



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ  
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ  
ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΗΣ

## Μελέτη Εναλλακτικών Προσεγγίσεων της Μεθοδολογίας Croston μέσω Εμπειρικής Αξιολόγησης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΛΕΓΑΚΗ Ι. ΝΙΚΟΛΕΤΤΑ - ΖΑΜΠΕΤΑ

**Επιβλέπων:** Βασίλειος Ασημακόπουλος,  
Καθηγητής Ε. Μ. Π.

**Υπεύθυνος:** Φώτιος Πετρόπουλος,  
Διδάκτωρ Ε. Μ. Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2012





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ  
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ  
ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΗΣ

Μελέτη Εναλλακτικής Προσέγγισης της Μεθοδολογίας  
Croston μέσω Εμπειρικής Εφαρμογής Μεθόδων  
Χρονοσειρών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΛΕΓΑΚΗ Ι. ΝΙΚΟΛΕΤΤΑ - ΖΑΜΠΕΤΑ

**Επιβλέπων:** Βασίλειος Ασημακόπουλος,  
Καθηγητής Ε. Μ. Π.

**Υπεύθυνος:** Φώτιος Πετρόπουλος,  
Διδάκτωρ Ε. Μ. Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 12<sup>η</sup> Ιουλίου 2010

.....  
Βασίλειος Ασημακόπουλος

Καθηνητής Ε.Μ.Π.

.....  
Ιωάννης Ψαρράς

Καθηνητής Ε.Μ.Π.

.....  
Δημήτριος Ασκούνης

Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2012

.....  
Λεγάκη Ι. Νικολέττα - Ζαμπέτα

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Λεγάκη Ι. Νικολέττα – Ζαμπέτα

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Περίληψη

Θέμα: Μελέτη Εναλλακτικών Προσεγγίσεων της Μεθοδολογίας Croston μέσω Εμπειρικής Αξιολόγησης

Ερευνητικές μελέτες και εμπειρικές εφαρμογές έχουν υποδείξει την δυσκολία στην εξαγωγή ακριβών προβλέψεων για χρονοσειρές ανταλλακτικών προϊόντων λόγω της σποραδικής φύσης του προτύπου που ακολουθεί η ζήτηση τους. Η μέθοδος Croston, είναι η μέθοδος που ευρέως χρησιμοποιείται για την αντιμετώπιση της διακοπτόμενης ζήτησης. Βασίζεται στην αποσύνθεση της αρχικής χρονοσειράς ζήτησης σε δύο συνεχείς χρονοσειρές: στη χρονοσειρά του μεγέθους της ζήτησης και στη χρονοσειρά του πλήθους των μεσοδιαστημάτων που παρεμβάλλονται μεταξύ μη μηδενικών ζητήσεων. Στην παρούσα εργασία, δίνεται βαρύτητα στην αξιολόγηση διαφορετικών προσεγγίσεων της εφαρμογής της μεθόδου Croston σε εμπειρικά δεδομένα διακοπτόμενης ζήτησης. Συγκεκριμένα, αξιολογείται η απόδοση των εναλλακτικών προσεγγίσεων από την εφαρμογή τους σε μηνιαία δεδομένα ζήτησης για 8000 διαφορετικές μονάδες αποθέματος με κριτήρια διάφορους στατιστικούς δείκτες αξιολόγησης.

Η παραδοσιακή μέθοδος Croston χρησιμοποιεί για προέκταση της χρονοσειράς του μεγέθους της ζήτησης και της χρονοσειράς των μεσοδιαστημάτων την μέθοδο εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου. Εν τούτοις, είναι αποδεδειγμένα εφικτή η εφαρμογή και άλλων μεθόδων πρόβλεψης για την προέκταση στο μέλλον των χρονοσειρών που προκύπτουν από την αποσύνθεση κατά Croston. Σε αυτήν την μελέτη λοιπόν, εξετάζεται κάθε πιθανός συνδυασμός πρόβλεψης για κάθε μία από τις συνεχείς χρονοσειρές που έχουν προκύψει από την αποσύνθεση, χρησιμοποιώντας μεθόδους πρόβλεψης που προτείνονται στη βιβλιογραφία με σκοπό το συνδυασμό τους σύμφωνα με τη μεθοδολογία Croston για την εξαγωγή της τελικής πρόβλεψης. Οι μέθοδοι πρόβλεψης που εξετάστηκαν είναι οι: Απλοϊκή Μέθοδος, Κινητός Μέσος Όρος, Μέθοδος Εξομάλυνσης Σταθερού Επιπέδου, Γραμμικής Τάσης και Φθίνουσας Τάσης και η Μέθοδος Theta.

Επιπλέον, έχει εξεταστεί και η εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων με χρήση διαφορετικών τιμών για τις παραμέτρους εξομάλυνσης όπως επίσης και για τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων για τις οποίες ελαχιστοποιείται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα του in – sample τμήματος της χρονοσειράς. Η μέθοδος του Κινητού Μέσου Όρου έχει εφαρμοστεί για κατάλληλο μήκος που ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα επίσης. Για την εφαρμογή της εναλλακτικής αυτής προσέγγισης χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της κυλιόμενης πρόβλεψης ενώ για την αξιολόγηση της χρησιμοποιήθηκαν οι εξής δείκτες απόδοσης: Μέσος Όρος και Διάμεσος του Μέσου και Απόλυτου Σφάλματος, Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα, Μέσο Γεωμετρικό Σφάλμα και Μέσος Όρος του Μέσου Κανονικοποιημένου Σφάλματος. Τα αποτελέσματα αποδεικνύουν βελτιωμένη απόδοση των προβλέψεων από τη χρήση συνδυασμών διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης σχετικά με την προκατάληψη και την ακρίβεια. Τέλος συνοψίζονται τα αποτελέσματα της μεθόδου και δίνονται κατευθυντήριες για περισσότερη μελέτη και έρευνα.

Λέξεις Κλειδιά: Διακοπτόμενη Ζήτηση, Πρόβλεψη Ζήτησης, Μέθοδος Croston, Εκθετική Εξομάλυνση, Αξιολόγηση Ακρίβειας, Ανταγωνισμός Προβλέψεων.

## Abstract

Thesis: An alternative implementation of Croston 's methodology through a wide range of time series methods.

A number of research projects have demonstrated the difficulties of obtaining accurate demand forecasts in a spare parts context due to the sporadic nature of the relevant demand patterns. Croston 's method is a widely used intermittent demand forecasting approach, which decomposes the demand series into two components: the demand sizes and the inter-demand intervals. In this study, we focus upon the evaluation of different alternative implementations of Croston 's method on empirical intermittent demand data. In more detail, performance is assessed on monthly demand data for 8,000 Stock Keeping Units based on a wide range of performance metrics.

The original Croston method uses Single Exponential Smoothing (SES) for extrapolating separately demand sizes and inter-demand intervals. However, it is certainly feasible to combine different forecasting methods for the demand size and demand intervals in order to produce the final forecast of demand per period. In this study, we investigate every possible combination for forecasting the constituent elements separately, using a wide range of time series methods. In particular, and in addition to SES, we consider: the Naïve method, Simple Moving Average, Holt Exponential Smoothing, Damped Exponential Smoothing and the Theta Method.

The smoothing parameters of SES, Holt, Damped and Theta are optimized through the in-sample minimization of MSE. Furthermore, we are considering optimization of Simple Moving Average parameter through in-sample rolling forecasting evaluation. All the possible combinations for each SKU are evaluated through the following performance metrics: Mean & Median Error, Mean & Median Absolute Error, Mean & Median Absolute Scaled Error, Mean Squared Error, and Geometric Root-Mean Error. Results indicate that there is room for improvements when different extrapolation methods are combined, especially regarding both accuracy and bias, when data with high intermittency are considered.

In the end, the conclusions are summarized, revealing the potential of the methodology for the forecast error reduction and directions for further research are proposed.

**Keywords:** Intermittent Demand; Demand Forecasting; Croston 's Method; Exponential Smoothing; Accuracy evaluation; Forecasting Competition.

## Πρόλογος

Η διπλωματική αυτή εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια των ερευνητικών δραστηριοτήτων της Μονάδας Συστημάτων Πρόβλεψης και Στρατηγικής κατά το ακαδημαϊκό έτος 2011 – 2012. Η μονάδα υπάγεται στον Τομέα Ηλεκτρικών Βιομηχανικών Διατάξεων και Συστημάτων Αποφάσεων, της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Η/Υ, του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμότατα τον καθηγητή κ. Βασίλη Ασημακόπουλο για την ευκαιρία που μου έδωσε να ασχοληθώ σε βάθος με το αντικείμενο των προβλέψεων και για την ηθική και επιστημονική υποστήριξη που μου παρείχε σε όλα τα στάδια εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας καθώς επίσης και τον καθηγητή Ι. Ψαρρά και τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Δ. Ασκούνη για την τιμή που μου έκαναν να συμμετάσχουν στην επιτροπή εξέτασης της εργασίας.

Θα ήθελα ιδιαίτερος να ευχαριστήσω τον Διδάκτωρ κ. Φ. Πετρόπουλο για την πολύτιμη βοήθεια του καθώς και για το αμέριστο ενδιαφέρον, την καθοδήγηση και τη συνεχή υποστήριξη που οδήγησαν στην ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας.

Επιπλέον, θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε όλα τα μέλη της Μονάδας Προβλέψεων και Στρατηγικής: Α. Ράππη, Φ. Σκιαδά, Γ.Σπιθουράκη, Η. Κτενά και Β. Νταβέλη για την ηθική υποστήριξη και την επιστημονική συνεργασία που μου προσέφεραν.

Τέλος, ευχαριστώ τους γονείς μου και τους φίλους μου για την συνεχή συμπαράσταση και υποστήριξή τους.

Νικολέττα – Ζαμπέτα Ι. Λεγάκη

Αθήνα, Ιούλιος 2012





## Πίνακας περιεχομένων

<b>1. Ευρεία περίληψη</b> .....	<b>13</b>
1.1 Εισαγωγή .....	13
1.2 Χρονοσειρές – Ζήτηση .....	14
1.3 Μέθοδοι πρόβλεψης.....	15
1.4 Εμπειρική Εφαρμογή της Μεθοδολογίας .....	15
1.5 Παρουσίαση αποτελεσμάτων .....	19
1.6 Συμπεράσματα και Προοπτικές .....	19
<b>2. Εισαγωγή</b> .....	<b>21</b>
2.1 Ποσοτικές Μέθοδοι .....	23
2.2 Ποιοτικοί μέθοδοι .....	24
2.3 Βασικά Βήματα Προβλέψεων .....	24
<b>3. Χρονοσειρές – Ζήτηση</b> .....	<b>27</b>
3.1 . Εισαγωγή.....	27
3.2 Ανάλυση έννοιας Χρονοσειράς .....	27
3.3 Αναπαράσταση χρονοσειρών .....	28
3.4 Ανάλυση ποιοτικών χαρακτηριστικών χρονοσειράς.....	28
3.5 Στατιστική ανάλυση .....	33
3.6 Χρονοσειρά Ζήτησης .....	37
3.6.1 Εισαγωγή .....	37
3.6.2 Ορισμός – Ανάλυση Ζήτησης .....	38
3.6.3 Πρόβλεψη Ζήτησης και Διαχείριση Αποθεμάτων .....	40
<b>4. Μέθοδοι Πρόβλεψης</b> .....	<b>43</b>
4.1 Ιστορία των προβλέψεων και η σημασία τους .....	43
4.2 Στάδια και Κατηγορίες Πρόβλεψης .....	43
4.3 Κατηγορίες μεθόδων πρόβλεψης.....	46
4.3.1 Ποσοτικές Μέθοδοι.....	46
4.3.2 Κριτικές Μέθοδοι .....	48
4.3.3 Τεχνολογικές Μέθοδοι .....	48
4.4 Επιλογή της Κατάλληλης Μεθόδου Πρόβλεψης .....	49
4.5 Συνδυασμοί Μεθόδων.....	49
4.6 Μέθοδοι Πρόβλεψης Συνεχούς Ζήτησης .....	50
4.6.1 Απλοϊκή Μέθοδος Naive .....	51
4.6.2 Μέθοδοι Μέσου Όρου.....	51
4.6.3 Απλή Γραμμική Παλινδρόμηση .....	52

4.6.4	Μέθοδοι Εκθετικής Εξομάλυνσης	53
4.6.5	Μοντέλο Theta	58
4.7	Μέθοδοι Πρόβλεψης Διακοπτόμενης Ζήτησης	60
4.7.1	Μέθοδος Croston	61
4.7.2	Μέθοδος SBA (Syntetos & Boylan Approximation)	62
4.7.3	Μέθοδος ADIDA (Aggregate – Disaggregate Intermittent Demand Approach)	63
4.8	Διαγωνισμοί Πρόβλεψης	65
<b>5.</b>	<b>Εμπειρική Εφαρμογή της Μεθοδολογίας</b>	<b>67</b>
5.1	Εισαγωγή	67
5.2	Υπάρχουσα Μεθοδολογία	68
5.3	Εναλλακτική Μέθοδος Προσέγγισης	69
5.3.1	Επιλογή και Ανάλυση δεδομένων	70
5.3.2	Αποσύνθεση χρονοσειρών	73
5.3.3	Επιλογή μεθόδων πρόβλεψης και παραμέτρων εξομάλυνσης	77
5.3.4	Υλοποίηση της μεθοδολογίας	83
5.3.5	Επιλογή δεικτών αξιολόγησης των μεθόδων	86
<b>6.</b>	<b>Παρουσίαση αποτελεσμάτων</b>	<b>89</b>
6.1	Εισαγωγή	89
6.2	Αποτελέσματα από Δεδομένα Αυτοκινητοβιομηχανίας - Automotive	89
6.3	Αποτελέσματα από Δεδομένα Royal Air Force – στρατιωτικός τομέας	103
6.4	Σύγκριση μεθοδολογίας στα διαφορετικά δεδομένα	117
<b>7.</b>	<b>Συμπεράσματα – Προοπτικές</b>	<b>119</b>
7.1	Συμπεράσματα	119
7.2	Προοπτικές	121
<b>8.</b>	<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>125</b>
<b>9.</b>	<b>Παράρτημα</b>	<b>129</b>
9.1	Μέρος 1: Πίνακες Σφαλμάτων	130
9.2	Μέρος 2: Κώδικας	158

## Περιεχόμενα εικόνων

Figure 1 - Κατηγοριοποίηση Μεθόδων Πρόβλεψης .....	23
Figure 2- Παραγωγή Μπύρας 1992- 2006 .....	31
Figure 3- Πωλήσεις προϊόντος C .....	32
Figure 4 - Παρουσίαση Βασικών Βημάτων Πρόβλεψης - "Forecasting Methods and Applications" Spyros Mkridakis, Steven C. Wheelwright, Rob J. Hyndman pg 140..	44
Figure 5- Μοντέλο Χρονοσειρών .....	46
Figure 6 - Μεθοδολογία ADIDA .....	64
Figure 7- Παράδειγμα Διακοπτόμενης Ζήτησης .....	74
Figure 8- Διαδικασία Επιλογής Μεθόδων .....	79
Figure 9 - Rolling Forecasting .....	84
Figure 10 - BIAS (mean(ME)) – SES - automotive .....	93
Figure 11 - BIAS (mean(ME)) – THETA - automotive .....	93
Figure 12 - Bias (mean(ME)) – HOLT- automotive .....	94
Figure 13 - Bias (mean (ME)) – DAMPED - automotive.....	94
Figure 14 - Accuracy (mean( MAE)) - SES- automotive .....	96
Figure 15 - Accuracy (mean(MAE)) - THETA - automotive .....	96
Figure 16 - Accuracy (mean(MAE)) - HOLT automotive .....	97
Figure 17 - Accuracy (mean(MAE)) - DAMPED - automotive .....	97
Figure 18 - MASE - Automotive .....	102
Figure 19 - Bias (mean (ME)) - SES - automotive.....	106
Figure 20 - Bias (mean(ME)) - THETA - Royal Air Force .....	106
Figure 21 - Bias (mean(ME)) - HOLT - Royal Air Force .....	107
Figure 22 - Bias (mean(ME)) DAMPED - Royal Air Force.....	107
Figure 23 - Accuracy (mean(MAE)) - SES -Royal Air Force .....	110
Figure 24 - Accuracy (mean(MAE)) - THETA - Royal Air Force .....	110
Figure 25 - Accuracy (mean(MAE)) - HOLT - Royal Air Force .....	111
Figure 26 - Accuracy (mean(MAE)) - DAMPED - Royal Air Force .....	111
Figure 27- MASE - Royal Air Force .....	116
Figure 28- Σύγκριση στα δεδομένα automotive - Royal Air Force .....	118

