

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
Μονάδα Προβλέψεων & Στρατηγικής

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές  
Αποσύνθεση Χρονοσειράς Διάλεξη 2



# Αποσύνθεση (Decomposition)

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

Μαθηματική διαδικασία η οποία αποσκοπεί στην απομόνωση των βασικότερων συνιστωσών μίας χρονοσειράς



- • **Τάση**  
Trend component
- • **Εποχιακότητα**  
Seasonal component
- • **Τυχαιότητα**  
Random component
- • **Κύκλος**  
Cyclical component

Μαθηματική Διατύπωση:

$$Y_t = f(S_t, T_t, C_t, R_t)$$

# Αποσύνθεση (Decomposition)

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

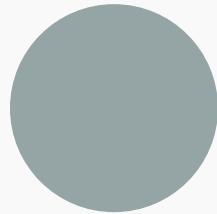


- **Τάση**  
Trend component
- **Εποχιακότητα**  
Seasonal Component
- **Τυχαιότητα**  
Random component
- **Κύκλος**  
Cyclical component

Μαθηματική Διατύπωση:

$$Y_t = f(S_t, T_t, C_t, R_t)$$

- $Y_t$ : παρατήρηση κατά τη χρονική περίοδο  $t$
- $S_t$ : συνιστώσα εποχιακότητας
- $T_t$ : συνιστώσα τάσης
- $C_t$ : συνιστώσα κύκλου
- $R_t$ : συνιστώσα τυχαιότητας



# Αποσύνθεση (Decomposition)

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

*Δύο μορφές του μοντέλου*

- Προσθετικό (Additive)

$$Y_t = S_t + T_t + R_t + C_t$$

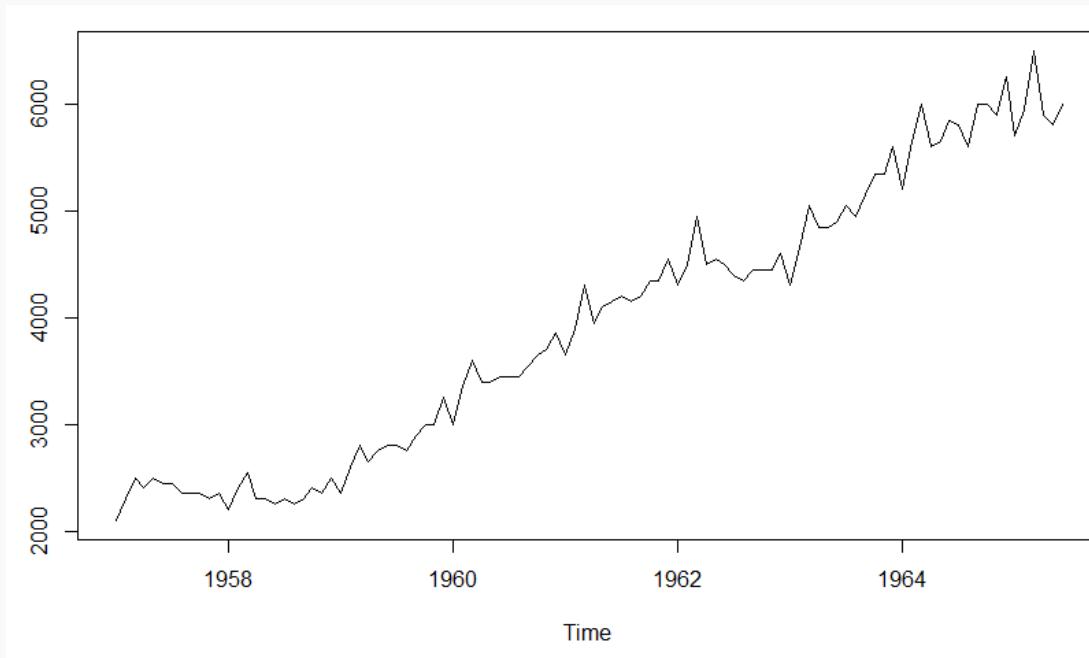
- Πολλαπλασιαστικό (Multiplicative)

$$Y_t = S_t \times T_t \times R_t \times C_t$$

- $Y_t$ : παρατήρηση κατά τη χρονική περίοδο  $t$
- $S_t$ : συνιστώσα εποχιακότητας
- $T_t$ : συνιστώσα τάσης – κύκλου
- $R_t$ : συνιστώσα τυχαιότητας

