t$$

$$T_1 = 408373,9 - 4402,47 \cdot 1 = 403971,4$$

Βήμα 6^ο Εύρεση της Σειράς Τάσης

Σύγκριση Σειράς Τάσης-Κύκλου και Καμπύλης Τάσης



Βήμα 5ο Εύρεση της Σειράς Τάσης - Κύκλου

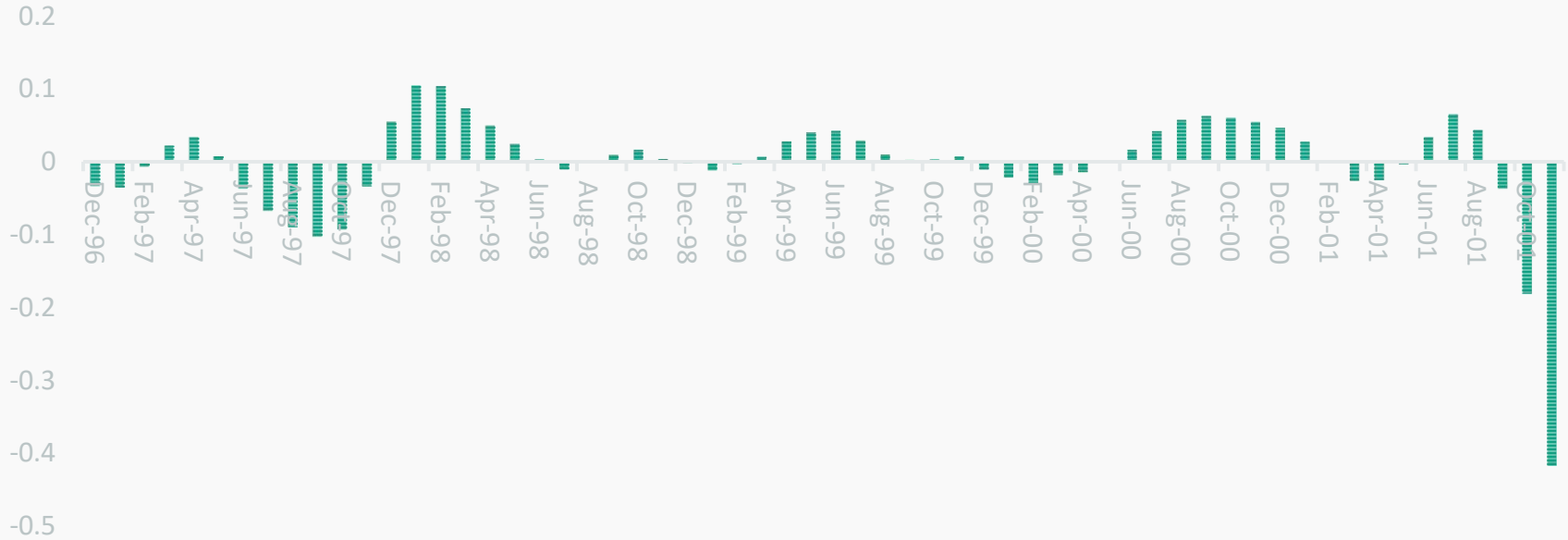
		ΚΜΟ(3x3)	T	C
1	Δεκ-96	390556,4	403971,4	0,967
2	Ιαν-97	385511,1	399569	0,965
3	Φεβ-97	392576,9	395166,5	0,993
4	Μαρ-97	399332,3	390764	1,022
5	Απρ-97	399430	386361,6	1,034
6	Μαϊ-97	384799,9	381959,1	1,007
7	Ιουν-97	363591,1	377556,6	0,963
8	Ιουλ-97	348005,2	373154,1	0,933
9	Αυγ-97	335678,6	368751,7	0,910
10	Σεπ-97	326935	364349,2	0,897
11	Οκτ-97	326442,3	359946,7	0,907
12	Νοε-97	343515,7	355544,3	0,966
13	Δεκ-97	370392,7	351141,8	1,055
14	Ιαν-98	382895,6	346739,3	1,104
15	Φεβ-98	377886,7	342336,9	1,104
16	Μαρ-98	362614,1	337934,4	1,073
17	Απρ-98	350082	333531,9	1,050
18	Μαϊ-98	337151,8	329129,4	1,024
19	Ιουν-98	325758,6	324727	1,003
20	Ιουλ-98	317025,2	320324,5	0,990