## Περιεχόμενα Πινάκων

Table 1 - Χαρακτηριστικά δεδομένων αυτοκινητοβιομηχανίας .....	71
Table 2 - Χαρακτηριστικά δεδομένων Royal Air Force.....	72
Table 3 - Παράδειγμα δεδομένων Διακοπτόμενης Ζήτησης.....	75
Table 4 - Συνοπτική Περιγραφή Βασικών Μεθόδων Πρόβλεψης .....	77
Table 5 - Διαστήματα Τιμών Παραμέτρων ανά Μέθοδο Εξομάλυνσης.....	82
Table 6- mean (ME) ανά διαφορετική μέθοδο automotive .....	90
Table 7 - mean (MAE) ανά διαφορετική μέθοδο automotive .....	95
Table 8 - mean (MSE) ανά διαφορετική μέθοδο automotive .....	98
Table 9 - mean (MASE) ανά διαφορετική μέθοδο automotive.....	100
Table 10 - mean (ME) ανά διαφορετική μέθοδο Royal Air Force .....	104
Table 11 - mean (MAE) ανά διαφορετική μέθοδο Royal Air Force .....	108
Table 12- mean (MSE) ανά διαφορετική μέθοδο Royal Air Force .....	112
Table 13- mean (MASE) ανά διαφορετική μέθοδο Royal Air Force.....	113
Table 14- Πίνακας Συνδυασμών Μεθόδων που ελαχιστοποιούν τους δείκτες Σφάλματος .....	117
Table 15- mean (Mean Error) - automotive (1/2) .....	130
Table 16- mean (Mean Absolute Error) automotive (1/2).....	132
Table 17- mean (Mean Squared Error) - automotive (1/2) .....	134
Table 18- median (Mean Error) - automotive (1/2).....	136
Table 19 - median (Mean Absolute Error) - automotive (1/2).....	138
Table 20- mean ( Geometric Root Mean Squared Error) - automotive (1/2) .....	140
Table 21 - mean (Mean Absolute Scaled Error)- automotive (1/2).....	142
Table 22 - mean (Mean Error) - Royal Air Force (1/2) .....	144
Table 23 - mean (Mean Absolute Error) - Royal Air Force (1/2).....	146
Table 24 - mean (Mean Squared Error) - Royal Air Force (1/2) .....	148
Table 25 - median (Mean Error) - Royal Air Force (1/2).....	150
Table 26 - median (Mean Absolute Error) - Royal Air Force (1/2).....	152
Table 27- mean (Geometric Root Mean Squared Error) - Royal Air Force (1/2) ....	154
Table 28 - mean (Mean Absolute Scaled Error) Royal Air Force (1/2) .....	156

# 1 Ευρεία περίληψη

## 1.1 Εισαγωγή

Σκοπός της διπλωματικής εργασίας με τίτλο «Μελέτη Εναλλακτικών Προσεγγίσεων της Μεθοδολογίας Croston μέσω Εμπειρικής Αξιολόγησης» είναι η παρουσίαση της δυναμικότητας της μεθόδου Croston, και η αξιολόγηση της εφαρμογής διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης αντί των προτεινόμενων από τη συγκεκριμένη μεθοδολογία.

Το πρώτο κεφάλαιο αποτελεί την εισαγωγή αναφέροντας τις βασικότερες έννοιες που σχετίζονται με τις προβλέψεις, την υλοποίηση τους και τη σημασία τους στην καθημερινότητα αλλά και στην οικονομική δραστηριότητα. Στη συνέχεια αναφέρονται οι βασικές κατηγορίες στις οποίες ταξινομούνται οι προβλέψεις όπως επίσης και τα βασικά εργαλεία για την υλοποίησή τους.

Μετά την αναφορά των δύο βασικών κατηγοριών των προβλέψεων: τις ποιοτικές και τις ποσοτικές αναφέρεται η γενικότερη μεθοδολογία που ακολουθείται στο επιστημονικό πεδίο των προβλέψεων, για την προσέγγιση κάθε προβλήματος στο οποίο υπάρχει ανάγκη για πρόβλεψη. Τα διακριτά αυτά βήματα αποτελούν σημαντική κατευθυντήριο για την αντιμετώπιση κάθε κατάστασης που χρήζει πρόβλεψης και είναι απαραίτητη διαδικασία για την εξαγωγή ασφαλή συμπερασμάτων.

## 1.2 Χρονοσειρές – Ζήτηση

Στο αντίστοιχο κεφάλαιο αναλύονται οι βασικές έννοιες που σχετίζονται με τις χρονοσειρές και υπογραμμίζεται η χρησιμότητα τους για την εξαγωγή των αντίστοιχων προβλέψεων. Στη συνέχεια τονίζεται και ο ρόλος της ζήτησης στην αγορά αλλά και στη διαμόρφωση ενός οικονομικού συστήματος έτσι ώστε να δοθεί η ανάλογη σημασία και αξία στην έγκυρη και έγκαιρη εξαγωγή των προβλέψεων των επιπέδων της ζήτησης για κάποιο προϊόν ή υπηρεσία.

Αναλυτικότερα, ορίζεται η χρονοσειρά ως διαδοχικές, διαχρονικές παρατηρήσεις τιμών κάποιου μεγέθους και αναφέρονται διάφοροι τρόποι οπτικοποίησης τους για την παρακολούθηση της εξέλιξης του μεγέθους. Στη συνέχεια αναφέρονται τα βασικά στοιχεία κάθε χρονοσειράς τα οποία είναι η *τάση*, η *κυκλικότητα* η *εποχιακότητα* και οι *μη κανονικές διακυμάνσεις* και αναλύονται εκτενέστερα. Ιδιαίτερη σημασία δίνεται στις μη κανονικές διακυμάνσεις και στην αντιμετώπιση των μηδενικών ή τιμών που απουσιάζουν από τις δοθείσες χρονοσειρές. Δεν μπορεί να όμως να μελετηθούν οι χρονοσειρές χωρίς τη χρήση βασικών μεγεθών της στατιστικής ανάλυσης, τα οποία και παρουσιάζονται. Το δεύτερο μέρος του ίδιου κεφαλαίου σχετίζεται με τη ζήτηση και την αντιμετώπιση της ως μία αξιολογη χρονοσειρά που τίθεται υπό πρόβλεψη. Αφού παρουσιαστεί η σημασία της στην ευρύτερη οικονομία, γίνεται η άμεση σύνδεση της με την διαχείριση των αποθεμάτων και της εφοδιαστικής αλυσίδας. Ο λόγος που πραγματοποιείται η εν λόγω σύνδεση είναι η μεγάλη οικονομική σημασία της αποθεματικής πολιτικής σε

οποιαδήποτε επιχειρηματική δραστηριότητα αλλά και της ιδιαιτερότητας που παρουσιάζει η χρονοσειρά ζήτησης σχετικά με αποθέματα και ανταλλακτικά. Η εν λόγω ιδιαιτερότητα έχει να κάνει με την ύπαρξη μηδενικών τιμών στις χρονοσειρές της ζήτησης γεγονός που εισάγει την έννοια της διακοπτόμενης ζήτησης στην μελέτη και την αντιμετώπιση της στα πλαίσια των προβλέψεων.

### 1.3 Μέθοδοι πρόβλεψης

Το επόμενο κεφάλαιο κάνει μία ιστορική αναδρομή στον επιστημονικό χώρο των προβλέψεων και στη συνέχεια παρουσιάζει αναλυτικότερα τις βασικότερες μεθόδους πρόβλεψης που προτείνονται από την βιβλιογραφία και εφαρμόζονται γενικότερα.

Ξεκινώντας από τα βασικότερα στάδια που οδηγούν στη λήψη μίας απόφασης και στη σωστή αντιμετώπιση της αντίστοιχης πρόβλεψης, δίνεται ιδιαίτερη σημασία στον τρόπο εξαγωγής της αντίστοιχης τιμής της πρόβλεψης. Αναφέρονται αρχικά οι κυριότεροι μέθοδοι πρόβλεψης οι οποίες είναι: οι ποσοτικές οι κριτικές και οι τεχνολογικές μέθοδοι και τα αντίστοιχα κριτήρια επιλογής τους. Έπειτα γίνεται ένας σημαντικός διαχωρισμός των μεθόδων πρόβλεψης σε μεθόδους που χρησιμοποιούνται για πρόβλεψη συνεχούς ζήτησης και σε εκείνες για την πρόβλεψη της διακοπτόμενης ζήτησης. Το αντικείμενο της μελέτης είναι η αξιολόγηση της ακρίβειας των προβλέψεων που παράγονται από εναλλακτικές μεθόδους για την ακριβέστερη πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών των χρονοσειρών διακοπτόμενης ζήτησης. Συνεπώς ο αντίστοιχος διαχωρισμός είναι σημαντικός για την υλοποίηση της περεταίρω μεθοδολογίας. Από τις μεθόδους πρόβλεψης συνεχούς ζήτησης παρουσιάζονται αναλυτικότερα οι εξής: Απλοϊκή Μέθοδος Naive, Μέθοδοι Μέσου Όρου, Απλή Γραμμική Παλινδρόμηση, Μέθοδοι Εκθετικής Εξομάλυνσης και το *Μοντέλο Theta*. Η κατηγορία των μεθόδων Εκθετικής Εξομάλυνσης διακρίνεται σε περισσότερες υποκατηγορίες από τις οποίες χρησιμοποιούνται οι εξής: Μοντέλο Σταθερού Επιπέδου - Απλή Εκθετική Εξομάλυνση (Simple Exponential Smoothing), Μοντέλο Γραμμικής Τάσης (Holt Exponential Smoothing) και Μοντέλο Φθίνουσας Τάσης (damped Exponential Smoothing).

Από τις μεθόδους πρόβλεψης της διακοπτόμενης ζήτησης παρουσιάζονται αναλυτικότερα οι: Μέθοδος Croston, Μέθοδος SBA και η Μέθοδος ADIDA (Aggregate – Disaggregate Intermittent Demand Approach). Ενδιαφέρον στην τελευταία κατηγορία των μεθόδων αποτελεί η γενικότερη και διαφορετική μεθοδολογία που υποκρύπτεται πίσω από τις αντίστοιχες μεθόδους. Γενικότερα οι δύο διαφορετικές προσεγγίσεις της διακοπτόμενης ζήτησης εμπεριέχονται στις μεθόδους Croston και ADIDA. Η πρώτη μέθοδος, η μέθοδος Croston είναι και αυτή που εξετάζεται στα πλαίσια αυτής της μελέτης και στηρίζεται στην αποσύνθεση της αρχικής χρονοσειράς με τις μηδενικές τιμές σε δύο άλλες χρονοσειρές απαλλαγμένες από την εμφάνιση των μηδενικών τιμών έτσι ώστε να είναι εφικτή η χρήση των μεθόδων πρόβλεψης συνεχούς ζήτησης. Η μέθοδος ADIDA, από την άλλη πλευρά, βασίζεται στη χρονική συνάθροιση των παρατηρήσεων σε κάποιο επίπεδο, η επιλογή του οποίου εξαρτάται από το πλήθος και τη φύση των δεδομένων. Με αυτόν τον τρόπο, εξαλείφονται ομοίως οι μηδενικές παρατηρήσεις και είναι δυνατή η εφαρμογή

των γνωστών μεθόδων πρόβλεψης συνεχούς ζήτησης. Το τελευταίο βήμα της μεθόδου ADIDA είναι η διάσπαση των παρατηρήσεων, για την εξαγωγή των προβλέψεων στο κατάλληλο μηνιαίο ή τριμηνιαίο κτλ επίπεδο με χρήση κάποιας μεθόδου της επιλογής του ερευνητή. Τέλος στο παρόν κεφάλαιο γίνεται και αναφορά στους διαγωνισμούς προβλέψεων και στη σημασία τους για την εξέλιξη και βελτίωση των μεθόδων.

## 1.4 Εμπειρική Εφαρμογή της Μεθοδολογίας

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται αναλυτικότερα όλη η ιδέα της ερευνητικής προσέγγισης της μεθόδου Croston που θα εξεταστεί και ο τρόπος υλοποίησης της.

Αρχικά γίνεται μία εισαγωγή στην οποία παρουσιάζεται η σημασία της πρόβλεψης της ζήτησης στην αποθεματική πολιτική και κατά κύριο λόγο στους τομείς της αυτοκινητοβιομηχανίας, στον στρατιωτικό τομέα, στο τομέα της αεροδιαστημικής και γενικότερα σε σημαντικούς τομείς της βιομηχανίας. Η ζήτηση των προϊόντων σε αυτούς τομείς χαρακτηρίζεται από της περιοδικότητα στην εμφάνιση της. Με τον όρο περιοδικότητα βέβαια δεν εννοείται η εμφάνιση μηδενικών ζητήσεων ανά συγκεκριμένα και καθορισμένα χρονικά διαστήματα, αλλά η ακανόνιστη, αραιή εμφάνιση ζήτησης σε μη γνωστά εκ των προτέρων χρονικά διαστήματα. Τα προϊόντα που χαρακτηρίζονται από μία τέτοια διακοπτόμενη ζήτηση, είναι και τα προϊόντα που κινούνται πολύ αργά στα πλαίσια ενός οργανισμού ή μίας επιχείρησης ακόμα και της γενικότερης αγοράς. Ωστόσο, παρά την μικρή σχετικά διακίνηση των Stock Keeping Units και την εγγενώς μη συνεχούς ζήτησης τους, αυτά τα αντικείμενα δύναται να αποτελούν έως και το 60% του συνολικού αποθέματος σε έναν οργανισμό ή επιχείρηση. Συνεπώς γίνεται αντιληπτή πέρα από το ερευνητικό ενδιαφέρον και η οικονομική σημασία της αξιολόγησης διαφορετικών προσεγγίσεων πρόβλεψης της διακοπτόμενης ζήτησης για την εξαγωγή καλύτερων προβλέψεων σύμφωνα με αντίστοιχα επιλεχθέντα κριτήρια.

Πριν την ανάπτυξη της μεθοδολογίας που αναπτύχθηκε και υλοποιήθηκε παρουσιάζεται η ήδη αντιμετώπιση της διακοπτόμενης ζήτησης από τη μέθοδο Croston, η οποία αποτελεί και τη βάση στην οποία στηρίζεται και δομείται η παρούσα μελέτη. Η μέθοδος πρόβλεψης που ουσιαστικά εισήγαγε ο Croston (1972) περιγράφεται συνοπτικά ως εξής: Αρχικά πραγματοποιείται η αποσύνθεση της αρχική χρονοσειράς διακοπτόμενης ζήτησης σε δύο σειρές, από τις οποίες η μία περιλαμβάνει τις μη μηδενικές ζητήσεις και η άλλη τα μεσοδιαστήματα μεταξύ αυτών. Οι προκύπτουσες χρονοσειρές, δύο στο πλήθος είναι συνεχείς, χωρίς την παρουσία μηδενικών. Έπειτα προεκτείνεται καθεμία από τις χρονοσειρές που προέκυψαν με χρήση της μεθόδου εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου με παράμετρο εξομάλυνσης  $\alpha = 0.05$ . Έχουν πραγματοποιηθεί διάφορες έρευνες σχετικά με διαφορετικές τιμές της παραμέτρου εξομάλυνσης που χρησιμοποιείται στη μέθοδο ή την εφαρμογή διαφορετικών τιμών της παραμέτρου εξομάλυνσης του επιπέδου για την πρόβλεψη της χρονοσειράς του μεγέθους της ζήτησης και για την πρόβλεψη της χρονοσειράς για τιμή για του μεσοδιαστήματος μεταξύ των μη μηδενικών ζητήσεων, όπου έχουν εξαχθεί σημαντικά συμπεράσματα. Στη συνέχεια έπεται η παραγωγή της πρόβλεψης βάσει της μαθηματικής σχέσης:  $F_{Croston} = \frac{F_{demands}}{F_{intervals}}$ . Αυτή είναι η γενική

μεθοδολογία που προτείνεται από το Croston, και η δυναμική της οποίας αναπτύσσεται και εξετάζεται στην παρούσα μελέτη.