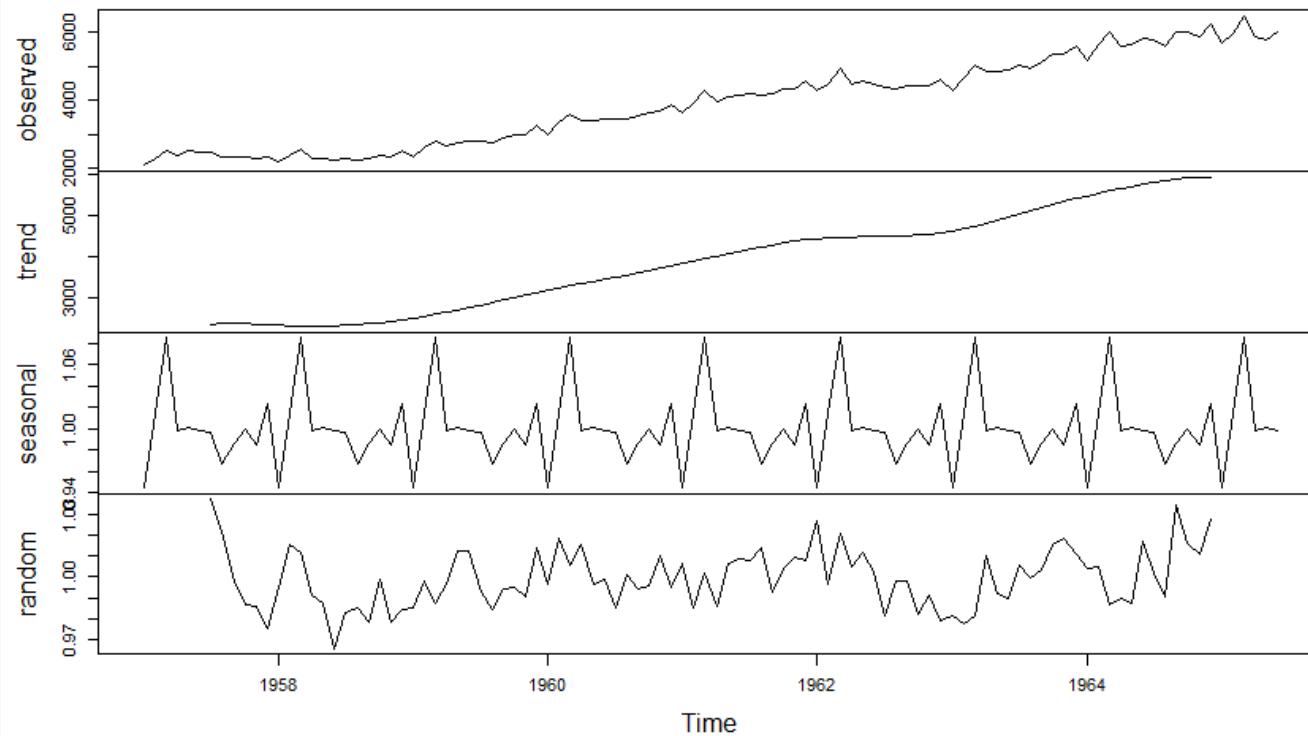
# Γράφημα της Αποσύνθεσης

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές



# Γράφημα της Αποσύνθεσης

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές



# Αποεποχικοποίηση

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

Είναι μέρος της  
διαδικασίας της  
αποσύνθεσης

Αποσκοπεί στην  
απομόνωση της  
συνιστώσας της  
εποχιακότητας  
*περιοδική  
συμπεριφορά στη  
διάρκεια ενός έτους*

Δημιουργεί την  
αποεποχικοποιημένη  
χρονοσειρά



# Αποεποχικοποίηση

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

Είναι ιδιαίτερα  
σημαντική  
διαδικασία για την  
παραγωγή  
προβλέψεων

Οι μέθοδοι προβλέψεων  
εφαρμόζονται συνήθως  
σε μη εποχιακές  
χρονοσειρές,  
παράγοντες μη  
εποχιακές προβλέψεις  
οι οποίες στην συνέχεια  
πρέπει να  
εποχικοποιούνται

Η πρακτική αυτή  
αυξάνει την αξιοπιστία  
των προβλέψεων



# Αίτια Εποχιακής Συμπεριφοράς



## Ημερολογιακές επιδράσεις (Calendar effects)

Οι μέρες των εθνικών εορτών κ.λπ., επιδρούν δυναμικά στα οικονομικά μεγέθη, δημιουργώντας ένα εποχιακό πρότυπο, ιδιαίτερα έντονο στη βιομηχανική παραγωγή και στην κατανάλωση αγαθών.

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές



## Σημαντικές αποφάσεις (Institutional influences)

Όλα τα είδη αποφάσεων από ιδρύματα και ιδιώτες επιδρούν σε κάποιο βαθμό στην εξέλιξη των οικονομικών μεγεθών. Κλασσικό παράδειγμα οι ακριβείς ημερομηνίες που θα διατεθούν, από διάφορους οργανισμούς, τα μερίσματα των μετοχών ή τα ομόλογα.



## Προσδοκίες (Expectations)

Οι προσδοκίες στον οικονομικό χώρο, απόρροια της μακράς πείρας, επιδρούν άμεσα στις αποφάσεις των παραγωγών και καταναλωτών με αποτέλεσμα τη δημιουργία εποχιακών διακυμάνσεων. Παράδειγμα η αύξηση της παραγωγής παιχνιδιών πριν τις εορτές αλλά και η αναμονή των καταναλωτών μέχρι να πέσει η τιμή του πετρελαίου θέρμανσης.



## Κλίμα- Καιρός (Weather influences)

Οι κλιματολογικές μεταβολές επιδρούν στις οικονομικές μεταβλητές και είναι ιδιαίτερα έντονες στον χώρο της αγροτικής παραγωγής, των κατασκευαστικών εταιρειών, των μεταφορών κ.λπ.

# Κινητοί Μέσοι Όροι

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

Οι κινητοί μέσοι όροι χρησιμοποιούνται ως:

- **Μέθοδος αποεποχικοποίησης – εξομάλυνσης.** Εκτιμούν την καμπύλη τάσης – κύκλου χρησιμοποιώντας το μέσο όρο γειτονικών παρατηρήσεων.
- **Μέθοδος πρόβλεψης.** Εκτιμούν την τιμή της επόμενης παρατήρησης χρησιμοποιώντας τον μέσο όρο των πιο πρόσφατων παρατηρήσεων.