$$\frac{KKMO(3 \times 3)}{T} = \frac{T \times C}{T} = C$$

$$\frac{KKMO(3 \times 3)_1}{T_1} = \frac{390556,4}{403971,4} = 0,967$$

Βήμα 5ο Εύρεση της Σειράς Τάσης - Κύκλου

ΚΥΚΛΙΚΟΙ ΔΕΪΚΤΕΣ



Βήμα 7^ο Προετοιμασία Πρόβλεψης βασισμένης στην Αποσύνθεση

$$X = T \times C \times S \times R \rightarrow X = T \times C \times S$$

$$T_{n+1} = 408373,9 - 4402,47 \cdot (n + 1) \rightarrow$$

$$T_{61} = 408373,9 - 4402,47 \cdot 61 = 139823,23$$

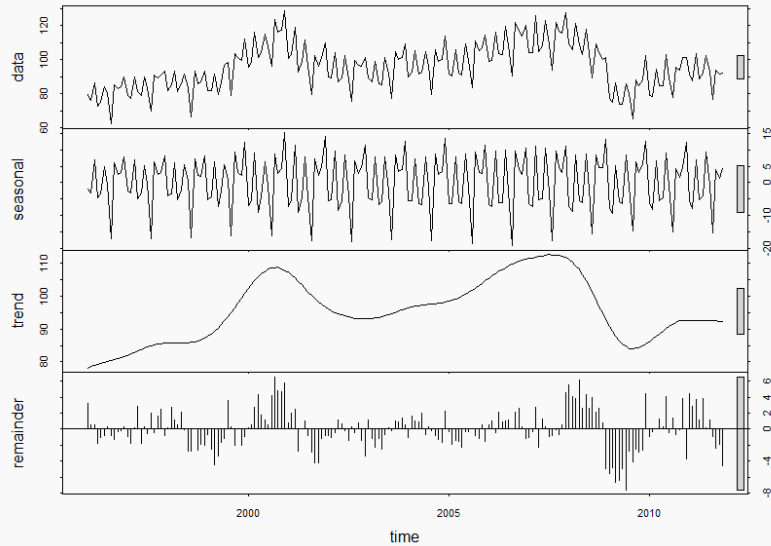
$$C_{61} = 1$$

$$S_{61} = \Delta E(\Delta \epsilon \kappa \epsilon \mu \beta \rho \acute{\iota} \omicron \upsilon) = 81,11$$

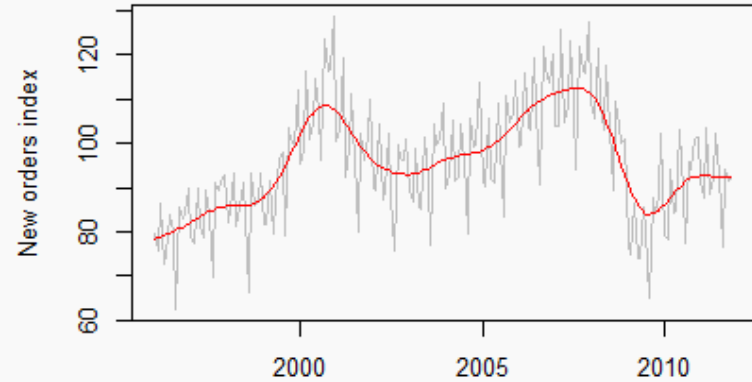
$$X_{61} = T_{61} \times C_{61} \times S_{61} = 139823,23 \times 1 \times \frac{81,11}{100} = 113410,62$$

Παράδειγμα Αποσύνθεσης R

```
fit <- stl(elecequip, s.window=5)
plot(elecequip, col="gray",
     main="Electrical equipment manufacturing",
     ylab="New orders index", xlab="")
lines(fit$time.series[,2],col="red",ylab="Trend")
```



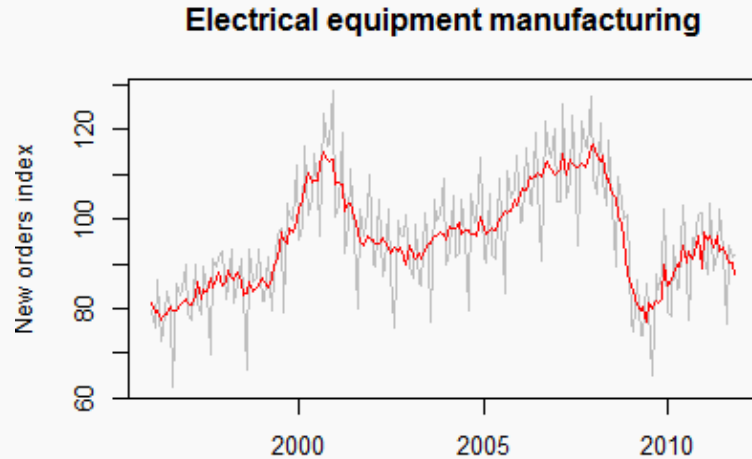
Electrical equipment manufacturing



```
plot(fit)
```

Παράδειγμα Αποσύνθεσης R

```
plot(elecequip, col="grey",  
     main="Electrical equipment manufacturing",  
     xlab="", ylab="New orders index")  
lines(seasadj(fit), col="red", ylab="Seasonally adjusted")
```