Σε αυτό το πνεύμα λοιπόν, της τροποποίησης της μεθοδολογίας Croston, αναπτύσσεται η γενική ιδέα της πειραματικής διαδικασίας που ακολουθήθηκε. Η γενική ιδέα που αναπτύσσεται είναι η αποσύνθεση της αρχικής χρονοσειράς σε δύο ανεξάρτητες μεταξύ τους χρονοσειρές. Μία που αποτελείται από τις μη μηδενικές τιμές τις ζήτησης (demands) και μία άλλη, των διαστημάτων που μεσολαβούν μεταξύ τους (intervals) ακριβώς όπως υποδεικνύει και η μέθοδος Croston. Στη συνέχεια όμως, είναι δυνατή η επιλογή μίας μεθόδου πρόβλεψης από τις υπάρχουσες στη βιβλιογραφία για την πρόβλεψη κάθε μίας από της συνεχείς χρονοσειρές που έχουν προκύψει. Οι μέθοδοι αυτοί είναι: Απλοϊκή μέθοδος - Naive, Κινητός μέσος όρος – Moving Average, Εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου – Single Exponential Smoothing (SES), Εκθετική εξομάλυνση γραμμικής τάσης – Holt Exponential Smoothing (HOLT), Εκθετική εξομάλυνση φθίνουσας τάσης ( $\phi < 1$ ) – Damped Exponential Smoothing (Damped) και Μέθοδος Theta ( $\theta = 0$ ,  $\theta = 2$ ). Επίσης γίνεται μελέτη και αξιολόγηση και για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων εξομάλυνσης για τις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης και theta, για την εξαγωγή πιο ακριβών και γενικότερα καλύτερων προβλέψεων. Με αυτόν τον τρόπο προκύπτει η μελλοντική τιμή – πρόβλεψη της αντίστοιχης χρονοσειράς των ζητήσεων και των χρονικών διαστημάτων έτσι ώστε να σχηματιστεί το πηλίκο τους και να παραχθεί η αντίστοιχη τιμή της πρόβλεψης. Αναλυτικότερα, η πειραματική διαδικασία που ακολουθήθηκε, περιγράφεται στα διακριτά στάδια που ακολουθούν, για την βαθύτερη κατανόηση της και υπογράμμιση της σημασίας της:

### **Βήμα 1. Επιλογή και Ανάλυση δεδομένων**

Για να πραγματοποιηθεί εμπειρική μελέτη της προτεινόμενης μεθοδολογίας αλλά και η αξιολόγηση της ως εναλλακτική μέθοδος προσέγγισης της βασικής μεθοδολογίας Croston, απαιτείται η εφαρμογή της σε πραγματικά δεδομένα που παρουσιάζουν ενίοτε μηδενικές τιμές, ενώ οι τιμές της ζήτησης δεν είναι σταθερές ανά όμοια χρονικά διαστήματα. Γι αυτό το λόγο επιλέχθηκε να γίνει εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα ζήτησης 8000 Stock Keeping Units από δύο διαφορετικούς τομείς της αυτοκινητοβιομηχανίας και του στρατιωτικού τομέα. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν ιστορικά δεδομένα ζήτησης 3000 διαφορετικών Stock Keeping Units, τα οποία είναι πραγματικά δεδομένα από γνωστή αυτοκινητοβιομηχανία του Ηνωμένου Βασιλείου. Για το κάθε διαφορετικό Stock Keeping Unit υπάρχουν δεδομένα για την αντίστοιχη ζήτηση για 24 χρονικές περιόδους, οι οποίες αντιστοιχούν σε παρελθόντες μήνες, οπότε και υπάρχει ιστορική πληροφορία δύο ετών. Ομοίως, χρησιμοποιήθηκε και ένα διαφορετικό δείγμα άλλων Stock Keeping Units από διαφορετικό τομέα. Κύριο χαρακτηριστικό και αυτών των δεδομένων πρέπει να είναι η διακοπτόμενη ζήτηση, δηλαδή η σποραδική εμφάνιση μηδενικών τιμών ζήτησης. Όμως επιθυμητή θα ήταν η ύπαρξη μεγαλύτερης ιστορίας όπως επίσης και η διαφορετική φύση τους, δηλαδή η παρουσία περισσότερων μηδενικών, ή μεγαλύτερη διακύμανση στο ύψος της ζήτησης όταν αυτή εμφανίζεται. Συνεπώς, ένα άλλο αρχείο με δεδομένα που έχουν χρησιμοποιηθεί, έχει ληφθεί από τη Royal Air Force του Ηνωμένου Βασιλείου, δηλαδή από το στρατιωτικό τομέα. Αυτό το αρχείο δεδομένων περιλαμβάνει 5000 διαφορετικά Stock Keeping Units και τις αντίστοιχες χρονοσειρές για τις παρατηρήσεις των μηνιαίων ζητήσεων τους σε βάθος



χρόνου επτά ετών. Συνεπώς το μήκος των αντίστοιχων χρονοσειρών για αυτά τα δεδομένα είναι 84 μήνες.

## **Βήμα 2. Αποσύνθεση χρονοσειρών**

Η αποσύνθεση των χρονοσειρών γίνεται ακριβώς όπως έχει περιγραφεί σύμφωνα με τη μέθοδο Croston. Από την αρχική χρονοσειρά των παρατηρήσεων, προκύπτουν δύο συνεχείς χρονοσειρές χωρίς την ύπαρξη μηδενικών. Η πρώτη περιλαμβάνει το μέγεθος της ζήτησης όταν αυτό είναι μη μηδενικό και η άλλη χρονοσειρά έχει ως τις τιμές το πλήθος των διαστημάτων που μεσολαβεί μεταξύ μηδενικών ζητήσεων. Προφανώς και αν υπάρχουν περίοδοι που εμφανίζεται διαδοχικά και συνεχόμενα ζήτηση η τιμή που θα προκύψει για την χρονοσειρά των μεσοδιαστημάτων είναι ίση με τη μονάδα. Εν τούτοις υπάρχει ένα σημαντικό στοιχείο που πρέπει να διασαφηνιστεί σε αυτήν τη διαδικασία σχετικά με την πρώτη τιμή του πίνακα των μεσοδιαστημάτων. Υπάρχουν δύο διαφορετικές προσεγγίσεις. Όταν πρόκειται για την πρώτη μη μηδενική τιμή των παρατηρήσεων, δεν είναι γνωστό σε ποια χρονική περίοδο ήταν η προηγούμενη έτσι ώστε να μπορεί να μετρηθεί το ακριβές πλήθος των χρονικών περιόδων που έχουν μεσολαβήσει. Οπότε είτε λαμβάνεται ως τη χρονική στιγμή μηδέν να υπήρχε ζήτηση για να μετρηθούν τα μεσοδιαστήματα για το αντίστοιχο δείγμα από εκείνη την χρονική στιγμή και έπειτα, είτε λαμβάνεται ως πρώτη τιμή η πρώτη μη μηδενική τιμή της ζήτησης και ξεκινάει τότε να μετράει το πλήθος των μεσοδιαστημάτων που θα αποτελέσει το πρώτο στοιχείο του αντίστοιχου πίνακα. Άμεσο αποτέλεσμα της τελευταίας μεθοδολογίας είναι ο πίνακας με τα μεσοδιαστήματα μεταξύ των μη μηδενικών ζητήσεων να έχει μία τιμή λιγότερη από το πλήθος των τιμών που έχει ο αντίστοιχος πίνακας που έχει το μέγεθος των μη μηδενικών ζητήσεων. Αυτή η προσέγγιση έχει πραγματοποιηθεί και στην υλοποίηση της αποσύνθεσης.

## **Βήμα 3. Επιλογή μεθόδων πρόβλεψης και παραμέτρων εξομάλυνσης**

Οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν για την προέκταση των χρονοσειρών που έχουν προκύψει από την αποσύνθεση είναι:

- Απλοϊκή μέθοδος – Naïve
- Κινητός μέσος όρος – Moving Average βέλτιστου μήκους σύμφωνα με την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος
- Εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου – Single Exponential Smoothing (SES) για τιμές παραμέτρου εξομάλυνσης:  $\alpha=0.05$ ,  $0.1$  και  $0.2$  και  $\beta=0.02$  και  $0,05$
- Εκθετική εξομάλυνση γραμμικής τάσης – Holt Exponential Smoothing (HOLT) για συνδυασμό των τιμών των παραμέτρων εξομάλυνσης:  $\alpha=0.05$ ,  $0.1$  και  $0.2$ ,  $\beta=0.02$  και  $0,05$  και  $\phi= 0.5$ .
- Εκθετική εξομάλυνση φθίνουσας τάσης ( $\phi < 1$ ) – Damped Exponential Smoothing (Damped) για συνδυασμό των τιμών των παραμέτρων εξομάλυνσης:  $\alpha=0.05$ ,  $0.1$  και  $0.2$
- Μέθοδος Theta ( $\theta = 0 \rightarrow$  πρόβλεψη με χρήση γραμμικής παλλινδρόμησης – LRL, ( $\theta = 2 \rightarrow$  προέκταση με χρήση Single Exponential Smoothing (SES)) για τιμές παραμέτρων εξομάλυνσης:  $\alpha=0.05$ ,  $0.1$  και  $0.2$

Ομοίως για τις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης, πραγματοποιήθηκε και υλοποίηση τους με βέλτιστες τιμές παραμέτρων σε μικρά σχετικά διαστήματα τιμών καθώς πρόκειται για διακοπτόμενη ζήτηση, σύμφωνα με το κριτήριο ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Ομοίως για τις ίδιες μεθόδους για την αρχικοποίηση του επιπέδου και της κλίσης έχουν ληφθεί οι αντίστοιχοι παράμετροι από την βέλτιστη ευθεία ελαχίστων τετραγώνων.

#### **Βήμα 4. Υλοποίηση της μεθοδολογίας**

Στις διαθέσιμες χρονοσειρές λοιπόν εφαρμόζεται η προτεινόμενη μεθοδολογία βάσει δύο σημαντικών τεχνικών, οι οποίες είναι:

1. Κυλιόμενη Πρόβλεψη και
2. Αξιολόγηση μεθόδου, μετατρέποντας τις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις σε μελλοντικές «άγνωστες» παρατηρήσεις.

Η τεχνική της κυλιόμενης πρόβλεψης ή rolling forecasting όπως είναι ευρέως διαδεδομένη, σχετίζεται με το πλήθος των παρατηρήσεων που λαμβάνονται υπόψη για την εξαγωγή της πρόβλεψης και με τον χειρισμό της νέας, πιο πρόσφατης παρατήρησης, που δεν ήταν γνωστή και εισέρχεται ως νέα πληροφορία πλέον. Η νέα αυτή πληροφορία, από την στιγμή που έγινε γνωστή μετατρέπεται σε στοιχείο ιστορικών δεδομένων, αλλάζοντας πλέον την χρονοσειρά των παρατηρήσεων που ήταν γνωστή. Ο τρόπος αντιμετώπισης αυτού του προβλήματος βασίζεται στην τεχνική της κυλιόμενης πρόβλεψης κατά την οποία αυξάνεται το πλήθος των στοιχείων της γνωστής χρονοσειράς και όντας διαθέσιμες πλέον και γνωστές περισσότερες παρατηρήσεις για την χρονοσειρά, εφαρμόζεται ξανά η αντίστοιχη μέθοδος πρόβλεψης για να παραχθεί η νέα τιμή της πρόβλεψης για την επόμενη χρονική περίοδο.

Η δεύτερη τεχνική σχετίζεται με τη αξιολόγηση της μεθόδου πρόβλεψης που εφαρμόζεται. Περιλαμβάνει τη διάσπαση της αρχικής χρονοσειράς σε δύο μέρη. Το πρώτο μέρος αποτελείται από τα  $\frac{3}{4}$  των παρατηρήσεων και το δεύτερο μέρος από το υπόλοιπο  $\frac{1}{4}$  των παρατηρήσεων. Έτσι το πρώτο μέρος θεωρείται η χρονοσειρά των διαθέσιμων παρατηρήσεων, στην οποία και εφαρμόζονται οι αντίστοιχες μέθοδοι πρόβλεψης (το in sample μέρος της χρονοσειράς), ενώ το υπόλοιπο μέρος των παρατηρήσεων είναι το out of sample μέρος και χρησιμοποιείται ως οι νέες παρατηρήσεις που γίνονται γνωστές μετά την πάροδο των αντίστοιχων χρονικών περιόδων και χρησιμοποιούνται για την υλοποίηση της τεχνικής της κυλιόμενης πρόβλεψης και την αξιολόγηση της αντίστοιχης μεθόδου πρόβλεψης που έχει εφαρμοστεί.

#### **Βήμα 5. Επιλογή δεικτών αξιολόγησης των μεθόδων**

Τα out of samples σφάλματα που θα χρησιμοποιηθούν είναι τα ακόλουθα:

- Μέσο σφάλμα (Mean Error) – δείκτης bias
- Μέσο απόλυτο σφάλμα (Mean Absolute Error) – δείκτης accuracy
- Μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Mean Squared Error)
- Μέσο γεωμετρικό σφάλμα (Geometric Root Mean Squared Error)

- Μέσο απόλυτο κανονικοποιημένο σφάλμα (Mean Absolute Scaled Error)

## 1.5 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Μετά την υλοποίηση της εναλλακτικής προσέγγισης της μεθόδου Croston, έπεται η παρουσίαση των αποτελεσμάτων, σχετικά με την ακρίβεια και την προκατάληψη που εμφανίζεται από την παραγωγή των προβλέψεων από τους συνδυασμούς των διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης. Παρουσιάζονται αναλυτικοί πίνακες με τα αποτελέσματα των μεθόδων σχετικά με τα σφάλματα:  $mean(ME)$ ,  $median(ME)$ ,  $mean(MAE)$ ,  $median(MAE)$ ,  $mean(MSE)$ ,  $mean(GRMSE)$  και  $mean(MASE)$ . Επιλέχτηκε να αναφερθούν δείκτες σφαλμάτων από όλους τους συνδυασμούς που υλοποιήθηκαν, όμως όχι για όλες οι παραλλαγές κάθε μεθόδου, δηλαδή τα αποτελέσματα με χρήση ίδιας μεθόδου αλλά με διαφορετικές παραμέτρους. Ωστόσο, γίνεται αναφορά και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων για της διαφορετικές παραμέτρους ανά μέθοδο και ανά δεδομένα.

Συμπερασματικά, παρατηρείται ότι οι ελάχιστες τιμές για τους αντίστοιχους δείκτες, δίνονται για διαφορετικούς συνδυασμούς μεθόδων πρόβλεψης που εφαρμόζονται στη χρονοσειρά της ζήτησης και των αντίστοιχων μεσοδιαστημάτων ή με διαφορετική χρήση αντίστοιχων παραμέτρων. Από την γενικότερη μεθοδολογία οι μέθοδοι που είχα τα καλύτερα αποτελέσματα σύμφωνα με τους δείκτες ήταν οι: SES, DAMPED και THETA και στα δύο αρχεία, ενώ στα δεδομένα της Royal Air Force παρουσίασε καλή απόδοση και η χρήση της μεθόδου HOLT. Σχετικά με την επίδραση των παραμέτρων εξομάλυνσης, επαληθεύεται η διαπίστωση ότι για πιο αραιά SKUs, δηλαδή μεγαλύτερα μεσοδιαστήματα στα οποία δεν εμφανίζεται ζήτηση και με μεγαλύτερες τιμές του μεγέθους της ζήτησης και μεγαλύτερες διακυμάνσεις εν γένει, η χρήση παραμέτρων εξομάλυνσης μεγαλύτερων τιμών είναι πιο αποδοτική.

Επίσης εμφανίστηκε μεγαλύτερη ακρίβεια των ίδιων συνδυασμών όταν εφαρμόζονται στα δεδομένα της Royal Air Force παρά όταν εφαρμόζονται στα δεδομένα της αυτοκινητοβιομηχανίας. Βέβαια δεν πρέπει να παραληφθεί και η αναφορά περισσότερων ιστορικών στοιχείων για τα δεδομένα της Royal Air Force, γεγονός πολύ σημαντικό για την παραγωγή των προβλέψεων και την εξαγωγή των συμπερασμάτων. Επίσης συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν και για επιλογή του καλύτερου συνδυασμού έχοντας καθολική εικόνα για την ακρίβεια που παρουσιάζει η κάθε μέθοδος πρόβλεψης ανά την εφαρμογή της στον κάθε πιθανό συνδυασμό.

## 1.6 Συμπεράσματα και Προοπτικές

Ως επίλογος της διπλωματικής εργασίας παρουσιάζονται τα σημαντικότερα συμπεράσματα από την εφαρμογή διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης πέρα από τη μέθοδο Single Exponential Smoothing και τη χρήση διαφορετικών τιμών για τις παραμέτρους εξομάλυνσης. Ωστόσο, κύριο συμπέρασμα από την παρούσα ερευνητική διπλωματική εργασία είναι ότι η μέθοδος Croston έχει ανεκμετάλλευτες ιδιότητες οι οποίες προσφέρονται για αξιοποίηση, δεδομένης της μείζονος σημασίας της διακοπτόμενης ζήτησης στην αποθεματική πολιτική, στην πολιτική εφοδιασμού αλλά και σε διάφορες πτυχές της διαχείρισης μίας εταιρείας. Αναλυτικότερα,

παρατηρήθηκε πως διαφορετικοί συνδυασμοί προβλέψεων στον παρανομαστή και στον αριθμητή είναι εν γένει μία καλή προσέγγιση ακόμα και όταν επρόκειτο απλά για αλλαγή των παραμέτρων εξομάλυνσης που χρησιμοποιούνται καθώς βελτιώνει την απόδοση των μεθόδων πρόβλεψης σχετικά με την προκατάληψη και την ακρίβεια.