# Κινητοί Μέσοι όροι

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι &  
Τεχνικές



- Simple Moving Average
- Weighted moving Average
- Double Moving Average
- Centered Moving Average

# Simple Moving Average

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

- Υπολογισμός του μέσου όρου των τιμών γύρω από μία παρατήρηση
- Εξαλείφει μέρος της τυχαιότητας των δεδομένων
- Δίνει μία λογική εκτίμηση της συνιστώσας τάσης-κύκλου της παρατήρησης

$$TC_t = KMO(n)_t = \frac{1}{n} \sum_{i=-(n \text{ div } 2)}^{n \text{ div } 2} Y_{t+i} \Rightarrow$$

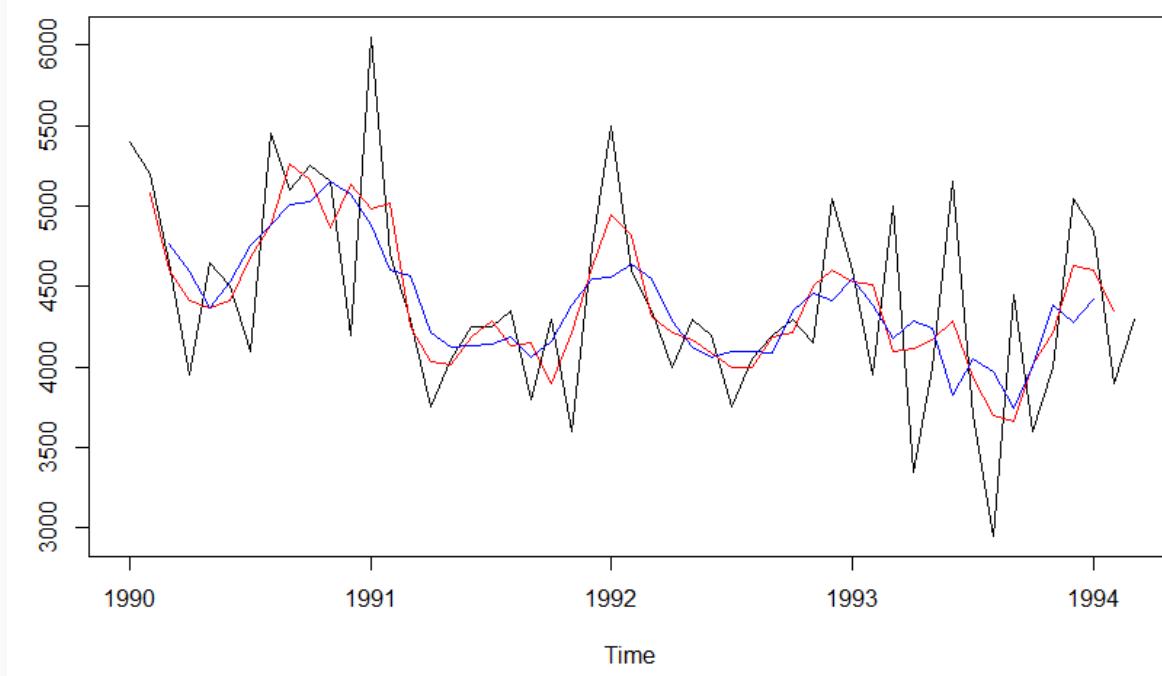
$$TC_t = \frac{1}{n} (Y_{t-(n \text{ div } 2)} + \dots + Y_{t-1} + Y_t + Y_{t+1} + \dots + Y_{t+(n \text{ div } 2)})$$

$$KMO(3)_t = \frac{1}{n} (Y_{t-1} + Y_t + Y_{t+1})$$

$$KMO(5)_t = \frac{1}{n} (Y_{t-2} + Y_{t-1} + Y_t + Y_{t+1} + Y_{t+2})$$

# Simple Moving Average

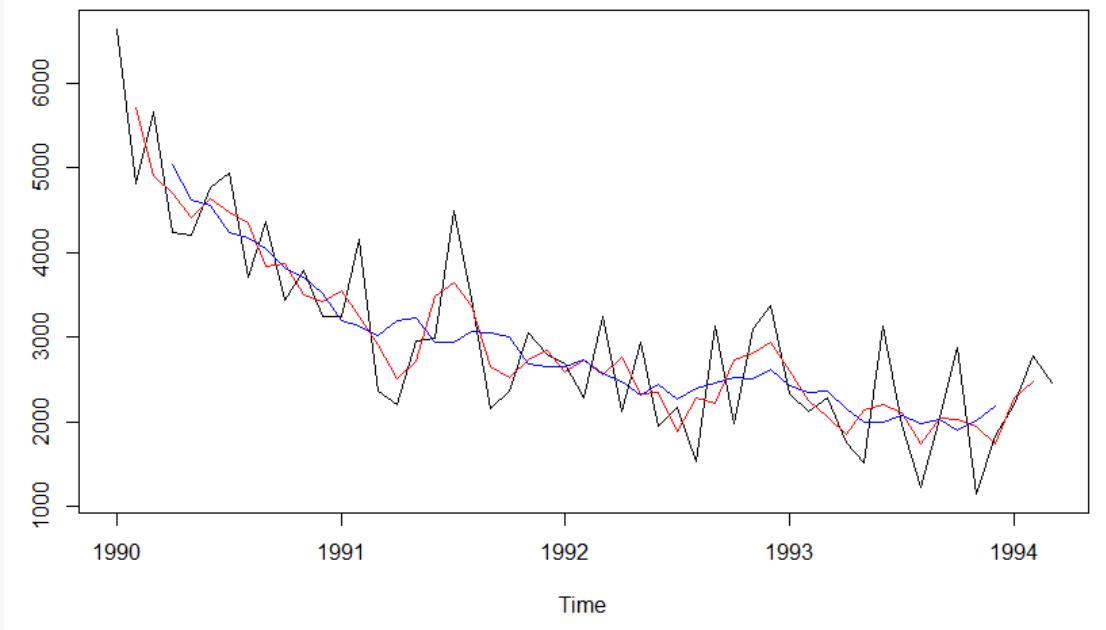
Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές