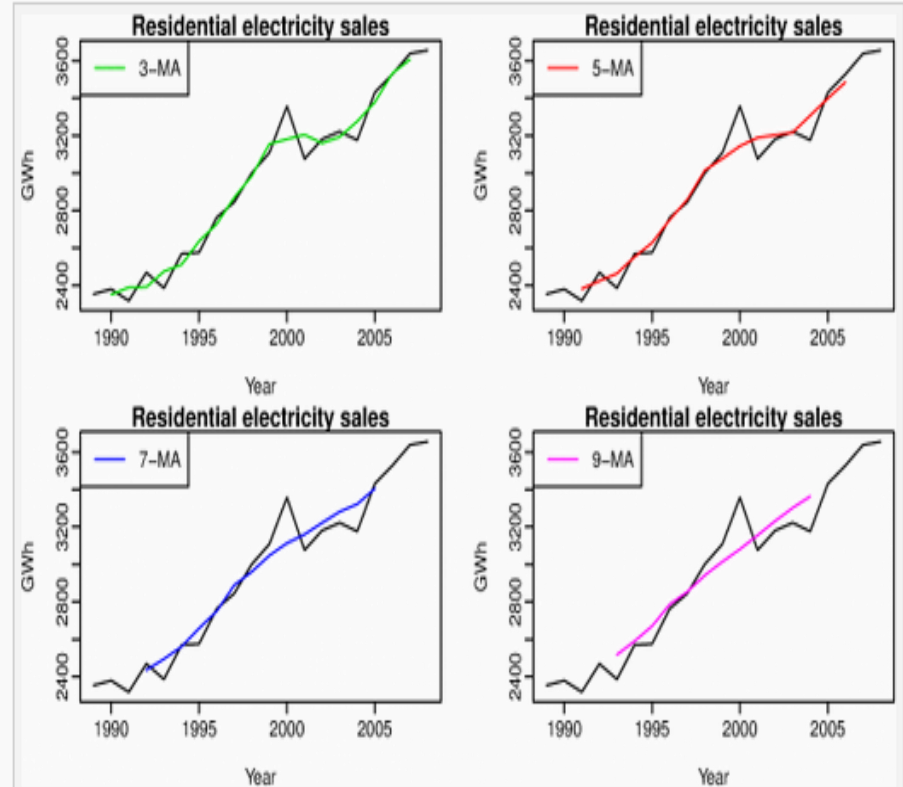
Παράδειγμα Αποσύνθεσης R

Εύρεση ΚΜΟ

```
plot(elecsales, main="Residential  
electricity sales", ylab="GWh",  
xlab="Year")  
lines(ma(elecsales, 5), col="red")
```

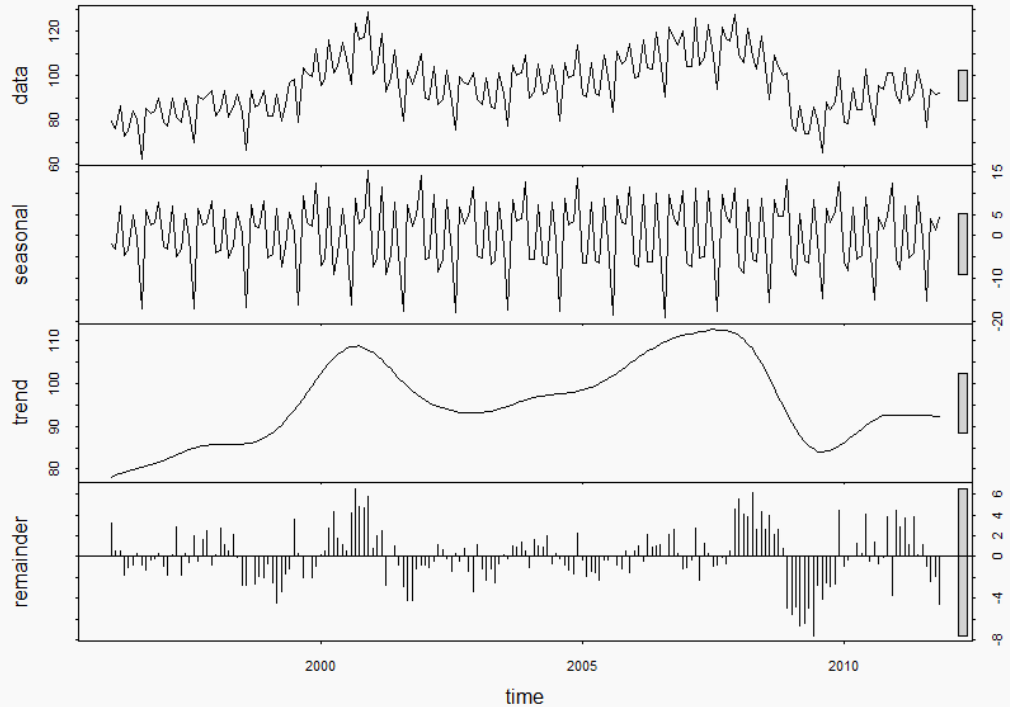
Εύρεση ΚΚΜΟ

```
beer2 <-  
  window(ausbeer, start=1992)  
ma4 <- ma(beer2, order=4,  
centre=FALSE)  
ma2x4 <- ma(beer2, order=4,  
centre=TRUE)
```



Παράδειγμα Αποσύνθεσης R

```
# x is the time series  
fit <- decompose(x, type="multiplicative")  
plot(fit)
```



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Μονάδα Προβλέψεων & Στρατηγικής
Forecasting & Strategy Unit