Για την συνέχιση της έρευνας, δίνονται οι απαραίτητες κατευθύνσεις και τα σημεία που απαιτούν περαιτέρω διερεύνηση. Τα εν λόγω πεδία σχετίζονται με την θεωρητική ανάλυση αλλά και την εμπειρική επανάληψη της έρευνας σε διαφορετικά σύνολα δεδομένων διακοπτόμενης ζήτησης με διαφορετικές ιδιότητες. Ιδιαίτερη σημασία θα μπορούσε να δοθεί σε μία πιθανή σύνδεση των ιδιοτήτων των αντίστοιχων δεδομένων διακοπτόμενης ζήτησης με την χρήση αντίστοιχων μεθόδων πρόβλεψης, πιθανώς διαφορετικών για τις χρονοσειρές που προκύπτουν από την αποσύνθεση Croston. Ένα άλλο πεδίο που ενδείκνυται για μελέτη είναι αξιολόγηση των παραχθέντων προβλέψεων με χρήση διαφορετικών κριτηρίων πέρα της ακρίβειας και της προκατάληψης που αξιολογήθηκαν. Μάλιστα η χρήση κριτηρίων οικονομικής φύσης όπως το κόστος και το επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών είναι πεδία που ήδη έχουν αναπτυχθεί αλλά χρήζουν περισσότερης μελέτης.

Μελετώντας σε περισσότερο βάθος τις χρονοσειρές διακοπτόμενης ζήτησης και τις μεθοδολογίες αντιμετώπισης των δυσκολιών που παρουσιάζει η πρόβλεψη μελλοντικών τιμών της, όχι ανεξάρτητα από το γενικότερο πεδίο των προβλέψεων των συνεχών χρονοσειρών, δημιουργούνται νέα θέματα για περισσότερη μελέτη. Η μελέτη των θεμάτων αυτών θα εξελίξει και θα συμβάλλει στην βελτίωση των μεθόδων των προβλέψεων σχετικά με την διακοπτόμενη ζήτηση η οποία αποκτά ολοένα και μεγαλύτερη οικονομική σημασία στις σύγχρονες αγορές.

## 2 Εισαγωγή

Πάντα υπάρχει ένα χρονικό διάστημα το οποίο μεσολαβεί μεταξύ της χρονικής στιγμής που κάποιος θα συνειδητοποιήσει ένα επικείμενο γεγονός ή μία ανάγκη προς ικανοποίηση και της χρονικής στιγμή που το γεγονός ή η ανάγκη αυτή θα λάβει χώρα. Αυτή η χρονική υστέρηση που παρουσιάζεται μεταξύ των δύο αυτών χρονικών στιγμών είναι και ο κύριο λόγος ανάγκης σχεδιασμού και πρόβλεψης. Αν αυτό το χρονικό διάστημα είναι μηδενικό ή πολύ μικρό τότε δεν υπάρχει η ανάγκη προγραμματισμού. Αντιθέτως, αν το χρονικό διάστημα είναι πολύ μεγάλο και το αποτέλεσμα του τελικού γεγονότος εξαρτάται από αναγνωρίσιμους παράγοντες, τότε ο προγραμματισμός της συνολικής διαδικασίας μπορεί να διαδραματίσει ένα σημαντικό ρόλο. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η πρόβλεψη απαιτείται για να καθορίσει πότε αυτό το γεγονός θα συμβεί ή πότε η ενδεχόμενη ανάγκη θα προκύψει, έτσι ώστε να υπάρξει η κατάλληλη προετοιμασία και να λάβουν χώρα οι απαραίτητες ενέργειες.

Στον τομέα της διαχείρισης και των διοικητικών θεμάτων γενικότερα, η ανάγκη σχεδιασμού και προγραμματισμού είναι καίριας σημασίας καθώς το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί για τη λήψη μίας απόφασης ποικίλει από μερικά χρόνια, σε περιπτώσεις που αφορούν μεγάλες επενδύσεις, μερικές μέρες ή ώρες, για προγράμματα παραγωγής ή διανομών έως και μερικά δευτερόλεπτα όταν σχετίζονται με τηλεπικοινωνιακές διαδικασίες ή με την κατανομή του ηλεκτρικού φορτίου. Η πρόβλεψη λοιπόν είναι μία σημαντική ενίσχυση του ουσιαστικού αλλά και αποτελεσματικού σχεδιασμού.

Οι απόψεις για τις προβλέψεις βέβαια μπορούν να είναι τόσες διαφορετικές όσες θα είναι και οι διαφορετικές επιστημονικές προσεγγίσεις που θα χρησιμοποιήσουν οι υπεύθυνοι για τις αντίστοιχες αποφάσεις. Ο μη ειδικός στις προβλέψεις μπορεί να αμφισβητήσει την εγκυρότητα και αποτελεσματικότητα μίας στρατηγικής που αποσκοπεί στην πρόβλεψη του αβέβαιου μέλλοντος. Εν τούτοις οφείλει να αναγνωριστεί ότι στο πεδίο των προβλέψεων έχει πραγματοποιηθεί ουσιαστική πρόοδος τις τελευταίες δεκαετίες. Υπάρχει πληθώρα φαινομένων που πλέον μπορεί να προβλεφθεί με ακριβή και εύκολο τρόπο. Η εξέλιξη της επιστήμης έχει συμβάλει δραστικά στην βελτίωση των προβλέψεων ομοίως, καθώς βοηθάει πολύ στην κατανόηση διάφορων εκφάνσεων της καθημερινότητας και των φυσικών φαινομένων που χρήζουν ομοίως πρόβλεψης.

Βέβαια έντονη είναι η τάση για πιο αποτελεσματική πρόβλεψη γεγονότων στους τομείς των οικονομικών και επιχειρησιακών δραστηριοτήτων και γενικότερα στους τομείς που υπονοείται επιχειρηματική δραστηριότητα. Συνεπώς, οι προβλέψεις είναι ένα ολοκληρωμένο κομμάτι της διαχείρισης των επιχειρήσεων που σχετίζεται με τη λήψη αποφάσεων. Μία επιχείρηση ή ένας οργανισμός, θέτει στόχους και τείνει να προβλέπει εξωγενείς παράγοντες που την επηρεάζουν με απώτερο σκοπό να επιλέξει τις κατάλληλες δράσεις που θα οδηγήσουν στην επίτευξη των αντίστοιχων στόχων που είχε θέσει. Η ανάγκη για πρόβλεψη λοιπόν αυξάνεται καθώς η διαχείριση της επιχείρησης (management) προσπαθεί να μειώσει έως και να εξαφανίσει την εξάρτηση του από την τύχη και να προσεγγίζει πιο επιστημονικά την επίδραση των εξωτερικών παραγόντων και γενικότερα του περιβάλλοντος της σε αυτήν. Όμως καθώς κανένα τμήμα μία επιχείρησης δεν είναι αποκλειστικά

ανεξάρτητο από την υπόλοιπη επιχείρηση, μία καλή ή κακή πρόβλεψη μπορεί να επηρεάσει ολόκληρο τον οργανισμό. Κάποια από τα τμήματα στα οποία η πρόβλεψη κατέχει σημαντικό ρόλο είναι:

- *Προγραμματισμός (scheduling)*. Η αποτελεσματική χρήση πρώτων υλών απαιτεί το προγραμματισμό της παραγωγής, της διανομής, του χρήματος και πολλών άλλων παραγόντων. Στον προγραμματισμό που αφορά λοιπόν το μέλλον κατέχει σημαντική θέση η πρόβλεψη.
- *Απόκτηση Πόρων (acquiring resources)*. Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη στιγμή που θα υπάρξει η ανάγκη για κάποιο υλικό και θα γίνει η παραγγελία μέχρι την στιγμή που θα είναι διαθέσιμο (lead time) ποικίλει είτε αν γίνεται αναφορά σε πρώτες ύλες, είτε σε προσωπικό ή βασική αγορά εξοπλισμού και μηχανημάτων και κυμαίνεται μεταξύ μερικών ημερών έως και ετών μερικές φορές. Η πρόβλεψη σε αυτό το σημείο εισέρχεται έτσι ώστε να καθορίσει τις μελλοντικές απαιτήσεις της επιχείρησης.
- *Καθορισμός των απαιτήσεων πόρων*. Όλοι οι οργανισμοί ρυθμίζουν και οργανώνουν τους απαραίτητους πόρους για την λειτουργία τους είτε αυτό μεταφράζεται σε πάγια περιουσιακά στοιχεία είτε σε ανθρώπινο δυναμικό ή πρώτες ύλες. Οι αποφάσεις λοιπόν είτε για παραγγελίες είτε για τη λειτουργία της επιχείρησης στο σύνολο, εξαρτάται από ευκαιρίες της αγοράς, από τις τεχνολογικές εξελίξεις, από εξωγενείς παράγοντες και από την εσωτερική εξέλιξη της οικονομικής ανθρώπινης δραστηριότητας. Όμως για να ληφθούν αποφάσεις που σχετίζονται με όλα αυτά τα βασικά ζητήματα που προκύπτουν κατά τη λειτουργία μίας επιχείρησης, είναι σημαντικές οι καλές προβλέψεις αλλά και η ύπαρξη ικανών διευθυντικών στελεχών που να μπορούν να τις ερμηνεύουν καταλλήλως και να τις αξιοποιούν στη μετέπειτα λήψη αποφάσεων.

Γενικά, οι προβλέψεις καλούνται να εξυπηρετήσουν στη λήψη αποφάσεων σε πολλά και διαφορετικά πεδία σχετικά με τις επιχειρήσεις και όχι μόνο, τα οποία είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους ή συνηθέστερα παρουσιάζουν ισχυρή εξάρτηση μεταξύ τους. Οι καταστάσεις που χρήζουν πρόβλεψης ποικίλουν ανάλογα με τον ορίζοντα πρόβλεψης, τους παράγοντες που καθορίζουν τα αποτελέσματα των διάφορων διαδικασιών, τους τύπους των δεδομένων που είναι διαθέσιμα όπως και από πολλούς άλλους παράγοντες. Για να μπορούν λοιπόν οι προβλέψεις να ανταποκριθούν στις διάφορες αυτές εφαρμογές που καλούνται να βοηθήσουν έχει σημειωθεί μεγάλη βελτίωση και ανάπτυξη των μεθοδολογιών που χρησιμοποιούνται. Οι σημαντικές κατηγορίες προβλέψεων απεικονίζονται σχηματικά βάσει του παρακάτω σχήματος ιεράρχησης έτσι ώστε να δημιουργηθεί μία συνολική εικόνα για τους τρόπους αντιμετώπισης ενός προβλήματος που χρίζει πρόβλεψης. Μετά το διάγραμμα αυτό ακολουθείται και η ανάλυση των σημαντικών εννοιών που παρουσιάζονται στο διάγραμμα όπως επίσης και βασικές έννοιες που υποκρύπτονται στην χρήση των κατηγοριών αυτών.

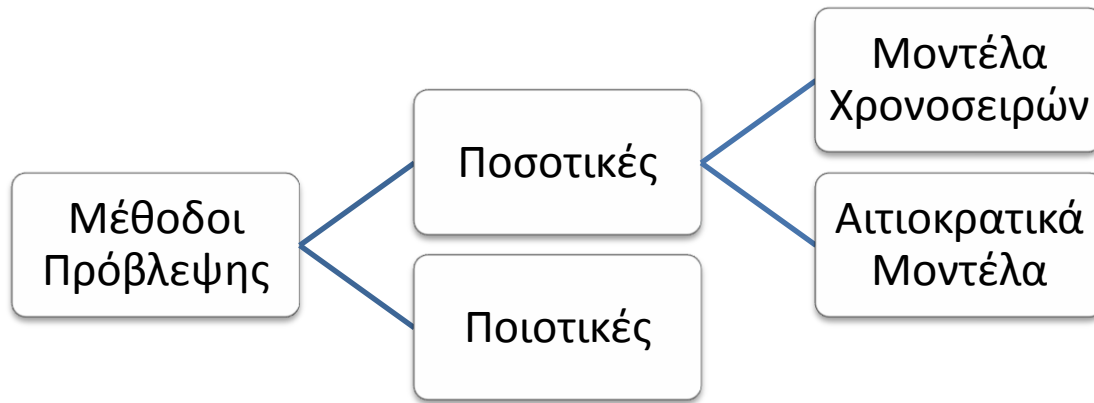


Figure 1 - Κατηγοριοποίηση Μεθόδων Πρόβλεψης

## 2.1 Ποσοτικές Μέθοδοι

Για να μπορεί να γίνει η εφαρμογή των ποσοτικών μεθόδων πρέπει να ικανοποιούνται οι εξής συνθήκες:

- Να είναι διαθέσιμη πληροφορία για το παρελθόν.
- Η προαναφερόμενη πληροφορία να μπορεί να ποσοτικοποιηθεί.
- Να γίνει η υπόθεση ότι κάποιοι έστω παράγοντες και εκφάνσεις του παρελθόντος θα επαναληφθούν και στο μέλλον (υπόθεση σταθερότητας).

Οι ποσοτικές μέθοδοι πρόβλεψης διαφοροποιούνται ικανοποιητικά μεταξύ τους και έχουν εξελιχθεί σημαντικά στην εφαρμογή τους για διάφορους σκοπούς. Η κάθε μία έχει τη δική της ακρίβεια, ιδιότητες και κόστη που πρέπει να ληφθούν υπόψη πριν επιλεγεί ως κατάλληλη για την παραγωγή των προβλέψεων στο κάθε ζήτημα που εμφανίζεται. Οι ποσοτικές μέθοδοι χωρίζονται ομοίως σε κατηγορίες ανάλογα με τα κύρια χαρακτηριστικά τους έτσι ώστε να γίνεται απλούστερη η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου ανά περίπτωση, όπως φαίνεται και στο γενικό διάγραμμα που έχει παρουσιαστεί. Παρά την ανάπτυξη και εξέλιξη των ποσοτικών μεθόδων πρόβλεψης, υπάρχει μεγάλη διαμάχη για την χρησιμότητα τους. Υπάρχει μεγάλο ποσοστό ανθρώπων που αμφισβητεί την αξία των προβλέψεων βασιζόμενοι στη διαρκή εξέλιξη. Παρά όμως τις διαρκείς αλλαγές που κανείς δεν μπορεί να αμφισβητήσει, κάποια βασικά χαρακτηριστικά επαναλαμβάνονται και στο μέλλον ως ένα βαθμό.

Μία επιπλέον διάσταση των ποσοτικών μεθόδων είναι η κατηγοριοποίηση τους σύμφωνα με το μοντέλο που υπονοείται από τα αντίστοιχα δεδομένα. Προκύπτουν λοιπόν δύο βασικές κατηγορίες:

### - Αιτιοκρατικό Μοντέλο

Το αιτιοκρατικό μοντέλο υποθέτει ότι η υπό πρόβλεψη μεταβλητή έχει μία αιτιοκρατική σχέση με μία άλλη, ανεξάρτητη μεταβλητή. Η σχέση αυτή προφανώς είναι μοναδική. Τα αιτιοκρατικά μοντέλα μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε πολλές εφαρμογές. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι η εθνική οικονομία, η αγορά μίας επιχείρησης και άλλα.

## *- Μοντέλο Χρονοσειρών*

Το μοντέλο των χρονοσειρών σε αντίθεση με το αιτιοκρατικό μοντέλο δεν αναλύει τη σχέση που υπάρχει μεταξύ της υπό εξέταση μεταβλητής και άλλων ανεξάρτητων μεταβλητών αλλά θεωρεί το συνολικό σύστημα ως ένα μαύρο κουτί και δεν ασχολείται καθόλου με τους παράγοντες που το επηρεάζουν. Γι αυτόν τον λόγο και η πρόβλεψη για το μέλλον βασίζεται αποκλειστικά σε ιστορικά δεδομένα της υπό εξέτασης μεταβλητής και σε σφάλματα που προκύπτουν από αυτές. Ο σκοπός της χρήσης τέτοιων μεθόδων πρόβλεψης είναι η εύρεση ενός μοντέλου που ακολουθεί η αντίστοιχη παρατήρηση και η προέκτασή του στο μέλλον.

Και τα δύο μοντέλα έχουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα σε διάφορες εφαρμογές. Η επιλογή τους κρίνεται εν γένει από τα διαθέσιμα δεδομένα, τις συνθήκες που επικρατούν στην αντίστοιχη περίπτωση και κυρίως από τον στόχο προς επίτευξη μέσω της πρόβλεψης.

### *2.2 Ποιοτικοί μέθοδοι*

Οι ποιοτικές μέθοδοι δεν απαιτούν δεδομένα όπως οι ποσοτικές. Οι είσοδοι αυτών των μεθόδων είναι συνήθως προϊόντα κριτικής και συσσωρευμένης γνώσης και ως επί τω πλείστω από εκπαιδευμένους ή ειδικούς ανθρώπους. Ομοίως και αυτές οι μέθοδοι ποικίλουν ανάλογα με το κόστος, την πολυπλοκότητα και την αξία τους. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν ξεχωριστά είτε και σε συνδυασμό με τις ποσοτικές μεθόδους.

Οι ποσοτικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται εν γένει για να παρέχουν συμβουλές και βοήθεια στο σχεδιασμό της στρατηγικής μίας επιχείρησης και για να δίνουν ποιοτικές προβλέψεις παρά για να παρέχουν μία ακριβή ποσοτική πρόβλεψη που θα καθορίσει μία επικείμενη διαδικασία. Παρά το γεγονός ότι η εγκυρότητα τους έχει πολλές φορές αμφισβητηθεί λόγω της υποκειμενικότητας που εμπεριέχεται, συχνά παρέχουν πολύ σημαντικές πληροφορίες στα διευθυντικά στελέχη (managers).