KMO(3) και KMO(5)

# Simple Moving Average

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές



KMO(3) και KMO(7)



t	$Y_t$	KMO(5)
1	21	
2	33	
3	56	35,60
4	45	37,40
5	23	43,00
6	30	39,40
7	61	33,80
8	38	36,40
9	17	41,00
10	36	38,40
11	53	35,80
12	48	38,00
13	25	42,40
14	28	40,20
15	58	
16	42	

# Simple Moving Average

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

$$KMO(5)_3 = \frac{1}{5}(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5) \Rightarrow$$

$$KMO(5)_3 = \frac{1}{5}(21 + 33 + 56 + 45 + 23) = 35,6$$

# Weighted Moving Average

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

- Αποτελεί παραλλαγή του Simple Moving Average
- Οι όροι που μετέχουν στον μέσο όρο, έχουν διαφορετικά βάρη (στάθμιση)
- Δίνεται μεγαλύτερο βάρος στις παρατηρήσεις που γειτνιάζουν σε μεγάλο βαθμό με την τρέχουσα παρατήρηση και μικρότερο βάρος στις πιο μακρινές παρατηρήσεις
- Τα βάρη επιλέγονται, ούτως ώστε να είναι συμμετρικά ως προς την τρέχουσα παρατήρηση

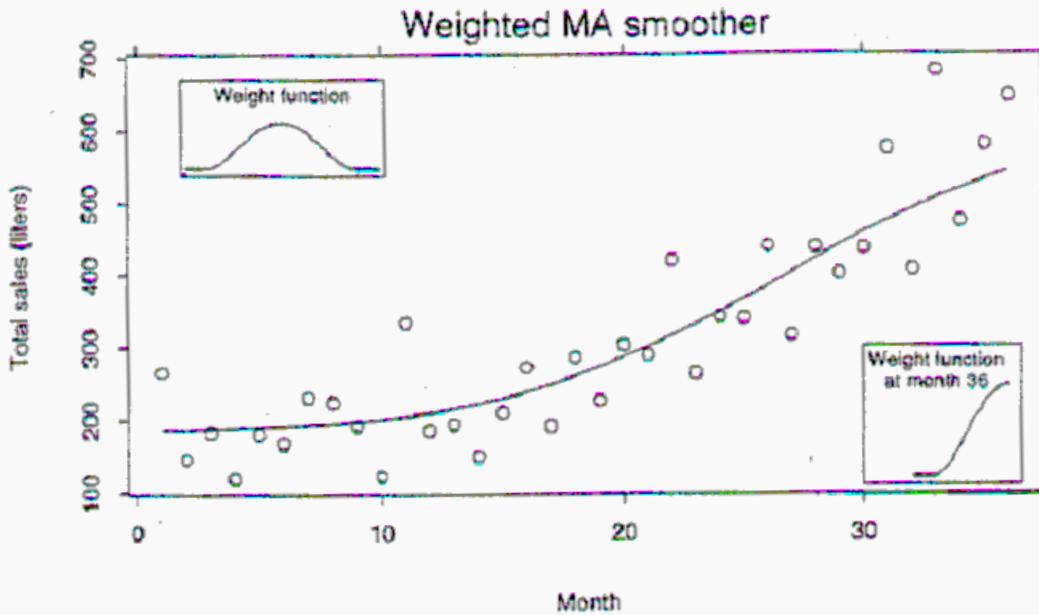
$$TC_t = \Sigma KMO(n)_t = \frac{1}{n} \sum_{i=-(n \text{ div } 2)}^{n \text{ div } 2} a_i * Y_{t+i}$$
$$\sum_{i=-(n \text{ div } 2)}^{n \text{ div } 2} a_i = 1$$

$$TC_t = \Sigma KMO(5)_t \Rightarrow$$

$$TC_t = 0,1 \cdot Y_{t-2} + 0,2 \cdot Y_{t-1} + 0,4 \cdot Y_t + 0,2 \cdot Y_{t+1} + 0,1 \cdot Y_{t+2}$$