Μέθοδοι Προβλέψεων

Στατιστική Πρόβλεψη



Κριτική Πρόβλεψη

Είδη Προβλέψεων

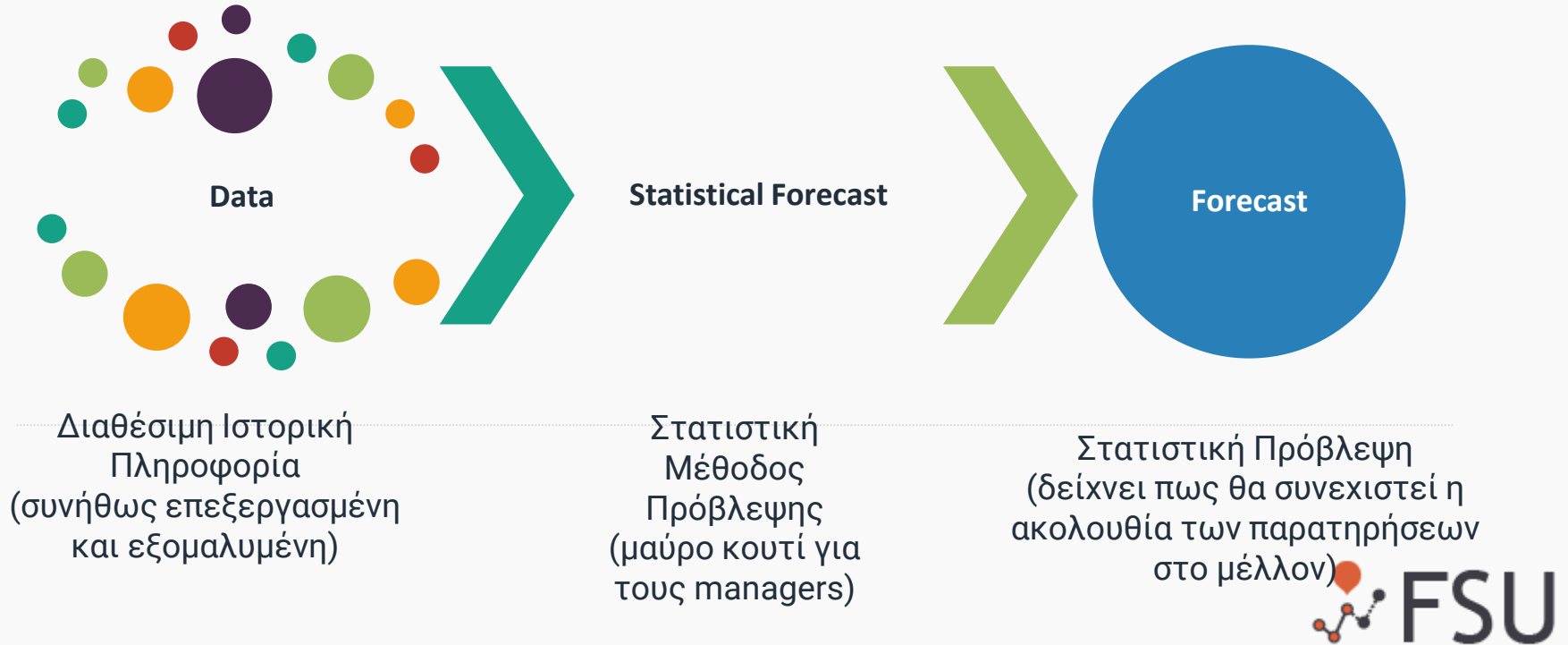
Πρόβλεψη Προϋπολογισμού



Τελική Πρόβλεψη

Είδη Προβλέψεων

Στατιστική Πρόβλεψη



Στατιστική Πρόβλεψη - Πλεονεκτήματα

01 Άμεσα εφαρμόσιμες

02 Δεν προϋποθέτουν πάντα ιδιαίτερες τεχνικές και στατιστικές γνώσεις προκειμένου να παραχθούν

03 Σχετικά ακριβείς
*δεδομένων και των
διαστημάτων εμπιστοσύνης*

04 Απαιτούν συνήθως λίγο χρόνο και υπολογιστικούς πόρους

Στατιστική Πρόβλεψη - Μειονεκτήματα

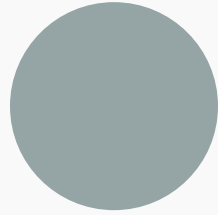
01 Προϋποθέτουν ότι το πρότυπο (συμπεριφορά) της δεδομένης χρονοσειράς θα συνεχιστεί στο μέλλον, γεγονός που δεν συμβαίνει πάντα

02 Δεν λαμβάνουν υπόψη ειδικά γεγονότα και ενέργειες που ενδέχεται να πραγματοποιηθούν (πχ. διαφημίσεις, αθλητικά συμβάντα κ.ο.κ.)

03 Αρκετές στατιστικές μέθοδοι, προκειμένου να παράγουν προβλέψεις, απαιτούν αρκετές παρατηρήσεις (ιστορικά δεδομένα)

Κριτική Πρόβλεψη

- Οι κριτικές μέθοδοι πρόβλεψης δεν έχουν τις ίδιες απαιτήσεις σε δεδομένα με τις στατιστικές μεθόδους. Τα δεδομένα των μεθόδων αυτών αποτελούν προϊόν διαίσθησης, κρίσης και συσσωρευμένης γνώσης. Οι κριτικές μέθοδοι είναι αυτές που χρησιμοποιούνται συχνά σε επιχειρήσεις και οργανισμούς.
- Στις κριτικές μεθόδους η πρόβλεψη μπορεί να βασίζεται είτε στις γνώσεις και την κρίση ενός ατόμου (**ατομικές μέθοδοι**) είτε να προκύπτει από την ανταλλαγή και το συνδυασμό απόψεων των μελών κάποιας επιτροπής (**μέθοδοι επιτροπής**).
- Μπορεί να λάβει υπόψιν ειδικά γεγονότα και ενέργειες
- Έχει τη δυνατότητα να αντισταθμίζει ανεπάρκειες και ελλείψεις στα ιστορικά δεδομένα
- Είναι κατάλληλη όταν θίγονται ηθικά ζητήματα που υπερσχύουν των οικονομικών ή τεχνολογικών παραγόντων
- Επιτρέπουν την επεξεργασία της πρόβλεψης σε περιπτώσεις όπου οι διευθυντές της επιχείρησης επιθυμούν να έχουν έλεγχο στο προϊόν του οποίου η ζήτηση θα προβλεφθεί
- Μπορεί να παράγει πιο αποδεκτές προβλέψεις
- Πολύπλοκες στατιστικές μέθοδοι, που δεν είναι ξεκάθαρο τι κάνουν, αντιμετωπίζονται συχνά με δυσπιστία