Σε γενικές γραμμές, οι ειδικοί που καλούνται να κάνουν τις προβλέψεις, έχουν στη διάθεση τους μία πληθώρα από μεθόδους πρόβλεψης που ποικίλουν σε τομείς όπως η ακρίβεια, ο σκοπός, η έκταση, ο χρονικός ορίζοντας και το κόστος. Υπάρχουν στοιχεία – κλειδιά που καθορίζουν ποια μέθοδος πρέπει να εφαρμοστεί ανά περίπτωση, σε τι βαθμό πρέπει να δοθεί εμπιστοσύνη στην αντίστοιχη πρόβλεψη και πόση τροποποίηση απαιτείται στην εξαγόμενη πρόβλεψη μέσω κριτικής επέμβασης πριν η πρόβλεψη αυτή αποτελέσει βάση του σχεδιασμού μελλοντικών διαδικασιών.

### *2.3 Βασικά Βήματα Προβλέψεων.*

#### **Βήμα 1. Ορισμός του προβλήματος**

Ο πλήρης και σωστός ορισμός του κάθε προβλήματος είναι από τις δυσκολότερες διεργασίες στην επιστήμη των προβλέψεων. Περιλαμβάνει την βαθύτατη κατανόηση της αντίστοιχης κατάστασης, του τρόπου που θα χρησιμοποιηθούν οι προβλέψεις, την αναγνώριση αυτών που θα τις χρησιμοποιήσουν και πως η αντίστοιχη μέθοδος θα προσαρμοστεί στα δεδομένα.



## **Βήμα 2. Συλλογή Πληροφοριών.**

Εν γένει υπάρχουν δύο είδη διαθέσιμων πληροφοριών: οι στατιστικές, αναπαράσταση δεδομένων με αριθμητικές τιμές και η συσσωρευμένη εμπειρία και κρίση των ειδικών. Και οι δύο κατηγορίες των πληροφοριών πρέπει να λαμβάνονται υπόψη. Η συλλογή των ιστορικών δεδομένων για τα υπό εξέταση στοιχεία είναι πολύ σημαντική διότι αποτελούν την βάση στην οποία θα αναπτυχθεί και θα προσαρμοστεί η αντίστοιχη μέθοδος πρόβλεψης που θα μας δώσει τις προβλέψεις.

## **Βήμα 3. Προκαταρκτική - Διερευνητική Ανάλυση.**

Ο σκοπός αυτού του βήματος είναι η εύρεση του προτύπου που ακολουθούν τα δεδομένα και γενικά η εξαγωγή σημαντικών πληροφοριών από τα διαθέσιμα ιστορικά δεδομένα. Συνήθης τρόπος επίτευξης των παραπάνω είναι εν γένει η οπτικοποίηση των δεδομένων μέσω της γραφικής τους απεικόνισης. Αυτό το βήμα υποδεικνύει και ποιες ποσοτικές μέθοδοι ενδείκνυνται για χρήση.

## **Βήμα 4. Επιλογή και Προσαρμογή του Μοντέλου**

Αυτό το βήμα περιλαμβάνει την επιλογή και την προσαρμογή του αντίστοιχου ποσοτικού μοντέλου στα εκάστοτε δεδομένα. Υπάρχει πληθώρα μεθοδολογιών διαθέσιμες στους ειδικούς που κάνουν τις προβλέψεις. Η επιλογή όμως του σωστού μοντέλου δεν είναι πάντα εύκολη διαδικασία, παρά την μεγάλη ανάπτυξη και εξέλιξη τους. Υπάρχουν πολλοί παράγοντες που πρέπει να ληφθούν υπόψη. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ο ορίζοντας πρόβλεψης. Συχνά είναι απαραίτητες διάφορες προσομοιώσεις επίσης πριν εξαχθεί κάποιο συμπέρασμα.

## **Βήμα 5. Χρήση και Αξιολόγηση του Μοντέλου Πρόβλεψης.**

Μετά τη συνετή επιλογή του κατάλληλου ανά περίπτωση μοντέλου πρόβλεψης και της σωστή εκτίμησης των παραμέτρων του, το μοντέλο καλείται να παράγει τις προβλέψεις και οι οποίες θα αξιολογηθούν. Από την αξιολόγηση αυτή, δηλαδή από τη σύγκρισή τους με τις πραγματικές τιμές θα αξιολογηθεί και το μοντέλο πρόβλεψης για την συγκεκριμένη εφαρμογή στο σύνολο του. Η διαδικασία της πρόβλεψης δεν είναι ολοκληρωμένη όταν το μοντέλο απλά προσαρμοστεί στα δεδομένα αλλά μόνο όταν οι παραχθείσες προβλέψεις αξιολογηθούν, δηλαδή γίνουν γνωστές οι αντίστοιχες πραγματικές τιμές.

Πρέπει να τονιστεί όμως, ότι η ακρίβεια στις μελλοντικές προβλέψεις δεν είναι το μοναδικό κριτήριο που πρέπει να λαμβάνεται ως κατευθυντήριο για την αξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης. Μια επιτυχημένη πρόβλεψη μπορεί να είναι ένα ερέθισμα για ανάληψη σημαντικής δράσης μέσα σε μία επιχείρηση. Γενικά στα πλαίσια μίας επιχείρησης, οι προβλέψεις λειτουργούν ως νέες πληροφορίες μέσω του βασικού στόχου τους να βελτιώσουν την πιθανότητα ενός επιθυμητού αποτελέσματος.

Όμως όποιος και να είναι ο ρόλος τους μέσα σε κάθε επιχείρηση η σημασία τους είναι προφανής σε διάφορες πτυχές της επιχειρηματικής δραστηριότητας και αυτός είναι και ο κύριος λόγος της ραγδαίας τους εξέλιξης και ανάπτυξης. Στην παρούσα διπλωματική εργασία λοιπόν θα δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στη σημασία της

πρόβλεψης ζήτησης και στην επίδραση της στην αποθεματική πολιτική που ακολουθείται σε μία επιχείρηση. Τα υπό εξέταση ιστορικά δεδομένα έχουν ως κύριο χαρακτηριστικό τη σποραδική τιμή εμφάνισης μηδενικών τιμών και αυτός είναι και ο λόγος που η εύρεση ακριβέστερης μεθοδολογία πρόβλεψης καθίσταται σημαντική. Αν ληφθεί υπόψη ότι τα εν λόγω στοιχεία σχετίζονται με αποθέματα επιχειρήσεων που αποτελούν σημαντικό κομμάτι της παρουσίας των αντίστοιχων επιχειρήσεων γίνεται ακόμα εντονότερη η ανάγκη πρόβλεψης των μελλοντικών τιμών τους. Στα πλαίσια λοιπόν της πρακτικής εφαρμογής των προβλέψεων στη αποθεματική πολιτική και στη σημασία τους στην κατάσταση της στρατηγικής της επιχείρησης, η παρούσα διπλωματική εργασία δομείται ως εξής: αρχικά αναλύονται βασικές έννοιες και χαρακτηριστικά των χρονοσειρών. Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο γίνεται και η αναπαράσταση των δεδομένων της ζήτησης, τα οποία είναι τα υπό μελέτη στοιχεία. Ταυτόχρονα αναφέρονται και βασικά στοιχεία της ζήτησης και η σύνδεσή της με την αποθεματική πολιτική αλλά και η αναγκαιότητα πρόβλεψης της. Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται μία γενική ανασκόπηση των βασικών μεθόδων πρόβλεψης ενώ πιο αναλυτικά παρουσιάζονται οι ποσοτικές και ευρέως διαδεδομένες μέθοδοι πρόβλεψης που χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία όπως επίσης και οι δείκτες αξιολόγησης που θα χρησιμοποιηθούν στο πειραματικό μέρος. Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζεται η προτεινόμενη μεθοδολογία και γενικότερα η διαδικασία που ακολουθήθηκε στη παρούσα διπλωματική εργασία αναλυτικά. Ακολούθως στο κεφάλαιο 6 παρατίθενται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων και της γενικότερης πειραματικής διαδικασίας και τέλος ακολουθεί το τελευταίο κεφάλαιο στο οποίο αναφέρονται τα κύρια συμπεράσματα αλλά και οι προοπτικές και τα πεδία ερευνητικής μελέτης που ανοίχθηκαν από αυτήν την εργασία.

## 3 Χρονοσειρές – Ζήτηση

### 3.1. Εισαγωγή

Για την εξαγωγή των προβλέψεων αλλά και γενικότερα για την εξαγωγή συμπερασμάτων που προκύπτουν τόσο από στατιστικές προσεγγίσεις όσο γενικότερα από τη μελέτη ενός δείγματος, σημαντικό εργαλείο είναι η συλλογή και η διαχείριση εν γένει μεγάλου όγκου ιστορικών στοιχείων που ονομάζονται δεδομένα. Κατά συνέπεια απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή στον τρόπο συλλογής των δεδομένων, στην εγκυρότητα τους, αλλά και στην μετέπειτα επεξεργασία και αναπαράσταση τους έτσι ώστε να επιτευχθεί η μέγιστη δυνατή άντληση πληροφοριών από αυτά.

Στην κοινότητα των προβλέψεων, δίνεται ιδιαίτερη βαρύτητα σε δύο κύριους τύπους στατιστικών παρατηρήσεων: στα *διαστρωματικά* στοιχεία τα οποία έχει επικρατήσει να ονομάζονται με την αγγλική ορολογία ως *cross – sectional data* και στις χρονολογικές σειρές που έχει επικρατήσει να ονομάζονται *χρονοσειρές δεδομένων ή time series*. Τα *cross – sectional* δεδομένα αποτελούνται από πολλές παρατηρήσεις για ένα συγκεκριμένο μέγεθος για το ίδιο χρονικό διάστημα ενώ οι *χρονοσειρές* αποτελούνται από μία αλληλουχία διαχρονικών παρατηρήσεων του ίδιο μεγέθους. Λόγω της φύσης του αντικειμένου μελέτης της παρούσης διπλωματικής εργασίας, θα δοθεί έμφαση στην ανάλυση των χρονοσειρών καθώς αποτελούν δομικό στοιχείο της παρούσης μελέτης αλλά και γενικότερα της μεθοδολογίας των προβλέψεων.

### 3.2 Ανάλυση έννοιας Χρονοσειράς

Οι χρονοσειρές αποτελούν ένα σύνολο διαδοχικών παρατηρήσεων της τιμής κάποιου φυσικού ή άλλου μεγέθους. Θα μπορούσε να γίνει διαχωρισμός των χρονοσειρών σε δύο βασικές κατηγορίες βάσει των διαδικασιών που καθορίζουν τις επόμενες τιμές των χρονοσειρών. Συνεπώς θα μπορούσαν να κατηγοριοποιηθούν σε *ντετερμινιστικές*, οι οποίες έχουν ως κύριο χαρακτηριστικό ότι οι διαδοχικές αυτές παρατηρήσεις δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους αλλά οι μελλοντικές τιμές μπορούν να προσδιοριστούν από τις προηγούμενες και τις *στοχαστικές*, στις οποίες οι τιμές των μελλοντικών παρατηρήσεων προκύπτουν από μια στοχαστική διαδικασία και δεν περιγράφονται πλήρως από το παρελθόν των αντίστοιχων τιμών. Ωστόσο, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη πραγματικών χρονοσειρών, δηλαδή δεδομένων που αντιπροσωπεύουν ένα πραγματικό μέγεθος, καθώς η εξέλιξη αυτών των μεγεθών είναι εν γένει άγνωστη και χρήζει πρόβλεψης. Στην πραγματικότητα όμως, η πλειοψηφία των πραγματικών χρονοσειρών που εμφανίζονται επηρεάζονται από έναν τυχαίο παράγοντα καθώς όπως είναι γνωστό το μέλλον καθορίζεται μερικώς μόνο από το παρελθόν. Έτσι εν γένει θεωρείται ότι οι χρονοσειρές αντιπροσωπεύουν στοχαστικές διαδικασίες.

Ο διαχωρισμός των χρονοσειρών που αναφέρθηκε, δεν είναι τόσο προφανής πάντα. Παρ' όλα αυτά, μία τέτοια κατηγοριοποίηση είναι χρήσιμη σε αυτό το σημείο έτσι ώστε να γίνει αντιληπτή η σημασία του πλήρους προσδιορισμού των παραγόντων που επηρεάζουν την εξέλιξη μίας χρονοσειράς είτε είναι τυχαίο είτε όχι.

### 3.3 Αναπαράσταση χρονοσειρών

Είναι προφανές ότι η έννοια της χρονοσειράς είναι σύμφυτη με την ύπαρξη παρελθουσών τιμών για την περιγραφή του αντίστοιχου μεγέθους. Οι τιμές του μεγέθους που αφορούν περασμένες χρονικές περιόδους αποτελούν και την ιστορία του αντίστοιχου μεγέθους ή όπως έχει επικρατήσει να ονομάζεται τα ιστορικά δεδομένα. Το πρόβλημα που αρχίζει να εμφανίζεται όμως είναι ο μεγάλος όγκος δεδομένων για τη περιγραφή απλά και μόνο ενός μεγέθους. Αν θεωρηθεί δεδομένη και η μελέτη αρκετών διαφορετικών μεγεθών στα πλαίσια των προβλέψεων τότε γίνεται προφανής η ανάγκη για μία πιο απτή αναπαράσταση των ιστορικών δεδομένων και γενικότερα για μία πιο εύληπτη παρουσίαση της κάθε χρονοσειράς. Αποτέλεσμα αυτής της παρατήρησης είναι η δισδιάστατη γραφική απεικόνιση των πραγματικών τιμών των διαθέσιμων δεδομένων ως προς το χρόνο. Η απεικόνιση αυτή αποτελεί ένα πολύ σημαντικό εργαλείο τόσο για την ανάλυση της αντίστοιχης χρονοσειράς όσο και για τη διαδικασία πρόβλεψης. Κύριοι τύποι γραφημάτων που χρησιμοποιούνται για την γραφική αναπαράσταση χρονοσειρών είναι:

- *Διαγράμματα Χρόνου (time plots)*. Είναι το πλέον προφανές και χρησιμοποιηθέν γράφημα και αναπαριστά τα δεδομένα στην πάροδο του χρόνου. Μέσω αυτών των διαγραμμάτων γίνονται άμεσα αντιληπτά η τάση των δεδομένων, η εποχικότητα όπως και άλλα βασικά συστατικά των χρονοσειρών.
- *Εποχιακά Διαγράμματα (seasonal plots)*. Ενδείκνυνται για χρονοσειρές που εμφανίζουν έντονη εποχικότητα.
- *Διαγράμματα Διασποράς (scatter plots)*. Σε αυτό το διάγραμμα κάθε σημείο παρουσιάζει διαφορετικό προϊόν, υπηρεσία ή ακόμα και διαφορετικό τύπο του ίδιου του προϊόντος, και το συνολικό διάγραμμα δείχνει τη σχέση μεταξύ δύο διαφορετικών μεγεθών, χαρακτηριστικών που αφορούν το αντίστοιχο σημείο, τα οποία αναπαρίστανται ποσοτικοποιημένα στους δύο κάθετους άξονες. Μία τέτοιας κατηγορίας γράφημα, βοηθάει στην οπτικοποίηση της σχέσης των μεγεθών για το υπό μελέτη δείγμα και υποδεικνύει αντίστοιχα τις μεταβλητές που πρέπει να παραμετροποιηθούν κατάλληλα στο μοντέλο πρόβλεψης που θα χρησιμοποιηθεί.

Από την οπτικοποίηση των παρατηρήσεων καθίσταται ευκολότερη η διαδικασία αναγνώρισης των ποιοτικών χαρακτηριστικών της αντίστοιχης χρονοσειράς όπως τάση, κυκλικότητα, εποχιακότητα και άλλων που θα αναλυθούν εκτενέστερα στην επόμενη παράγραφο αλλά και η εύρεση ακραίων εσφαλμένων ή ιδιαίτερων τιμών, τις οποίες ο αναλυτής μπορεί να διαπιστώσει, να διορθώσει ή να αντιμετωπίσει κατάλληλα άμεσα.

### 3.4 Ανάλυση ποιοτικών χαρακτηριστικών χρονοσειράς

Πέρα της γενικής περιγραφής της χρονοσειράς, σημαντική είναι ομοίως και η ανάλυση της στα βασικά χαρακτηριστικά της. Οι μέθοδοι ανάλυσης των χρονοσειρών ασχολούνται κυρίως με την αποσύνθεση της διακύμανσης της χρονοσειράς σε τέσσερα βασικά στοιχεία: *την τάση, την κυκλικότητα, την εποχιακότητα και τις μη κανονικές διακυμάνσεις*. Αρχικά θα γίνει αναφορά στα τρία πρώτα ποιοτικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών καθώς οι μη κανονικές διακυμάνσεις στα πλαίσια των χρονοσειρών θα αναφερθούν εκτενέστερα στη συνέχεια όντας η κύρια

ιδιομορφία που προσπαθεί να αντιμετωπιστεί στα πλαίσια της παρούσης διπλωματικής εργασίας.