# Weighted Moving Average

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές



# Weighted Moving Average

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

t	Y <sub>t</sub>	ΣΚΜΟ(5)
1	21	
2	33	
3	56	42,40
4	45	40,10
5	23	35,90
6	30	37,10
7	61	42,00
8	38	37,40
9	17	33,00
10	36	37,00
11	53	42,20
12	48	41,20
13	25	36,30
14	28	36,80
15	58	
16	42	

$$\Sigma \text{ΚΜΟ}(5)_3 = 0,1 \cdot Y_1 + 0,2 \cdot Y_2 + 0,4 \cdot Y_3 + 0,2 \cdot Y_4 + 0,1 \cdot Y_5 \Rightarrow$$

$$\Sigma \text{ΚΜΟ}(5)_3 = 0,1 \cdot 21 + 0,2 \cdot 33 + 0,4 \cdot 56 + 0,2 \cdot 45 + 0,1 \cdot 23 = 42,4$$

# Double Moving Averages

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

- Αποτελεί αποτέλεσμα της ομαλοποίησης ενός απλού μέσου όρου, με την χρήση ενός δεύτερου απλού μέσου όρου.
- Π.χ. Ο  $5 \times 3$  MA υπολογίζεται από τον 3MA ενός 5MA.

$$\left. \begin{array}{l} KMO(3)_{t-2} = \frac{Y_{t-3} + Y_{t-2} + Y_{t-1}}{3} \\ KMO(3)_{t-1} = \frac{Y_{t-2} + Y_{t-1} + Y_t}{3} \\ KMO(3)_t = \frac{Y_{t-1} + Y_t + Y_{t+1}}{3} \\ KMO(3)_{t+1} = \frac{Y_t + Y_{t+1} + Y_{t+2}}{3} \\ KMO(3)_{t+2} = \frac{Y_{t+1} + Y_{t+2} + Y_{t+3}}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Delta KMO(5 \times 3)_t &= \\ &= \frac{KMO(3)_{t-2} + KMO(3)_{t-1} + KMO(3)_t + KMO(3)_{t+1} + KMO(3)_{t+2}}{5} = \\ &= \frac{Y_{t-3} + 2 \cdot Y_{t-2} + 3 \cdot Y_{t-1} + 3 \cdot Y_t + 3 \cdot Y_{t+1} + 2 \cdot Y_{t+2} + Y_{t+3}}{15} = \\ &= \frac{1}{15} \cdot Y_{t-3} + \frac{2}{15} \cdot Y_{t-2} + \frac{1}{5} \cdot Y_{t-1} + \frac{1}{5} \cdot Y_t + \frac{1}{5} \cdot Y_{t+1} + \frac{2}{15} \cdot Y_{t+2} + \frac{1}{15} \cdot Y_{t+3} \end{aligned}$$

# Double Moving Average

t	Y <sub>t</sub>	KMO(3)	ΔKMO(3×3)
1	21		
2	33	36,67	
3	56	44,67	40,89
4	45	41,33	39,56
5	23	32,67	37,33
6	30	38,00	37,89
7	61	43,00	39,89
8	38	38,67	37,33
9	17	30,33	34,78
10	36	35,33	37,11
11	53	45,67	41,00
12	48	42,00	40,44
13	25	33,67	37,56
14	28	37,00	37,78
15	58	42,67	
16	42		

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

$$\Delta KMO(3 \times 3)_3 = \frac{1}{3} \left( \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3} + \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4}{3} + \frac{Y_3 + Y_4 + Y_5}{3} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta KMO(3 \times 3)_3 = \frac{1}{3} \left( \frac{21 + 33 + 56}{3} + \frac{33 + 56 + 45}{3} + \frac{56 + 45 + 23}{3} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta KMO(3 \times 3)_3 = \frac{1}{3} (36,67 + 44,67 + 41,33) = 40,89$$

# Centered Moving Average

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

$$\frac{1}{4}(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) = T_{2,5}$$

$$\frac{1}{4}(Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5) = T_{3,5}$$

$$T_3 = \frac{1}{2}(T_{2,5} + T_{3,5}) \Rightarrow$$

$$T_3 = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{4}(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + \frac{1}{4}(Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5) \right] \Rightarrow$$

$$T_3 = \frac{1}{8}(Y_1 + 2 \cdot Y_2 + 2 \cdot Y_3 + 2 \cdot Y_4 + Y_5) \Rightarrow$$

$$T_3 = \frac{1}{8} \cdot Y_1 + \frac{1}{4} \cdot Y_2 + \frac{1}{4} \cdot Y_3 + \frac{1}{4} \cdot Y_4 + \frac{1}{8} \cdot Y_5$$

# Centered Moving Average

t	Y <sub>t</sub>	KKMO(4)
1	21	
2	33	
3	56	39,00
4	45	38,88
5	23	39,13
6	30	38,88
7	61	37,25
8	38	37,25
9	17	37,00
10	36	37,25
11	53	39,50
12	48	39,50
13	25	39,13
14	28	39,00
15	58	
16	42	