Κριτική Πρόβλεψη

Το μεγαλύτερο πρόβλημα των κριτικών προβλέψεων είναι η προκατάληψη, δηλαδή η έμφυτη τάση των ανθρώπων να παρουσιάζονται αισιόδοξοι ή απαισιόδοξοι.

Κριτική Πρόβλεψη

Συμπερασματικά, οι Στατιστικές και Κριτικές Προβλέψεις είναι συνήθως συμπληρωματικές



Οι άνθρωποι προσαρμόζονται ευκολότερα και μπορούν να λάβουν υπόψιν τους γεγονότα εκτός προτύπου χρονοσειράς, αλλά είναι ασυνεπείς και παρουσιάζουν αυξημένη προκατάληψη



Οι στατιστικές μέθοδοι είναι αυστηρές αλλά συνεπείς, και δύνανται να αντιμετωπίσουν μεγάλο όγκο πληροφορίας, πολύ γρήγορα.

Πρόβλεψη Προϋπολογισμού (Στόχου)

01 Αναφέρεται στην πρόβλεψη του διευθυντή ανάπτυξης

04 Περιέχει αρκετή αισιοδοξία και μεροληψία (biased) και συνήθως μεγάλα σφάλματα

02 Δεδομένου ενός καθορισμένου ετήσιου ρυθμού ανάπτυξης (growth rate), καθορίζεται ο επιθυμητός ρυθμός ανάπτυξης και οι προβλέψεις προσαρμόζονται ανάλογα

03 Πρόκειται περισσότερο για wish-future-status παρά για πραγματική πορεία της χρονοσειράς και ακριβή πρόβλεψη

05 Καθορίζει τους στόχους της επιχείρησης και ωθεί την πολιτική ανάπτυξης προς αυτή την κατεύθυνση

Τελική Πρόβλεψη

- Αναφέρεται στην τελική πρόβλεψη που θα επιλεχθεί ώστε να γίνει εν συνεχεία ο στρατηγικός σχεδιασμός της επιχείρησης και ο σχεδιασμός της παραγωγής για τον ορίζοντα πρόβλεψης
- Η Τελική Πρόβλεψη καθορίζεται από την διοίκηση της κάθε μονάδας της επιχείρησης ως συνάρτηση των υπολοίπων κατηγοριών πρόβλεψης (Στατιστική, Κριτική και Προϋπολογισμού)
- Επίσης, η Τελική Πρόβλεψη έχει χαρακτηριστικά κριτικής πρόβλεψης, δεδομένου ότι επί της τελικής επιλογής μπορούν να πραγματοποιηθούν αλλαγές και τροποποιήσεις βάσει πληροφοριών της διοίκησης και οι οποίες θα οδηγήσουν σε ακριβέστερες προβλέψεις

Ορίζοντας Πρόβλεψης

- Σπάνια χρειαζόμαστε να προβλέψουμε μόνο την αμέσως επόμενη παρατήρηση της χρονοσειράς μας. Στην πράξη θα μας ζητείται να δώσουμε προβλέψεις για αρκετές περιόδους στο μέλλον
- Ο ορίζοντας πρόβλεψης είναι ο δείκτης που δείχνει πόσες παρατηρήσεις τις χρονοσειράς χρειαζόμαστε να προβλέψουμε
- Ανάλογα την τιμή του ορίζοντα πρόβλεψης, επιλέγεται και η κατάλληλη στατιστική μέθοδος πρόβλεψης καθώς δεν ενδείκνυνται όλες οι μέθοδοι για βραχυπρόθεσμη ή αντίστοιχα μακροπρόθεσμη πρόβλεψη

Ορίζοντας Πρόβλεψης

Συμπερασματικά, Στατιστικές και Κριτικές Προβλέψεις είναι συνήθως συμπληρωματικές



Βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη (Inventory - Σχεδιασμός Αποθήκης)
Συνήθως ορίζοντας πρόβλεψης <3 περιόδους



Μεσοπρόθεσμη πρόβλεψη (Budget – Οικονομικός Σχεδιασμός)
Συνήθως ορίζοντας πρόβλεψης ~1+ οικονομικό έτος (δλδ 12-15, αν αναφερόμαστε σε μηνιαία δεδομένα)



Μακροπρόθεσμη πρόβλεψη (Long Term – Σχεδιασμός Επενδύσεων και Ανάπτυξης)
Συνήθως ορίζοντας πρόβλεψης ≥ 3 έτη