Η *τάση* είναι το πρώτο συστατικό μίας χρονοσειράς και ορίζεται ως μια «μακροπρόθεσμη» μεταβολή του μέσου επιπέδου τιμών μίας χρονοσειράς. Το πρόβλημα με τον προαναφερθέν ορισμό είναι ποια μεταβολή θεωρείται μακροπρόθεσμη έτσι ώστε να μπορεί να ληφθεί η αντίστοιχη αύξηση ή μείωση στο μέσο επίπεδο. Η απάντηση σε αυτό το ερώτημα ποικίλει ανάλογα την περίπτωση που εξετάζεται ενώ ταυτόχρονα είναι αναγκαία η ύπαρξη ικανοποιητικού όγκου παρελθόντων δεδομένων, δηλαδή ιστορικών στοιχείων έτσι ώστε να μπορεί με ασφάλεια να εξαχθεί κάποιο συμπέρασμα για την τάση.

Η *κυκλικότητα* είναι το δεύτερο συστατικό και αντικατοπτρίζει μία μεταβολή που εμφανίζεται κατά περιόδους. Συνήθως οφείλεται σε εξωγενείς συνθήκες ενώ οι περίοδοι δεν είναι κατ' ανάγκη σταθερές και ούτε το μήκος μεγαλύτερο του έτους. Εν γένει, οι κυκλικές μεταβολές εμφανίζονται κυρίως σε βασικά οικονομικά μεγέθη όπως για παράδειγμα του Ακαθάριστου Εθνικού Προϊόντος και είναι γνωστές με την ονομασία επιχειρηματικός κύκλος.

Η *εποχιακότητα* είναι το τρίτο ποιοτικό χαρακτηριστικό μίας χρονοσειράς και ορίζεται ως μια περιοδική διακύμανση η οποία έχει σταθερό αλλά μικρότερο του έτους μήκος. Η διακύμανση αυτή δεν παρουσιάζει ιδιαίτερη δυσκολία τόσο στην αναγνώριση της όσο και στον τρόπο αντιμετώπισης της καθώς οι αλλαγές που προκαλεί στη μορφή της χρονοσειράς επαναλαμβάνονται ακριβώς με τον ίδιο τρόπο κατά την πάροδο του χρόνου και μάλιστα σε ίδια χρονικά διαστήματα. Η εποχιακότητα ακριβώς λόγω της κανονικότητας της, αντιμετωπίζεται με την εύρεση αντίστοιχων δεικτών αποεποχικοποίησης για το αντίστοιχο χρονικό διάστημα, όπου η διαίρεση των πραγματικών τιμών της χρονοσειράς με τους δείκτες της αντίστοιχης περιόδου δίνει τα επονομαζόμενα αποεποχικοποιημένα δεδομένα. Ουσιαστικά τα αποεποχικοποιημένα δεδομένα δεν είναι τίποτα άλλο πέρα από τα δεδομένα της πραγματικής χρονοσειράς απαλλαγμένα από την προαναφερθείσα κανονικοποιημένη συμπεριφορά, οπότε προκύπτει μία πιο εξομαλυμένη χρονοσειρά.

Οι *μη κανονικές διακυμάνσεις* είναι το τελευταίο κατά σειρά συστατικό μιας τυχαίας χρονοσειράς όμως είναι και το πιο δύσκολο αντιμετωπίσιμο και αναγνωρίσιμο χαρακτηριστικό μίας χρονοσειράς. Συνήθως αυτές οι διακυμάνσεις αντιπροσωπεύουν την επιρροή μιας στοχαστικής διαδικασίας στην εξέλιξη του υπό μελέτη μεγέθους ή κάποια ασυνέχεια που συνδέεται με κάποιο εξαιρετικό γεγονός. Ακριβώς λόγω της στοχαστικής φύσης της εμφάνισης και της μεταβολής των παραμέτρων που προκαλούν αυτές τις διακυμάνσεις, εν γένει θεωρούνται ως εκείνες που απομένουν όταν η τάση, η κυκλικότητα και η εποχιακότητα έχουν απομονωθεί.

Οι μη κανονικές διακυμάνσεις είναι κύριο χαρακτηριστικό των περισσότερων χρονοσειρών και είναι το εκείνο το στοιχείο που απασχολεί ιδιαίτερα τους ερευνητές. Επίσης, πέρα από διακυμάνσεις που γίνεται να εξαλειφθούν άμεσα από τη χρονοσειρά υπάρχουν επίσης και οι *ασυνέχειες*, οι οποίες θεωρούνται υποσύνολο των μη κανονικών διακυμάνσεων και είναι εκείνες που προκαλούν πρόβλημα στην εφαρμογή κάποιου προτύπου συμπεριφοράς έτσι ώστε να προκύψει μια μελλοντική τιμή για την αντίστοιχη χρονοσειρά. Το πρόβλημα εφαρμογής συγκεκριμένων

προτύπων σε αυτές τις χρονοσειρές είναι και ο κύριος λόγος της περαιτέρω ανάλυσης και μελέτης τους που θα ακολουθήσει.

Οι ασυνέχειες εν γένει είναι απότομες αλλαγές που εμφανίζονται στην εξέλιξη της χρονοσειράς και δε θα μπορούσαν να προβλεφθούν από τα ιστορικά δεδομένα της αντίστοιχης χρονοσειράς. Αυτές οι απότομες αλλαγές μπορεί να έχουν περιοδικό ή μόνιμο χαρακτήρα. Οι ασυνέχειες με περιοδικό χαρακτήρα έχει επικρατήσει να ονομάζονται σύμφωνα με την αγγλική ορολογία ως *special events* ή *outliers* και κύριο χαρακτηριστικό τους είναι η μικρή σε χρονική διάρκεια επίδραση τους. Η αναγνώριση τους δεν είναι τόσο εύκολη διαδικασία είτε λόγω της μικρής χρονικής τους διάρκειας είτε λόγω των διαφόρων άλλων παραγόντων που επηρεάζουν την ίδια χρονοσειρά τις ίδιες χρονικές περιόδους. Έτσι η κατάταξη κάποιων τιμών ως *special events* απαιτεί εξίσου θεωρητική γνώση, κριτική ικανότητα και κοινή λογική από την πλευρά του ερευνητή που θα τα αναγνωρίσει.

Η δεύτερη κατηγορία των ασυνεχειών είναι εκείνες με πιο μόνιμο χαρακτήρα που ονομάζονται *level – shifts*. Οι ασυνέχειες αυτές εμφανίζονται ομοίως ως απότομες αλλαγές αλλά δεν επηρεάζουν απλά κάποιες τιμές για μικρές χρονικές περιόδους. Αντιθέτως η επιρροή τους έγκειται σε αλλαγή του μέσου επιπέδου τιμών της χρονοσειράς. Προς διασαφήνιση αυτών των δύο κατηγοριών θα ακολουθήσουν κάποια παραδείγματα από κάθε κατηγορία έτσι ώστε να αποφευχθεί πιθανή σύγχυση τους. Χαρακτηριστικό παράδειγμα ενός *outlier* είναι η δραματική πτώση της παραγωγικής διαδικασίας μίας βιομηχανίας που οφείλεται σε απεργία των εργαζομένων. Το *outlier* σε αυτή τη περίπτωση, όπως και γενικότερα, αντιπροσωπεύει κάποιο εξαιρετικό και απρόβλεπτο γεγονός όπως είναι η απεργία. Δεν είναι προγραμματισμένο γεγονός, όπου κάποιος θα μπορούσε να προβλέψει την επίδραση της, παρ' όλα αυτά το γεγονός – απεργία επιδρά με έντονο τρόπο στο αποτέλεσμα της παραγωγικής διαδικασίας και κατ' επέκταση στο σύνολο της αγοράς. Σε αντίθεση, ένα παράδειγμα ασυνέχειας *level – shift*, είναι η πτώση του επιπέδου των πωλήσεων μία εταιρείας λόγω εισαγωγής στην αγορά μιας ανταγωνίστριας εταιρείας. Μετά από την απότομη μείωση του επιπέδου των πωλήσεων την χρονική στιγμή εισόδου της ανταγωνίστριας εταιρείας, έπεται η σταθεροποίηση των τιμών των πωλήσεων απλά σε χαμηλότερο επίπεδο. Όπως είναι προφανές η κατηγοριοποίηση των διαφόρων γεγονότων δεν είναι τόσο προφανής και συχνά υπάρχει σύγχυση στο διαχωρισμό τους, εξού και απαιτείται τόσο η γνώση του αντίστοιχου γνωστικού επιπέδου όσο και η κοινή λογική και εμπειρία.

Για να γίνει αντιληπτή η σημασία χρήσης της γραφικής αναπαράστασης των δεδομένων μίας χρονοσειράς που αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο του κεφαλαίου, αλλά και η εμφάνιση ή μη, σημαντικών χαρακτηριστικών τους, έπονται δύο παραδείγματα χρονοσειρών με αντίστοιχο σχολιασμό για την διασαφήνιση των προαναφερθέντων εννοιών.



Figure 2- Παραγωγή Μπύρας 1992- 2006

Το γράφημα της πρώτης χρονοσειράς, αναπαριστά την παραγωγή από το έτος 1992 έως το 2006 στην Αυστραλία.

Από το παραπάνω γράφημα, είναι έντονη η εμφάνιση εποχιακότητας στα δεδομένα που αναπαρίστανται. Επίσης, παρατηρείται μέγιστο στην παραγωγή μπύρας κατά τους μήνες Νοέμβριο και Δεκέμβριο γεγονός λογικό αν ληφθεί υπ' όψη ότι είναι ως προετοιμασία για τα Χριστούγεννα και δεδομένου του κλίματος του Αυστραλίας εκείνες τις περιόδους. Οι εποχιακές χρονοσειρές πολλές φορές ονομάζονται και περιοδικές παρά το γεγονός ότι δεν επαναλαμβάνονται με τον ίδιο τρόπο σε όλα τα έτη. Τέλος, επικρατεί η αναπαράσταση εποχιακών χρονοσειρών σε εποχιακά διαγράμματα, δηλαδή ο άξονας του χρόνου να αναπαριστά τις εποχές και με όμοιο τρόπο να παρουσιάζονται και τα δεδομένα, για την πιο άμεση εξαγωγή συμπερασμάτων.

Στο επόμενο διάγραμμα αναπαρίστανται, οι πωλήσεις ενός προϊόντος C, μίας μεγάλης εταιρείας πετρελαιοειδών. Πιο συγκεκριμένα, πρόκειται για ένα λιπαντικό που όπως είναι εμφανές, πωλείται μόνο σε μεγάλου ύψους παραγγελίες, κατά περιόδους. Δηλαδή υπάρχουν χρονικές περίοδοι όπου οι πωλήσεις του είναι μηδενικές ενώ σε άλλες είναι αρκετά υψηλές. Για να μπορέσει να προβλεφθεί μία τέτοιας φύσης μεταβλητή, πρέπει πρώτα να ευρεθεί η φύση της αγοράς που πωλείται το προϊόν, οι πιθανοί αγοραστές και οι μελλοντικές τους ανάγκες.

### c. Sales of product C

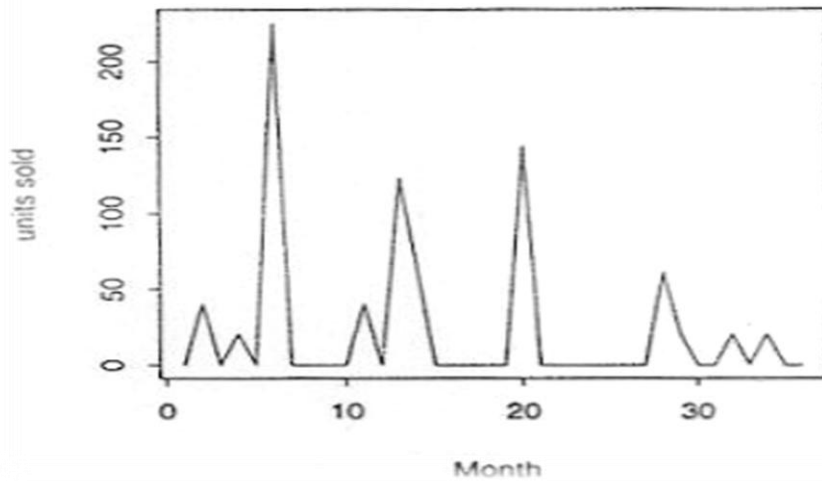


Figure 3- Πωλήσεις προϊόντος C

Όπως προκύπτει και από το δεύτερο παράδειγμα της χρονοσειράς του προϊόντος C, ένα άλλο πρόβλημα που καλούνται να επιλύσουν οι αναλυτές των χρονοσειρών είναι οι μηδενικές ή οι κενές τιμές. Είναι γεγονός πως η συλλογή αλλά και η διαχείριση των δεδομένων είναι μία δύσκολη και χρονοβόρα διαδικασία. Είναι συχνό φαινόμενο επίσης, η έλλειψη τιμών ή η ύπαρξη μηδενικών τιμών οι οποίες δυσχεραίνουν ή ενίοτε εμποδίζουν την εφαρμογή των στατιστικών μεγεθών. Παρότι οι μηδενικές αλλά και οι ελλειπούσες τιμές αποτελούν και οι δύο πρόβλημα στην εφαρμογή των επιλεχθέντων στατιστικών μεθόδων πρέπει να υπογραμμιστεί η μεταξύ τους διαφορά καθώς ως έννοιες δεν ταυτίζονται. Ως εκ τούτου, είναι και διαφορετικός ο τρόπος αντιμετώπισης τους στην εκάστοτε περίπτωση.

Αρχικά λοιπόν, οι κενές τιμές αφορούν περιπτώσεις όπου η τιμή κάποιων περιόδων δεν έχει καταγραφεί ή αποθηκευτεί στη βάση δεδομένων. Ο λόγος για τον οποίο δεν υπάρχουν οι αντίστοιχες τιμές εξαρτάται από την εκάστοτε περίπτωση. Χαρακτηριστικά παραδείγματα από αιτίες που προκαλούν την έλλειψη τιμών είναι η αστοχία του χρησιμοποιηθέντος πληροφοριακού συστήματος ή λάθους από την πλευρά του υπεύθυνου χρήστη. Όμως αντικείμενο των αναλυτών είναι η διαχείριση και η αντιμετώπιση των κενών τιμών ανεξαρτήτως των αιτιών αλλά ανάλογα με την αντίστοιχη περίπτωση. Η γενικότερη μεθοδολογία που ακολουθείται για την αντιμετώπιση των κενών τιμών είναι η εξής:

- Εύρεση της αντίστοιχης τιμής από άλλες έγκυρες πηγές ή ο απευθείας ορισμός της αν υπάρχει ασφαλής κριτική εκτίμηση.
- Λαμβάνεται ίση με το ημιάθροισμα της προηγούμενης και της επόμενης παρατήρησης. Για να αντιμετωπιστεί η κενή τιμή με αυτόν τον τρόπο η αντίστοιχη χρονοσειρά θα πρέπει να χαρακτηρίζεται από στασιμότητα, να μην παρατηρείται εποχιακή συμπεριφορά και προφανώς να μην υπάρχουν διπλάνες κενές τιμές.
- Λαμβάνεται ίση με το μέσο όρο των τιμών των αντίστοιχων χρονικών περιόδων στην περίπτωση που η χρονοσειρά παρουσιάζει εποχιακή συμπεριφορά. Δηλαδή στην περίπτωση μία χρονοσειράς που αναπαριστά



δεδομένα πωλήσεων από πλαστικά τραπέζια που προφανώς υπάρχει μεγαλύτερη ζήτηση κατά την περίοδο του καλοκαιριού, αν λείπει η τιμή για τις πωλήσεις του Ιουλίου τότε προτείνεται να συμπληρωθεί η αντίστοιχη τιμή ως μέσος όρος των προηγούμενων Ιουλίων.

Όμοιες μεθοδολογίες για την αντιμετώπιση των κενών τιμών χρησιμοποιούνται και ανάλογα την φύση της αντίστοιχη χρονοσειράς.

Διαφορετική αντιμετώπιση χρήζουν οι μηδενικές τιμές οι οποίες αποτελούν μία διαφορετική κατηγορία των “ιδιόρρυθμων” τιμών μιας χρονοσειράς. Αυτές οι τιμές διακρίνονται σε δύο κατηγορίες. Αρχικά, είναι οι μηδενικές τιμές που καταγράφηκαν ως μηδενικές λόγω σφάλματος του πληροφοριακού συστήματος και δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα. Αυτές οι τιμές ουσιαστικά δεν διαφέρουν από τις προαναφερθείσες ελλειπούσες τιμές και είναι όμοιος και ο τρόπος αντιμετώπισης τους. Η δεύτερη κατηγορία των μηδενικών τιμών είναι οι πραγματικά μηδενικές τιμές οι οποίες αναφέρονται σε χρονοσειρές διακοπτόμενης ζήτησης. Αυτές οι τιμές προφανώς δεν μπορούν να συμπληρωθούν με κάποιο από τους προηγούμενους τρόπους καθώς είναι πραγματικές καταγραφείσες μηδενικές τιμές. Οπότε είναι εμφανής η ανάγκη εύρεσης κάποιου διαφορετικού τρόπου αντιμετώπισης τους. Χαρακτηριστικό παράδειγμα εμφάνισης μηδενικών τιμών είναι οι χρονοσειρές διακοπτόμενης ζήτησης, όπως αναφέρθηκε, οι οποίες εμφανίζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς απαιτούν την προσέγγιση βάσει διαφορετικής μεθοδολογίας στην οποία προφανώς και δεν εμπλέκεται η μεταβολή των τιμών τους αλλά η αξιοποίηση της πληροφορίας που λαμβάνεται από τη μηδενική τιμή.