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

$$\text{KKMO}(4)_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}{4} + \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5}{4} \right) \Rightarrow$$

$$\text{KKMO}(4)_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{21 + 33 + 56 + 45}{4} + \frac{33 + 56 + 45 + 23}{4} \right) \Rightarrow$$

$$\text{KKMO}(4)_3 = \frac{1}{2} (38,75 + 39,25) = 39$$

# Κινητοί Μέσοι Όροι ως Μέθοδος Πρόβλεψης

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

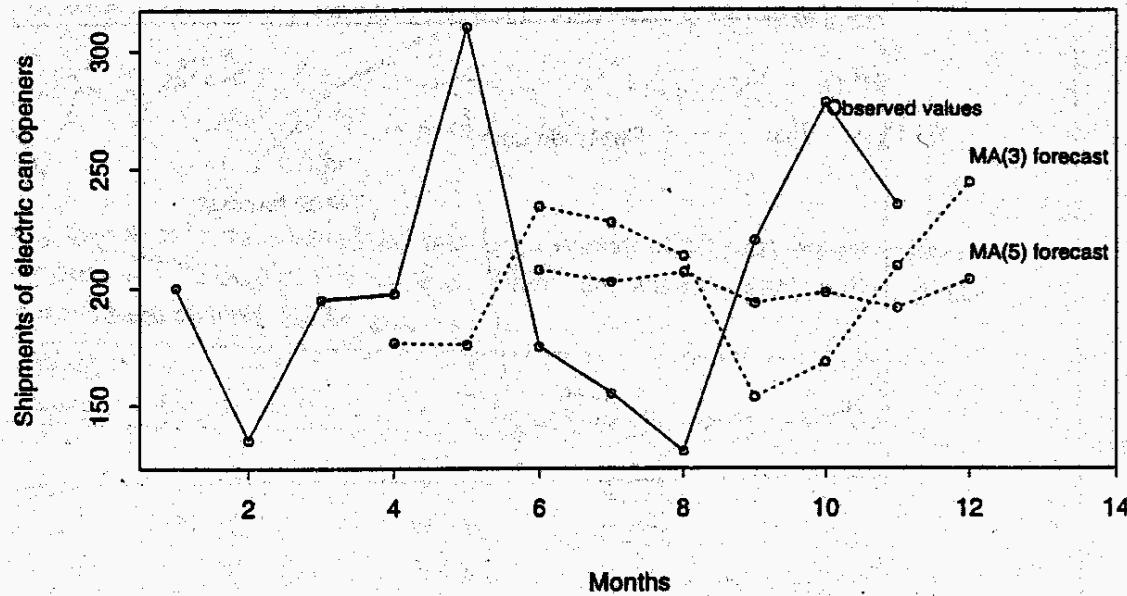
(1) Month	(2) Time period	(3) Observed values (shipments)	(4) Three-month moving average	(5) Five-month moving average
Jan	1	200.0	—	—
Feb	2	135.0	—	—
Mar	3	195.0	—	—
Apr	4	197.5	176.7	—
May	5	310.0	175.8	—
Jun	6	175.0	234.2	207.5
Jul	7	155.0	227.5	202.5
Aug	8	130.0	213.3	206.5
Sep	9	220.0	153.3	193.5
Oct	10	277.5	168.3	198.0
Nov	11	235.0	209.2	191.4
Dec	12	—	244.2	203.5

Analysis of errors		
Test periods:	4–11	6–11
Mean Error	17.71	-1.17
Mean Absolute Error	71.46	51.00
Mean Absolute Percentage Error (MAPE)	34.89	27.88
Mean Square Error (MAE)	6395.66	3013.25
Theil's U-statistic	1.15	0.81

# Κινητοί Μέσοι Όροι ως Μέθοδος Πρόβλεψης

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές



# Τεχνική Backcasting

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

t	Y <sub>t</sub>	KMO(5)
-1		
0		
1	15	;
2	17	;
3	19	16,00
4	15	16,20
5	14	16,80
6	16	15,40
7	20	;
8	12	;
9		
10		

t	Y <sub>t</sub>	KMO(5)
-1		
0		
1	15	;
2	17	;
3	19	16,00
4	15	16,20
5	14	16,80
6	16	15,40
7	20	14,80
8	12	14,40
9	12	
10	12	

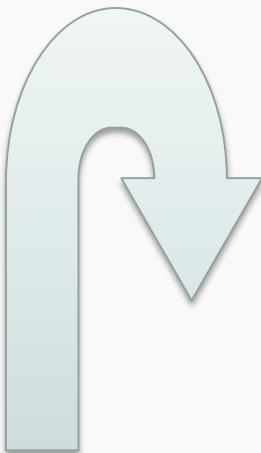
Naive Forecast:  $F_{t+m} = Y_t$



# Τεχνική Backcasting

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

t	Y <sub>t</sub>
-1	
0	
1	15
2	17
3	19
4	15
5	14
6	16
7	20
8	12



t'	Y' <sub>t</sub>
8	12
7	20
6	16
5	14
4	15
3	19
2	17
1	15
0	15
-1	15

t	Y <sub>t</sub>	KMO(5)
-1	15	
0	15	
1	15	16,20
2	17	16,20
3	19	16,00
4	15	16,20
5	14	16,80
6	16	15,40
7	20	14,80
8	12	14,40
9	12	
10	12	

Naive Forecast: F<sub>t+m</sub> = Y<sub>t</sub>

# Βήματα Κλασικής Μεθόδου Αποσύνθεσης

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές



## Βήμα 1<sup>ο</sup>

Υπολογισμός ενός κινητού μέσου όρου ο οποίος βασίζεται στο μήκος της εποχιακότητας



## Βήμα 2<sup>ο</sup>

Διαίρεση των πραγματικών δεδομένων με τις αντίστοιχες τιμές των κινητών μέσων όρων



## Βήμα 3<sup>ο</sup>

Απαλοιφή της τυχαιότητας από τους λόγους εποχιακότητας του Βήματος 2



## Βήμα 4<sup>ο</sup>

Διαίρεση των πραγματικών δεδομένων με τους αντίστοιχους δείκτες εποχιακότητας για την εύρεση της αποεποχικοποιημένης χρονοσειράς



## Βήμα 5<sup>ο</sup>

Απαλοιφή της τυχαιότητας από την αποεποχικοποιημένη χρονοσειράς



## Βήμα 6<sup>ο</sup>

Υπολογισμός της τάσης από τη χρονοσειράς τάσης-κύκλου του Βήματος 5



## Βήμα 7<sup>ο</sup>

Πρόβλεψη μέσω αποσύνθεσης

# Κλασική Μέθοδος Αποσύνθεσης

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

Η κλασική μέθοδος αποσύνθεσης αποτελεί την πιο απλή διαδικασία για την απομόνωση των 4 συνιστωσών μιας χρονοσειράς.