Στατιστική Πρόβλεψη

Naïve

Η πιο απλή στατιστική μέθοδος. Δεν παράγει ακριβείς προβλέψεις αλλά πολλές φορές χρησιμοποιείται ως benchmark για άλλες μεθόδους. Η πρόβλεψη θεωρείται πως είναι ίση με την τελευταία παρατήρηση της διαθέσιμης χρονοσειράς.

$$F_{t+1} = y_T$$

Στατιστική Πρόβλεψη

Seasonal Naïve

Πρόκειται για μία παραλλαγή της naïve και είναι χρήσιμη για δεδομένα με έντονη εποχιακότητα. Η πρόβλεψη θεωρείται πως είναι ίση με την τελευταία παρατήρηση της διαθέσιμης χρονοσειράς από την αντίστοιχη εποχή του χρόνου όμως.

$$F_{t+1} = y_{T+h-km}$$

m = seasonal period,

$$k = \lfloor (h-1)/m \rfloor + 1$$

Στατιστική Πρόβλεψη

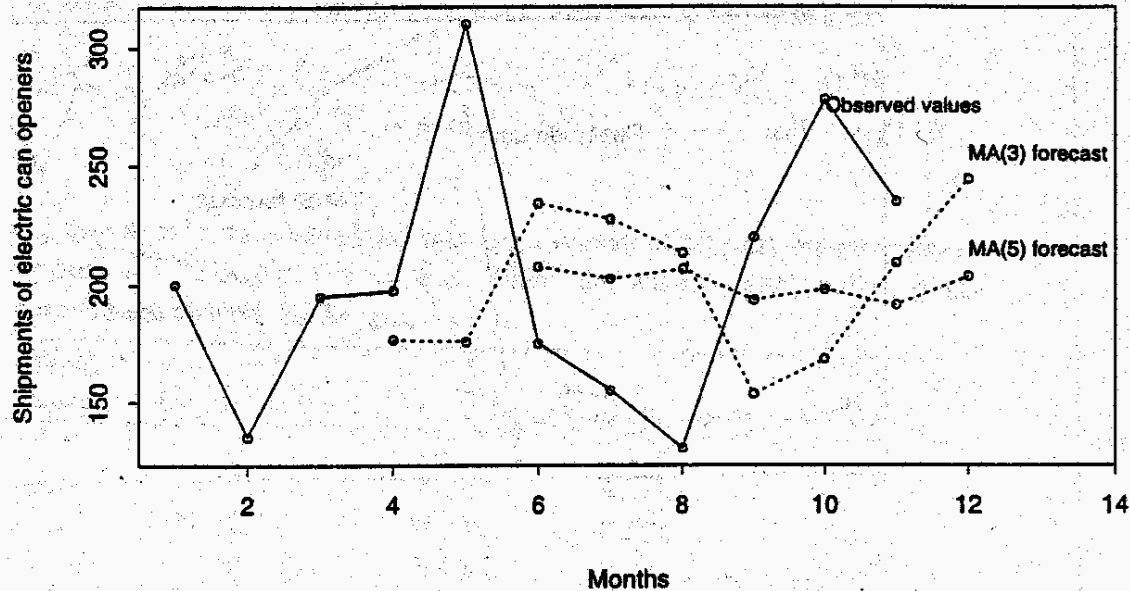
Περίοδος	Δεδομένα	ΚΜΟ(3)	ΚΜΟ(5)
1	106,5		
2	109,2		
3	117,8		
4	117,2	111,17	
5	116,9	114,73	
6	118,7	117,30	113,52
7	115,6	117,60	115,96
8	119,0	117,07	117,24
9	134,7	117,77	117,48
10	130,4	123,10	120,98
11	126,2	128,03	123,68
12		130,43	125,18

Κινητοί Μέσοι Όροι για πρόβλεψη

$$F_{t+1} = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=t-k+1}^t Y_i$$

Στατιστική Πρόβλεψη

Κινητοί Μέσοι Όροι για πρόβλεψη



Στατιστική Πρόβλεψη

Μέθοδοι Εκθετικής Εξομάλυνσης

Αναπτύχθηκαν τις αρχές της δεκαετίας του '50. Από τότε έγιναν από τις πιο δημοφιλείς μεθόδους προβλέψεων μεταξύ των επιχειρηματιών κυρίως λόγω της ευκολίας τους, της ελάχιστης απαίτησης σε υπολογιστικό χρόνο και την απαίτηση σχετικά λίγων παρατηρήσεων προκειμένου να παράγουν προβλέψεις. Οι μέθοδοι εξομάλυνσης είναι κατάλληλες για βραχυπρόθεσμες προβλέψεις ενός μεγάλου όγκου χρονοσειρών. Αποδίδουν καλύτερα σε δεδομένα που παρουσιάζουν στασιμότητα ή μικρό ρυθμό ανάπτυξης ή μείωσης ως προς το χρόνο.