Για λόγους πληρότητας, πριν αναλυθεί εκτενέστερα η έννοια της ζήτησης με ιδιαίτερη έμφαση στην διακοπτόμενη ζήτηση, η οποία είναι και το κύριο αντικείμενο μελέτης της παρούσας διπλωματικής εργασίας, αναφέρονται συνοπτικά τα βασικά στοιχεία της στατιστικής ανάλυσης, αναπόσπαστο στοιχείο της μελέτης των χρονοσειρών.

### 3.5 Στατιστική ανάλυση

Η στατιστική ανάλυση είναι ουσιαστικά η εύρεση βασικών στατιστικών δεικτών και αποτελεί και την διαδικασία ανάλυσης κάθε χρονοσειράς για την μετέπειτα ορθότερη αντιμετώπιση της. Επιτρέπει στους αναλυτές, να έχουν μια γρήγορη, δομημένη και ταυτόχρονα συνολική εικόνα για το σύνολο της χρονοσειράς. Σε συνδυασμό με την γραφική αναπαράσταση της χρονοσειράς, είναι δυνατή η επιλογή ακολούθως των κατάλληλων μεθοδολογιών και διαδικασιών πρόβλεψης. Η στατιστική ανάλυση αποτελείται από τρεις κατηγορίες που αναλύονται ακολούθως:

#### *Βασική στατιστική ανάλυση*

Αποτελείται από βασικούς στατιστικούς δείκτες όπως:

- Μέση τιμή:

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n Y_i$$

- Μέγιστη και Ελάχιστη τιμή (Maximum and Minimum) της χρονοσειράς

- Τυπική απόκλιση (Standard Deviation):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n}}$$

- Διακύμανση (Variance) : ορίζεται ως το τετράγωνο της τυπικής απόκλισης

- Συνδιακύμανση (Covariance):

$$Cov(X, Y) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n [(X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})]$$

$Cov(X, Y) > 0$ : μεταβάλλονται ανάλογα τα δύο μεγέθη

$Cov(X, Y) < 0$ : μεταβάλλονται ντιστρόφως ανάλογα τα δύο μεγέθη

$Cov(X, Y) = 0$ : τα δύο μεγέθη είναι ασυσχέτιστα

Συντελεστής γραμμικής συσχέτισης (Linear Correlation Coefficient):

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n [(X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n [(X_i - \bar{X})^2]} \sqrt{\sum_{i=1}^n [(Y_i - \bar{Y})^2]}}$$

$r_{XY} = \pm 1$ : τέλεια γραμμική συσχέτιση

$-0,3 < r_{XY} < 0,3$ : δεν υπάρχει γραμμική συσχέτιση

- Συντελεστής αυτοσυσχέτισης (Autocorrelation Coefficient):

$$ACK_k = \frac{\sum_{i=1}^n [(X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n [(Y_i - \bar{Y})^2]}}$$

$ACK_k = 0$ : μηδενική συσχέτιση των παρατηρήσεων χρονικής υστέρησης k

$ACK_k = 1$ : μεγάλη συσχέτιση των παρατηρήσεων χρονικής υστέρησης k

- Συντελεστής Μεταβλητότητας (Coefficient of Variation):

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{Y}} \cdot 100(\%)$$

- Μέση τιμή διαστήματος μεταξύ ζητήσεων (Intermittent Demand Interval): ως δείκτης έχει νόημα να εφαρμόζεται σε χρονοσειρές διακοπτόμενης ζήτησης καθώς εκφράζει τη μέση τιμή των αποστάσεων διαδοχικών περιόδων με μη μηδενική τιμή. Αν η τιμή του ισούται με τη μονάδα, τότε αναφερόμαστε σε δεδομένα συνεχούς ζήτησης ενώ αν λαμβάνει τιμές μεγαλύτερες της μονάδας τότε αναφερόμαστε σε χρονοσειρές

διακοπτόμενης ζήτησης που θα αναλυθούν στη συνέχεια. Μεγάλη τιμή του δείκτη συνεπάγεται και μεγάλα, κατά μέσο όρο, μεσοδιαστήματα μεταξύ των μη μηδενικών παρατηρήσεων.

### Στατιστική ανάλυσης ακρίβειας προβλέψεων

Σε αυτήν την κατηγορία πέρα από την πραγματική σειρά των παρατηρήσεων που είναι αναγκαία όπως και στην βασική στατιστική ανάλυση, απαιτείται και μία δεύτερη σειρά πρόβλεψης που προκύπτει από την εφαρμογή κάποιας κατάλληλης μεθόδου επί της πραγματικής χρονοσειράς. Όμως καθώς ακόμα δεν έχει γίνει κάποια ιδιαίτερη αναφορά στα μοντέλα πρόβλεψης, θα εξεταστεί αυτή η παράγραφος της στατιστικής ανάλυσης και της σημασίας της στο Κεφάλαιο 4 αφού θα έχει προηγηθεί η εκτενέστερη ανάλυση των γενικών αρχών των προβλέψεων και οι βασικές μέθοδοι που εφαρμόζονται. Οπότε, σε αυτό το σημείο θα γίνει απλά η παράθεση των κύριων δεικτών που χρησιμοποιούνται ενώ η χρήση τους και περεταίρω εξήγηση θα ακολουθήσει αργότερα.

Η σημασία της συγκεκριμένης κατηγορίας της στατιστικής ανάλυσης στον κλάδο των προβλέψεων είναι καίριας σημασίας καθώς αποτελεί βασικό εργαλείο για την αξιολόγηση μεθόδων αλλά και για τον χαρακτηρισμό τους σχετικά με τον τρόπο προσέγγισης την μεθοδολογίας πρόβλεψης και την πραγματική χρονοσειράς.

Κύρια έννοια για να οριστούν οι μετέπειτα δείκτες της στατιστικής ακρίβειας προβλέψεων αποτελεί το σφάλμα, δηλαδή η διαφορά μεταξύ της πραγματικής τιμής και της πρόβλεψης για μία περίοδο, το οποίο ορίζεται ως εξής:

$$e_i = Y_i - F_i$$

Είναι προφανές πως η τιμή του σφάλματος δεν μπορεί να υπολογιστεί αν δεν υπάρχουν για την ίδια χρονική περίοδο τόσο οι πραγματικές τιμές της χρονοσειράς όσο επίσης και οι τιμές πρόβλεψης. Οπότε μπορεί να γίνει διαχωρισμός των σφαλμάτων, σε σφάλμα του μοντέλου πρόβλεψης (in – sample error) το οποίο προκύπτει από τις διαφορές των πραγματικών τιμών της χρονοσειράς που είναι ήδη διαθέσιμες και των τιμών του μοντέλου πρόβλεψης για αυτές τις χρονικές περιόδους και στο πραγματικό σφάλμα (out – of – sample error) που προκύπτει από τη διαφορά της πραγματικής μελλοντικής τιμής της χρονοσειράς που θα γίνει γνωστή μετά από το αντίστοιχο χρονικό διάστημα και τις πρόβλεψης που έχει παραχθεί από το αντίστοιχο μοντέλο για εκείνη τη χρονική περίοδο. Οι δείκτες που ακολουθούν είναι ορισμένοι έτσι ώστε να εκφράζουν το σφάλμα της μεθόδου πρόβλεψης για η περιόδους , αλλά με κατάλληλες αλλαγές στις περιόδους που αναφέρονται μπορεί να εκφράσουν και το πραγματικό σφάλμα της πρόβλεψης.

- Μέσο σφάλμα (Mean Error):

$$ME = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)$$

- Μέσο απόλυτο σφάλμα (Mean Absolute Error):

$$MAE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |Y_i - F_i|$$

- Μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Mean Squared Error):

$$MSE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)^2$$

- Μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (Mean Absolute Percentage Error):

$$MAPE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - F_i}{Y_i} \right| \cdot 100 (\%)$$

- Συμμετρικό μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (Symmetric Mean Absolute Percentage Error):

$$sMAPE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - F_i}{\left(\frac{Y_i + F_i}{2}\right)} \right| \cdot 100 (\%) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{2 \cdot (Y_i - F_i)}{Y_i + F_i} \right| \cdot 100 (\%)$$

- Μέσο απόλυτο κανονικοποιημένο σφάλμα (Mean Absolute Scaled Error):

$$MASE = \frac{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |Y_i - F_i|}{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=2}^n |Y_i - Y_{i-1}|}$$

Από τα προαναφερόμενα σφάλματα είναι εμφανές είναι ότι τα τρία πρώτα σφάλματα, δηλαδή τα Mean Error (ME), Mean Absolute Error (MAE) και Mean Squared Error (MSE) βασίζονται κατά κύριο λόγο στις διαφορές των τιμών πρόβλεψης από τις τιμές των πραγματικών τιμών. Τα δύο επόμενα σφάλματα Mean Absolute Percentage Error (MAPE) και Symmetric Mean Absolute Percentage Error (sMAPE) εκφράζουν τα σφάλματα σε ποσοστιαία μορφή και είναι εξαιρετικά χρήσιμη μία τέτοια προσέγγιση καθώς καθιστά δυνατή τη σύγκριση σφαλμάτων από χρονοσειρές διαφορετικού επιπέδου μέσης τιμής ενώ το τελευταίο Mean Absolute Scaled Error (MASE) είναι ένα σχετικό μέτρο (relative measure) που χρησιμοποιεί το σφάλμα μίας μέθοδο, στην συγκεκριμένη περίπτωση τη μέθοδο naïve ως benchmark – ορόσημο για να το συγκρίνει με το σφάλμα της υπό εξέτασης μεθόδου πρόβλεψης.

### Ρυθμός ανάπτυξης

Ο δείκτης του ρυθμού ανάπτυξης είναι ένα ποσοστό που εκφράζει το μέτρο της αυξητικής ή φθίνουσας πορείας μίας σειράς δεδομένων για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Ορίζεται ως εξής:

$$Growth Rate = \frac{\frac{1}{ppy} \cdot \sum_{i=n-ppy+1}^n Y_i - \frac{1}{n-ppy} \cdot \sum_{i=1}^{n-ppy} Y_i}{\frac{1}{n-ppy} \cdot \sum_{i=1}^{n-ppy} Y_i} \cdot 100(\%)$$

Όπου  $Y$  είναι το διάνυσμα των  $n$  παρατηρήσεων και  $ppy$  είναι το πλήθος των περιόδων στο μήκος ενός έτους.

Κατόπιν ανάλυσης της έννοιας των χρονοσειρών αλλά και της στατιστικής προσέγγισης τους, ακολουθεί η παρουσίαση του μεγέθους που θα αναπαρασταθεί με τη μέθοδο των χρονοσειρών και θα προσεγγιστεί με τις αντίστοιχες μεθόδους, αναφορά στην ιστορία του αλλά και στην εξέλιξη του, στις ιδιαιτερότητες που το χαρακτηρίζουν και της σημασίας του στην ευρύτερη επιχειρηματική κοινότητα.

## 3.6 Χρονοσειρά Ζήτησης

### 3.6.1 Εισαγωγή

Το βασικότερο αντικείμενο της οικονομικής επιστήμης είναι ο τρόπος με τον οποίο τόσο η κοινωνία στο σύνολο της - μακροοικονομική προσέγγιση- όσο και το κάθε άτομο χωριστά – μικροοικονομική προσέγγιση - ανταποκρίνεται στα τρία βασικά οικονομικά ερωτήματα (Wilson Holt & Clark J. R., 1999):

- A. Τι θα παραχθεί με τους περιορισμένους πόρους;
- B. Πως θα παραχθούν τα αγαθά και οι υπηρεσίες;
- Γ. Για ποιον θα παραχθούν τα αγαθά και οι υπηρεσίες;

Ο τρόπος με τον οποίο απαντάει μία κοινωνία σε αυτά τα ερωτήματα, καθορίζει και το είδος του οικονομικού συστήματος που την διέπει. Κάθε κοινωνία λοιπόν χρησιμοποιεί ένα διαφορετικό συνδυασμό ατομικής και κοινωνικής επιλογής για να απαντήσει στα οικονομικά ερωτήματα, ο οποίος υποδεικνύει ουσιαστικά την οικονομική οργάνωση που καθορίζει τις σχέσεις των ατόμων. Κατά συνέπεια το οικονομικό σύστημα ορίζεται ως το σύνολο των κανόνων που ρυθμίζουν την οικονομική συνεργασία των ατόμων μιας κοινωνίας, δηλαδή το σύνολο των κανόνων που ρυθμίζουν την παραγωγή και την διανομή των αγαθών. Είναι προφανές ότι σε μία συνηθισμένη οικονομία παράγονται χιλιάδες αγαθά και υπηρεσίες τα οποία πρέπει να διατίθενται σε πολλές επιμέρους αγορές. Απορρέει φυσικά λοιπόν από τα προαναφερόμενα, πως ο θεσμός της αγοράς είναι θεμελιώδους σημασίας για τα οικονομικά συστήματα και λαμβάνει στην οικονομική επιστήμη μία διαφορετική διάσταση από αυτή που έχει στη καθημερινή ζωή. Έχει μία ευρύτερη σημασία

θεωρητικού χώρου όπου πραγματοποιούνται οι εμπορικές συναλλαγές και είναι, κατά κανόνα, σε θέση να ικανοποιήσει τις ανάγκες για αγαθά και υπηρεσίες που οι καταναλωτές χρειάζονται καθημερινά. Έτσι κινητήριος δύναμη για την δημιουργία και την κίνηση της αγοράς είναι οι ανάγκες των καταναλωτών για την παραγωγή προϊόντων ή υπηρεσιών, ενώ οι κύριοι ρυθμιστικοί παράγοντες που αλληλεπιδρώντας την διαμορφώνουν, είναι η ζήτηση και η προσφορά. Σε αυτό το σημείο λοιπόν αναφέρονται δύο από τους βασικότερους όρους την οικονομικής θεωρίας: η προσφορά για ένα προϊόν ή υπηρεσία, η οποία είναι η σχέση που δείχνει την ποσότητα που οι πωλητές είναι διατεθειμένοι και ικανοί να πουλήσουν, και η ζήτηση για ένα προϊόν ή υπηρεσία, η οποία είναι η σχέση που δείχνει την ποσότητα που οι καταναλωτές επιθυμούν και έχουν την δυνατότητα να αγοράσουν σε κάθε τιμή στη διάρκεια μιας χρονικής περιόδου. Οι δύο αντίρροπες αυτές δυνάμεις, της προσφορά και της ζήτησης, καταλήγουν να προσδιορίζουν πλήρως τόσο την τιμή της αγοράς ενός προϊόντος ή μίας υπηρεσίας σε μικροοικονομική κλίμακα αλλά και γενικότερα τη συνολική δομή της αγοράς και κατ' επέκταση ενός οικονομικού συστήματος σε μακροοικονομική κλίμακα. Η σχέση αυτών των δύο σημαντικών μεγεθών αποτελεί τον νόμο της προσφοράς και της ζήτησης, ο οποίος είναι ένας από τους σημαντικότερους, βασικότερους και διαχρονικούς νόμους της οικονομίας.

Συνειδητοποιώντας λοιπόν τη σημασία της ζήτησης για την παραγωγική διαδικασία, για την τιμή ενός προϊόντος ή μίας υπηρεσίας αλλά και γενικότερα για την δομή της αγοράς στο σύνολο της, είναι προφανής η αξία της μελέτης της και της περαιτέρω ανάλυσης της που θα ακολουθήσει στο υπόλοιπο του κεφαλαίου.

### 3.6.2 Ορισμός – Ανάλυση Ζήτησης

Όπως έχει ήδη αναφερθεί η ζήτηση ενός προϊόντος είναι οι διάφορες ποσότητες του, που ένας ή περισσότεροι καταναλωτές θέλουν και μπορούν να αγοράσουν στις αντίστοιχες τιμές σε ορισμένο χρόνο και τόπο.