**Βήμα 1ο:** Υπολογισμός ενός κινητού μέσου όρου ο οποίος βασίζεται στο μήκος της εποχιακότητας (για παράδειγμα, κινητός μέσος όρος 7 παρατηρήσεων για ημερήσια δεδομένα).

Με αυτόν τον τρόπο ο υπολογιζόμενος κινητός μέσος όρος δεν περιέχει εποχιακότητα ενώ περιέχει πολύ μικρή ή μηδενική τυχαιότητα, δεδομένου ότι η τυχαιότητα αντιπροσωπεύεται από τυχαίες διακυμάνσεις που κυμαίνονται γύρω από το μέσο όρο των παρατηρήσεων.

Οι τιμές των κινητών μέσων όρων που υπολογίζονται με αυτόν τον τρόπο είναι εξομαλυμένες και δίνουν μια καλή εκτίμηση της συμπεριφοράς της χρονοσειράς όσον αφορά την τάση και την κυκλικότητα. Οπότε, μπορούμε να θεωρήσουμε πως:

$$KMO(n) = T \times C$$

όπου  $KMO(n)$  είναι ένας κινητός μέσος όρος μήκους  $n$  και  $T, C$  οι συνιστώσες τάσης και κύκλου αντίστοιχα. Στην περίπτωση που τα δεδομένα έχουν μήκος εποχιακότητας άρτιο αριθμό (για παράδειγμα μηνιαίες ή τριμηνιαίες παρατηρήσεις), τότε προτιμάται η χρήση κεντρικού κινητού μέσου όρου αντίστοιχου μήκους.

# Κλασική Μέθοδος Αποσύνθεσης

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές



**Βήμα 2ο:** Διαίρεση των πραγματικών δεδομένων με τις αντίστοιχες τιμές των κινητών μέσων όρων. Με τον τρόπο αυτό προκύπτουν οι λόγοι εποχιακότητας, οι οποίοι, όμως, περιέχουν τυχαιότητα:

$$\frac{Y}{KMO(n)} = \frac{T \times C \times S \times R}{T \times C} = S \times R$$



**Βήμα 3ο:** Απαλοιφή της τυχαιότητας από τους λόγους εποχιακότητας του Βήματος 2.

Η διαδικασία επιτυγχάνεται με εύρεση της μέσης τιμής των αντίστοιχων λόγων εποχιακότητας, δηλαδή των λόγων που αναφέρονται σε αντίστοιχες χρονικές περιόδους. Στην περίπτωση, για παράδειγμα, μηνιαίων δεδομένων, υπολογίζουμε το μέσο όρο των λόγων εποχιακότητας που αντιστοιχούν στο μήνα Ιανουάριο, κατόπιν το μέσο όρο των λόγων εποχιακότητας που αντιστοιχούν στο μήνα Φεβρουάριο κοκ. Οι υπολογισμένοι μέσοι όροι αποτελούν τους δείκτες εποχιακότητας της αρχικής μας χρονοσειράς.

Σε ορισμένες περιπτώσεις, οι δείκτες εποχιακότητας χρήζουν κανονικοποίησης, ούτως ώστε το άθροισμά τους να ισούται με το μήκος της εποχιακότητας.

Αν η χρονοσειρά περιέχει αρκετή τυχαιότητα ή ασυνήθιστες τιμές, προτείνεται ο υπολογισμός των ενδιάμεσων μέσων όρων, προκειμένου να προκύψουν οι δείκτες εποχιακότητας. Η διαφοροποίηση έγκειται στη μη χρήση του μέγιστου και του ελάχιστου λόγου εποχιακότητας στον υπολογισμό του κάθε δείκτη εποχιακότητας, με στόχο τη σταθεροποίηση αυτών.

# Κλασική Μέθοδος Αποσύνθεσης

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές



**Βήμα 4ο:** Διαίρεση των πραγματικών δεδομένων με τους αντίστοιχους δείκτες εποχιακότητας για την εύρεση της αποεποχικοποιημένης σειράς.

Για παράδειγμα, στα μηνιαία δεδομένα, κάθε παρατήρηση που αντιστοιχεί στο μήνα Δεκέμβριο διαιρείται με τον δείκτη εποχιακότητας του Δεκεμβρίου.

Η σειρά που προκύπτει περιέχει μόνο τάση, κύκλο και τυχαιότητα:

$$\frac{Y}{S} = \frac{T \times C \times S \times R}{S} = T \times C \times R$$



**Βήμα 5ο:** Απαλοιφή της τυχαιότητας από την αποεποχικοποιημένη σειρά.

Αυτό επιτυγχάνεται υπολογίζοντας τον κινητό μέσο όρο μήκους 3 ή 6 παρατηρήσεων της αποεποχικοποιημένης σειράς.