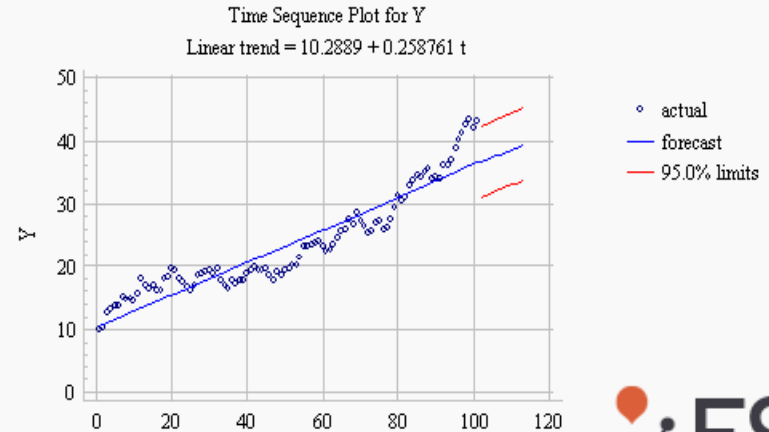
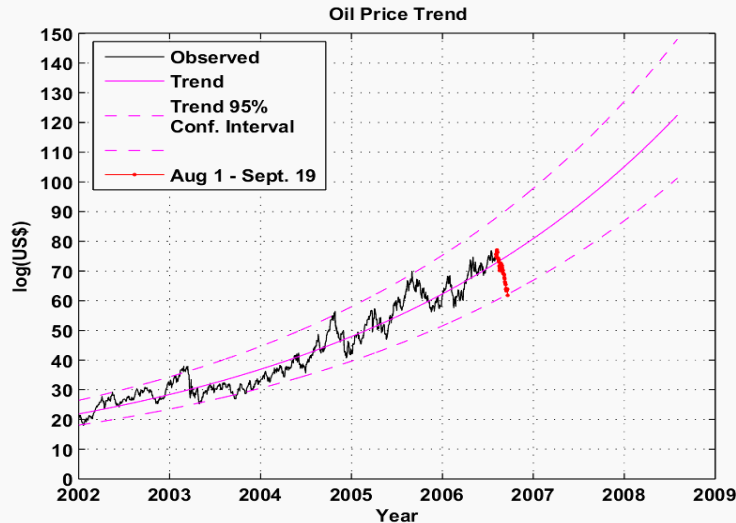
Κυριότερες μέθοδοι εξομάλυνσης:

- ✓ Simple Exponential Smoothing
- ✓ Holt
- ✓ Damped
- ✓ Winter

Στατιστική Πρόβλεψη

Linear & Exponential Trend

Στη στατιστική, η ανάλυση της παλινδρόμησης μελετά τη σχέση μεταξύ μιας εξαρτημένης μεταβλητής (μεταβλητή αντίδρασης/ανταπόκρισης) με συγκεκριμένες ανεξάρτητες μεταβλητές (επεξηγηματικές μεταβλητές). Οι μέθοδοι γραμμικής και εκθετικής τάσης είναι κατάλληλες για την παραγωγή μακροπρόθεσμων προβλέψεων.



Στατιστική Πρόβλεψη

Multiple Regression

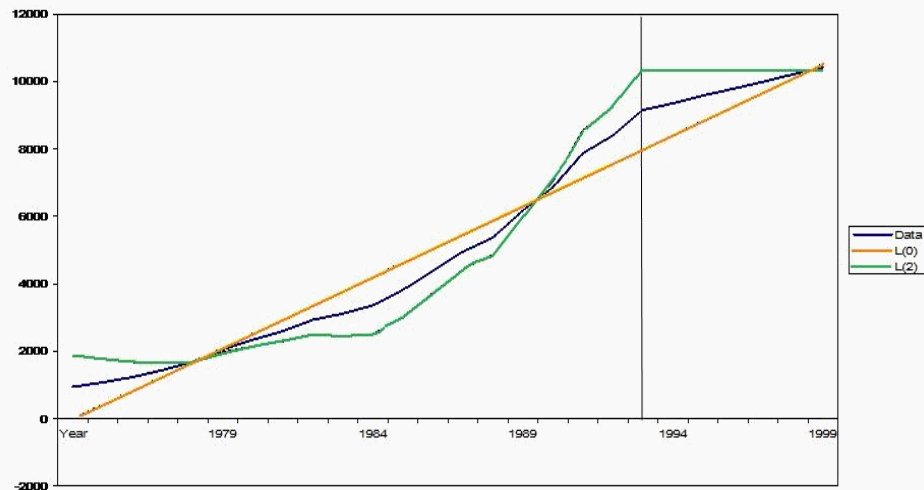
Αξία	Ετος Κατασκευής	Εμβαδόν	Οροφος	Αριθμός Υπν.	Θέα	Προσανατολισμός
81000	1995	100	2	3	1	1
61000	1998	65	3	1	1	2
56000	1992	70	2	2	2	3
90000	2000	90	4	2	3	1
80800	1994	86	5	2	4	2
56400	1993	68	2	2	3	2
95000	1997	105	3	3	2	2
101000	1999	95	5	3	5	2
66400	1995	73	2	2	3	3
85200	2000	84	3	2	4	1
79400	1991	98	3	3	3	2
105000	1993	120	4	3	5	1
47000	1998	50	1	1	1	3

Στατιστική Πρόβλεψη

Μέθοδος Theta

Η μέθοδος πρόβλεψης Theta βασίζεται στην τροποποίηση των τοπικών καμπυλοτήτων της χρονοσειράς. Η αρχική χρονοσειρά αποσυντίθεται σε δύο ή περισσότερες γραμμές Theta. Κάθε μία από αυτές προεκτείνεται ξεχωριστά και οι προβλέψεις τους συνδυάζονται.