Η σειρά των μέσων όρων που προκύπτει, αποτελεί μία αρκετά ομαλή και ακριβή σειρά τάσης-κύκλου.

Για βέλτιστη εξομάλυνση και απαλοιφή της τυχαιότητας συνίσταται η χρήση διπλού κινητού μέσου όρου  $3 \times 3$ . Αν το ζητούμενο είναι ο υπολογισμός της συνιστώσας της τυχαιότητας, αυτή μπορεί να προκύψει από διαίρεση της αποεποχικοποιημένης σειράς και της σειράς τάσης-κύκλου:

$$\frac{T \times C \times R}{KMO(3 \times 3)} = \frac{T \times C \times R}{T \times C} = R$$

# Κλασική Μέθοδος Αποσύνθεσης

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές



**Βήμα 6ο:** Υπολογισμός της τάσης από τη σειρά τάσης-κύκλου του Βήματος 5.

Μετά το 5ο Βήμα της αποσύνθεσης η σειρά που προκύπτει περιέχει τάση και κυκλικότητα. Σε περιπτώσεις που είναι επιθυμητός ο διαχωρισμός των δύο αυτών συνιστωσών, θα πρέπει να επιλεγεί το μοντέλο τάσης που περιγράφει καλύτερα τη χρονοσειρά.

Αν θεωρήσουμε γραμμική τάση, ο υπολογισμός της συνιστώσας της τάσης επιτυγχάνεται από εφαρμογή της απλής γραμμικής παλινδρόμησης (ευθεία ελαχίστων τετραγώνων):

$$T = \alpha + \beta \cdot t \quad \beta = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i \cdot TC_i)}{n} - \bar{t} \cdot \bar{TC}}{\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{n} - \bar{t}^2} \quad \bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} \quad \bar{TC} = \frac{\sum_{i=1}^n TC_i}{n}$$
$$\alpha = \bar{TC} - \beta \cdot \bar{t}$$

Όπου  $T$  δηλώνει την σειρά της τάσης,  $TC$  δηλώνει τις τιμές της σειράς τάσης κύκλου (εξαρτημένη μεταβλητή της γραμμικής παλινδρόμησης) και  $t$  δηλώνει τον αύξοντα αριθμό της χρονικής περιόδου (ανεξάρτητη μεταβλητή της γραμμικής παλινδρόμησης). Οι συντελεστές  $\alpha$  και  $\beta$  δηλώνουν το αρχικό επίπεδο και την τάση αντίστοιχα. Αφού υπολογισθεί η σειρά της τάσης, μπορεί να ορισθεί και η συνιστώσα του κύκλου ως η ακόλουθη διαίρεση:

$$C = \frac{T \times C}{T}$$

# Κλασική Μέθοδος Αποσύνθεσης

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές



## Βήμα 7ο: Πρόβλεψη μέσω αποσύνθεσης

Έχοντας αναλύσει την αρχική χρονοσειρά στις συνιστώσες της, μπορούμε να τις συνθέσουμε (πολλαπλασιαστικά) προκειμένου να εκτιμήσουμε μελλοντικές τιμές της χρονοσειράς.

Η διαδικασία αυτή λέγεται πρόβλεψη μέσω αποσύνθεσης και περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$F_{n+i} = T_i \times S_i \times C_i$$

# Έλεγχος σημαντικής εποχιακής συμπεριφοράς

Επιχειρηματικές Προβλέψεις: Μέθοδοι & Τεχνικές

- Σε αρκετές περιπτώσεις η χρονοσειρά δεν εμφανίζει σημαντική εποχιακή συμπεριφορά, οπότε θα μπορούσαν να παραλειφθούν τα βήματα 1 έως 4 της κλασικής μεθόδου αποσύνθεσης
- Ο έλεγχος σημαντικότητας της εποχιακής συμπεριφοράς μιας σειράς δεδομένων εφαρμόζεται μέσω ελέγχου αυτοσυσχέτισης δεδομένων με περίοδο καθυστέρησης ( $k$ ) ίση με τον αριθμό των περιόδων ενός κύκλου εποχιακότητας ( $pos$ ) σε σύγκριση με τις αυτοσυσχετίσεις περιόδου καθυστέρησης έως και μιας μονάδας μικρότερης από τον αριθμό των περιόδων ενός κύκλου εποχιακότητας.

Μία χρονοσειρά θεωρείται εποχιακή αν και μόνο αν ισχύει:

$$|ACF_{pos}| > Limit$$

$$ACF_k = \frac{\sum_{i=1+k}^n [(Y_i - \bar{Y}) \cdot (Y_{i-k} - \bar{Y})]}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$Limit = t_{critical} \sqrt{\frac{1 + 2 \cdot (ACF_1 + \sum_{i=2}^{pos-1} ACF_i^2)}{n}}$$

Confidence Level	$t_{critical}$
80%	1,28
90%	1,645
95%	1,96
98%	2,33
99%	2,58



# Feel free to say hi!

We are friendly and social

Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφος  
Αττική, 15780, Ελλάδα  
Τηλέφωνο: 2107723637 Fax: 2107723740

Κτίριο της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών  
2ος όροφος - 2.2.1 Εργαστήριο



@FSU NTUA

Μονάδα  
Προβλέψεων και  
Στρατηγικής ΕΜΠ

spiliotis@fsu.gr