Figure 1. M3 Competition - N0001YB001-YEARLYMCRO



Στατιστική Πρόβλεψη

Croston Forecasting Method

Εφαρμόζεται σε περιπτώσεις όπου τα δεδομένα περιέχουν πολλά μηδενικά, δηλαδή η ζήτηση δεν είναι συνεχής, αλλά **διακοπτόμενη**. Τέτοια μορφή μπορεί να έχουν για παράδειγμα τα δεδομένα από αποθήκες ανταλλακτικών.

$$\text{Demand Forecast} = \frac{\text{Volume Forecast}}{\text{Interval Forecast}}$$

where:

(Interval Forecast) = the exponentially smoothed (or moving average) inter-demand interval, updated only if demand occurs in period

(Volume Forecast) = the exponentially smoothed (or moving average) size of demand, updated only if demand occurs in period

Στατιστική Πρόβλεψη

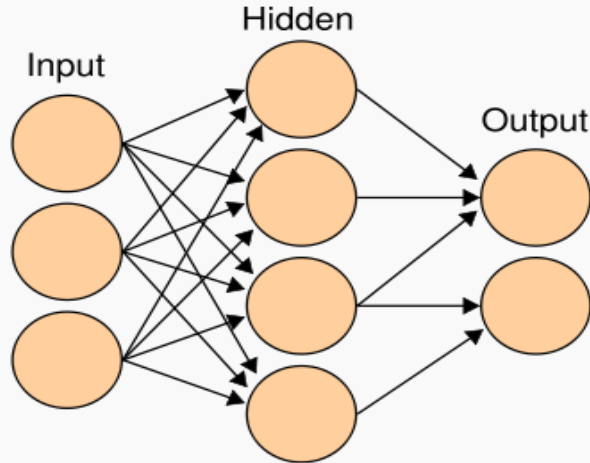
ARIMA

- Τα ολοκληρωμένα αυτοπαλινδρομικά μοντέλα κινητού μέσου όρου (AutoRegressive-Integrated-Moving Average) είναι στοχαστικά μαθηματικά μοντέλα με τα οποία προσπαθούμε να περιγράψουμε τη διαχρονική εξέλιξη κάποιου φυσικού μεγέθους.
- Δεδομένου ότι για την πλειοψηφία των φυσικών μεγεθών είναι αδύνατη η πλήρης γνώση και καταγραφή όλων των παραγόντων που επηρεάζουν την εξέλιξη τους στο χρόνο, είναι πολύ δύσκολη η διαχρονική περιγραφή του μεγέθους από ένα ντετερμινιστικό μοντέλο.
- Από την άλλη μεριά, η εξάρτηση τέτοιων μεγεθών από μη ντετερμινιστικούς παράγοντες (π.χ. καιρός, τυχαία γεγονότα) καθιστά δυνατή την περιγραφή της διαχρονικής τους εξέλιξης από ένα στοχαστικό μοντέλο, με το οποίο μπορεί να υπολογιστεί η πιθανότητα με την οποία η τιμή του μεγέθους βρίσκεται σε κάποιο διάστημα.
- Τα στοχαστικά μοντέλα περιέχουν τον τυχαίο παράγοντα (τυχαίο σφάλμα ή σφάλμα πρόβλεψης), τις τιμές του μεγέθους οι οποίες εμφανίστηκαν σε προηγούμενες χρονικές στιγμές και ίσως κάποιους άλλους στοχαστικούς παράγοντες. Το μοντέλο που προκύπτει είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των παραπάνω ποσοτήτων.

Στατιστική Πρόβλεψη

Νευρωνικά Δίκτυα (Neural Networks)

Τα νευρωνικά δίκτυα χρειάζονται αρκετά δεδομένα (προκειμένου να εκπαιδευτεί το δίκτυο) και είναι συνήθως χρονοβόρα στην εκτίμησή τους. Παράγουν αρκετά ακριβείς προβλέψεις, ανάλογα πάντα με την εκάστοτε εφαρμογή.



Further Reading

- <https://www.otexts.org/fpp/7/7>
- Επιχειρησιακές Προβλέψεις, Πετρόπουλος Φ., Ασημακόπουλος Β., Αθήνα 2012
- [Gardner Jr, E. S. \(1985\). Exponential smoothing: The state of the art. *Journal of Forecasting* 4\(1\), 1–28.](#)
- [Gardner Jr, E. S. \(2006\). Exponential smoothing: The state of the art—Part II. *International Journal of Forecasting* 22\(4\), 637–666.](#)
- [Hyndman, R. J., A. B. Koehler, J. K. Ord and R. D. Snyder \(2008\). *Forecasting with exponential smoothing: the state space approach*. Berlin: Springer-Verlag.](#)



Fell free to say hi!

We are friendly and social

Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφος
Αττική, 15780, Ελλάδα
E-mail: [info\(at\)fsu.gr](mailto:info@fsu.gr)
Τηλέφωνο: 2107723637 Fax: 2107723740

Κτίριο της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
2ος όροφος - 2.2.1 Εργαστήριο



@FSU NTUA



Μονάδα
Προβλέψεων και
Στρατηγικής ΕΜΠ



lesson@fsu.gr