Είναι προφανές λοιπόν πόσο απλούστερη θα γινόταν η διαχείριση της παραγωγικής διαδικασίας αν η τιμή της ζήτησης για ένα προϊόν ή μία υπηρεσία ήταν γνωστή *a priori*. Αν το μέγεθος της ζήτησης ήταν εξαρχής καθορισμένο και συγκεκριμένο ανά χρονική περίοδο τότε βάσει αυτής της τιμής θα ρυθμιζόταν αντίστοιχα και η κάθε παραγωγική διαδικασία οποιασδήποτε επιχείρησης. Όμως όπως έχει ήδη αναφερθεί μία αγορά δεν λειτουργεί με αυτόν τον τρόπο λόγω της ύπαρξης αβεβαιότητας στη ζήτηση για κάθε περίοδο. Κύριοι παράγοντες που επηρεάζουν την ζήτηση σε μία αγορά είναι οι ακόλουθοι:

- Οι προτιμήσεις των καταναλωτών
- Το μέγεθος του πληθυσμού
- Το μέγεθος του εισοδήματος και η κατανομή του
- Η τιμή του αγαθού
- Οι τιμές των άλλων αγαθών.

Ωστόσο κανένας από αυτούς τους παράγοντες, που επηρεάζουν τη ζήτηση δεν ποσοτικοποιείται άμεσα και ομοίως δεν ποσοτικοποιείται και προσδιορίζεται με ακριβή τρόπο η αντίστοιχη επιρροή του στην τιμή της ζήτησης. Αποτέλεσμα είναι η

πρόβλεψη της τιμής της ζήτησης να είναι μία πραγματική πρόκληση για κάθε επιχειρηματική δραστηριότητα ενώ ταυτόχρονα να είναι και απαραίτητη διαδικασία για το σχεδιασμό παραγωγής κάθε προϊόντος ή υπηρεσίας.

Ακριβώς λοιπόν λόγω της καίριας σημασίας που παρουσιάζει η ζήτηση για το σχεδιασμό της κάθε παραγωγικής διαδικασίας αλλά και του μεγάλου ενδιαφέροντος που διαρκώς υπάρχει από την ευρεία επιχειρηματική κοινότητα θεωρείται χρήσιμη η καταγραφή των τιμών της ζήτησης και η μελέτη τους στη πάροδο του χρόνου. Όμως μία τέτοια προσέγγιση δεν είναι διαφορετική από το μοντέλο των χρονοσειρών το οποίο είναι και βασικό εργαλείο της επιστήμης των προβλέψεων και αναλύθηκε προηγουμένως.

Η μορφή της ζήτησης για ένα συγκεκριμένο είδος μπορεί να θεωρηθεί ως μία χρονοσειρά τιμών όπως είναι για παράδειγμα οι ημερήσιες ή μηνιαίες τιμές της ζήτησης. Από τις χρονοσειρές αυτές είναι δυνατή η άντληση σημαντικών πληροφοριών σχετικά με την εξέλιξη της ζήτησης ενός προϊόντος ή πλήθους προϊόντων, τις επιρροές που δέχτηκε η ζήτηση τους από διάφορες μεταβολές της αγοράς και γενικότερα καθίσταται εφικτό να εξαχθεί ένα γενικό προφίλ της ζήτησης για το υπό εξέταση αντικείμενο. Ωστόσο η ανάλυση και μελέτη της ζήτησης δεν συνηθίζεται να γίνεται για ιστορικούς ή ερευνητικούς λόγους μόνο. Αντιθέτως αποτελεί κύριο αντικείμενο ενασχόλησης ολόκληρων τμημάτων σε πολλές επιχειρήσεις καθώς εξάγονται σημαντικά συμπεράσματα που μπορούν να αξιοποιηθούν άμεσα στο σχεδιασμό παραγωγής αλλά και στη συνολικότερη οργάνωση ολόκληρης της επιχείρησης.

Πιο συγκεκριμένα, οι επιχειρήσεις διατηρούν αρχεία δεδομένων σχετικά με τις ημερήσιες ή μηνιαίες πωλήσεις των αντίστοιχων προϊόντων ή υπηρεσιών, τα οποία προφανώς ταυτίζονται με τη ζήτηση τους τα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα. Αν το ύψος των πωλήσεων για το επόμενο χρονικό διάστημα, το οποίο ταυτίζεται με τον ορίζοντα παραγωγής ήταν γνωστό εκ των προτέρων, τότε ο σχεδιασμός της παραγωγικής διαδικασίας θα ήταν εξαιρετικά εύκολος καθώς θα ήταν γνωστό το ύψος των παραγγελιών πρώτων υλών, οι απαιτούμενες εργατοώρες και γενικότερα το πλήθος όλων των απαραίτητων στοιχείων έτσι ώστε να παραχθεί το ζητούμενο προϊόν. Η δραστηριοποίηση όμως της επιχείρησης σε μια ελεύθερη αγορά εισάγει την αβεβαιότητα στις μελλοντικές πωλήσεις καθώς υπάρχει ένα πλήθος από απρόβλεπτους παράγοντες που τις επηρεάζουν. Σε αυτό το σημείο λοιπόν, εισέρχεται η σημασία των προβλέψεων σχετικά με την μελλοντική ζήτηση.

Η ζήτηση μπορεί να ικανοποιηθεί με διάφορους τρόπους. Τα προϊόντα μπορεί να εξέρχονται από το απόθεμα, μπορεί να υπάρχουν υποκατάστατα, έτσι ώστε αν δεν υπάρχει κάτι διαθέσιμο, ο πελάτης να μπορεί να χρησιμοποιήσει το υποκατάστατο. Επίσης μπορεί να υπάρχουν συμπληρωματικά προϊόντα, δηλαδή ο πελάτης να μην αγοράζει κάτι αν δεν υπάρχει διαθέσιμο το συμπλήρωμά του. Κάποια είδη παραλαμβάνονται χαλασμένα, σε άλλα διαφέρει η ποσότητα ή το είδος σε σχέση το ύψος της παραγγελίας. Κάποια είδη δεν είναι διαθέσιμα εξαιτίας απεργιών και άλλων προβλημάτων στην επιχείρηση ή στον προμηθευτή. Η παράδοση μιας παραγγελίας μπορεί να πάρει ώρες, βδομάδες ή και μήνες και ο χρόνος ικανοποίησης της παραγγελίας μπορεί να είναι γνωστός ή όχι εκ των προτέρων. Όμως σε κάθε περίπτωση, ένα γενικό συμπέρασμα που προκύπτει είναι η σχέση των

αποθεμάτων με τη ζήτηση και ως εκ τούτου η σημασία της πρόβλεψης της ζήτησης στη διαχείριση των αποθεμάτων, η οποία κατέχει εξέχουσα θέση σε κάθε επιχείρηση αλλά και στην παγκόσμια οικονομία λόγω της μεγάλης αξίας των αποθεμάτων. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι στις ΗΠΑ, η αξία των αποθεμάτων για το 1999 ανήλθε σε 1,37 τρις δολάρια, που αντιστοιχεί στο 20 με 25% περίπου του Ακαθάριστου εγχώριου Προϊόντος.

### *3.6.3 Πρόβλεψη Ζήτησης και Διαχείριση Αποθεμάτων*

Είναι σαφές ότι για την αποτελεσματική λήψη αποφάσεων σε σχέση με τη διαχείριση των αποθεμάτων είναι απαραίτητη η πρόβλεψη της ζήτησης σε μελλοντικές χρονικές στιγμές. Ειδικότερα, αν ο χρόνος παραγωγής και προμήθειας εξαρτημάτων συν το χρόνο συναρμολόγησης είναι μεγαλύτερος από το χρόνο αναμονής πελατών, τότε η πρόβλεψη της ζήτησης είναι κρίσιμη. Αξιοπρόσεχτο παράδειγμα είναι μια μελέτη στην Hewlett-Packard, η οποία αποκάλυψε ότι το 40% των αποθεμάτων ήταν αποθέματα κύκλου και διερχόμενα αποθέματα, ενώ το 60% οφειλόταν στην αβεβαιότητα. Από το ποσοστό του 60%, το 2% οφείλονταν σε διακυμάνσεις της απόδοσης των προμηθευτών, 2% σε διακυμάνσεις της απόδοσης του παραγωγού και 96% στην αβεβαιότητα της ζήτησης. Αυτά τα ποσοστά καταδεικνύουν την αναγκαιότητα για προσεκτικές προβλέψεις στη διαχείριση των αποθεμάτων. Οι προβλέψεις είναι απαραίτητες επίσης και για να οριστούν δείκτες απόδοσης σε ότι αφορά την εξυπηρέτηση των πελατών, τον προγραμματισμό της συνολικής επένδυσης σε αποθέματα, την αναγνώριση των αναγκών για επιπλέον παραγωγική δυναμικότητα και την σωστή επιλογή ανάμεσα σε εναλλακτικές στρατηγικές λειτουργίας.

Όμως όσο μεγαλύτερη είναι η σημασία και η αξία της πρόβλεψης, ισόποση σημασίας είναι και η ζημιά που μπορεί να προκαλέσει η ύπαρξη κάποιου σφάλματος. Συνεπώς οι διαδικασίες προγραμματισμού και ελέγχου εμπεριέχουν την επίδραση αυτών των σφαλμάτων και την αντιμετωπίζουν διατηρώντας απόθεμα ασφαλείας καθώς το κόστος των σφαλμάτων αυτών μπορεί να είναι πολύ υψηλό. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα της εταιρίας «Fruit of the Loom», η οποία έχασε πάνω από 40 εκατ. δολάρια σε ένα εξάμηνο από χαμένες πωλήσεις και υπεράριθμες προσλήψεις εξαιτίας κακών προβλέψεων.

Είναι προφανές λοιπόν ότι η πρόβλεψη της ζήτησης αποτελεί ένα πολύ σημαντικό εργαλείο για την διαχείριση των αποθεμάτων και την εφοδιαστική αλυσίδα. Οποιαδήποτε διαφορά στη σύγκλιση μεταξύ ζήτησης και προσφοράς - εφοδιασμού των προϊόντων μπορεί να κοστίζει ακριβά, να επιφέρει απώλειες πωλήσεων, να δημιουργήσει υψηλά αποθέματα ή προβλήματα στην εξυπηρέτηση των πελατών. Προκειμένου να μπορούν οι επιχειρήσεις - μέλη μίας εφοδιαστικής αλυσίδας να αντεπεξέρχονται αποτελεσματικά στις απαιτήσεις της αγοράς, θα πρέπει να πραγματοποιείται πρόβλεψη, συνεχής παρακολούθηση και ανάλυση της ζήτησης.

Κατόπιν τέτοιων αναλύσεων, παρατηρήθηκε ότι κύριο χαρακτηριστικό της ζήτησης που εμφανίζεται σε μονάδες διαχείρισης αποθεμάτων (stock keeping units) και ανταλλακτικών (spare parts) είναι να εμφανίζεται σποραδικά, δηλαδή να μεσολαμβάνουν περίοδοι όπου αυτή είναι μηδενική. Η διακοπτόμενη φύση αυτών των δεδομένων δημιουργεί σημαντικά προβλήματα στη διαδικασία της πρόβλεψης



εξαιτίας της ασυνέχειας των ζητήσεων αλλά και της μεγάλης διακύμανσης μεταξύ δύο διαδοχικών μη μηδενικών παρατηρήσεων. Η πρόκληση λοιπόν που δημιουργείται για τις προβλέψεις στο χώρο της διαχείρισης αποθεμάτων και όχι μόνο εκεί, είναι η πρόβλεψη της διακοπτόμενης ζήτησης, δεδομένης της επιτακτικής ανάγκης να καθοριστούν όσο το δυνατό πιο ακριβείς κανόνες προμήθειας των απαραίτητων και μόνο ποσοτήτων τους.

Επίσης σημαντική καθίσταται και η βελτίωση μεθόδων πρόβλεψης για προϊόντα ή υπηρεσίες διακοπτόμενης ζήτησης. Μία τέτοια βελτίωση στην περίπτωση της διαχείρισης αποθεμάτων μεταφράζεται σε σημαντική μείωση κόστους στις επιχειρήσεις, όπως έχει ήδη αναφερθεί, λόγω μικρότερων δεσμευμένων κεφαλαίων στις αποθήκες τους υπό μορφή ανταλλακτικών, μικρότερου κόστους αποθήκευσης αλλά επίσης και αύξηση του κέρδους σε περίπτωση άμεσης ικανοποίησης πελατών.

Για όλους αυτούς τους λόγους, καθίσταται σημαντική η μελέτη δεδομένων διακοπτόμενης ζήτησης και η βέλτιστη προσέγγιση μεθοδολογίας πρόβλεψης τους που είναι και το αντικείμενο της παρούσης διπλωματικής εργασίας.



## **4 Μέθοδοι Πρόβλεψης**

### **4.1 Ιστορία των προβλέψεων και η σημασία τους**

Στο βιβλίου του συγγραφέα Peter Bernstein (1996) για τον επιχειρηματικό κίνδυνο – ρίσκο των επιχειρήσεων αναφέρεται ότι η ανάπτυξη των επιχειρηματικών προβλέψεων κατά τη διάρκεια του 17<sup>ου</sup> αιώνα, θεωρείται από τις σπουδαιότερες καινοτομίες στον χώρο αυτό. Στα επόμενα 300 χρόνια, έχει σημειωθεί αλματώδης πρόοδος σε μεθόδους πρόβλεψης που βασίζονται σε ιστορικά δεδομένα. Στα πλαίσια της ανάπτυξη αυτών των μεθόδων, τα τελευταία 25 χρόνια έχει παρατηρηθεί επίσης ανάπτυξη των κριτικών μεθόδων πρόβλεψης, οι οποίες εξαρτώνται αποκλειστικά από τον ανθρώπινο παράγοντα. Είναι γεγονός πως η ευρεία διάδοση και εξέλιξη των υπολογιστών τα τελευταία χρόνια, καθιστά την εφαρμογή των στατιστικών μεθοδολογιών πρόβλεψης για παραμέτρους ενδιαφέροντος εξαιρετικά ευκολότερη. Παρ' όλα αυτά, κανείς δε θα μπορούσε να αμφισβητήσει την αξία της κριτικής και οξείας σκέψης του ανθρώπινου παράγοντα παρά την ευκολία πλέον στη χρήση των στατιστικών μεθόδων. Αυτός είναι και από τους σημαντικότερους λόγους ύπαρξης συνεχούς βελτίωσης αλλά και δημιουργίας των μεθόδων πρόβλεψης.

Παρά την αβεβαιότητα που είναι σύμφυτη με την έννοια της πρόβλεψης, οι προβλέψεις είναι αναπόσπαστο κομμάτι οποιασδήποτε επιχείρησης διότι αποτελούν κατευθυντήριες για την χάραξη της στρατηγικής και της πολιτικής που θα ακολουθήσουν. Πως θα μπορούσε η Federal Reserve Board, ρεαλιστικά να ρυθμίσει το επίπεδο του επιτοκίου χωρίς κάποια ένδειξη για τη μελλοντική ανάπτυξη και τις πληθωριστικές πιέσεις; Πως θα ήταν δυνατόν ένας operation manager να θέσει την στρατηγική της παραγωγικής διαδικασίας χωρίς εκτίμηση των μελλοντικών πωλήσεων; Επίσης πως μία εταιρεία θα καταναίμει το προσωπικό της, αν δεν υποθέσει την αναμενόμενη ζήτηση των αντίστοιχων υπηρεσιών; Από τα παραπάνω ερωτήματα, γίνεται φανερό πως τα επιχειρηματικά σχέδια μικρών αλλά και μεγαλύτερων έως και πολυεθνικών επιχειρήσεων δεν γίνεται να μην επηρεάζονται, αν όχι δομούνται, από τις προβλέψεις για τα αντίστοιχα μεγέθη που παρουσιάζουν ενδιαφέρον για εκείνες. Η ανάγκη για πρόβλεψη τέμνει όλες τις παραγωγικές γραμμές όπως επίσης και όλους τους τύπους οργανώσεων καθώς είναι απόλυτα απαραίτητες για την δραστηριοποίηση της κάθε επιχείρησης στο διαρκώς εξελισσόμενο και υψηλά διαδραστικό επιχειρηματικό περιβάλλον.

### **4.2 Στάδια και Κατηγορίες Πρόβλεψης**

Όπως έχει αναφερθεί υπάρχουν διάφοροι τύποι πρόβλεψης διαθέσιμοι για τους managers που θα επιλέξουν να αντιμετωπίσουν της αβεβαιότητα του μέλλοντος με αυτόν τον τρόπο. Η επιλογή της κατάλληλης μεθοδολογίας και η πρόβλεψη στο σύνολο της, είναι μία αρκετά περίπλοκη και σύνθετη διαδικασία. Απαιτείται λεπτομερής εξέταση του αντίστοιχου προβλήματος, μελέτη των συνθηκών του περιβάλλοντος του προβλήματος και ακριβής προσδιορισμός των απαιτήσεων και εφαρμογών της αντίστοιχης πρόβλεψης. Ακριβώς λόγω της προαναφερόμενης δυσκολίας, όπως έχει ήδη αναφερθεί εκτενέστερα στην εισαγωγή, υπάρχουν 5

βασικά βήματα τα οποία αποτελούν κατευθυντήρια οδό για οποιονδήποτε ασχολείται με τις προβλέψεις, τα οποία αναφέρονται ξανά σε μία εύληπτη σχηματική απεικόνιση για την καλύτερη κατανόηση της διαδοχής τους και εφαρμογής τους για την εξαγωγή της πρόβλεψης. Το παρακάτω σχήμα αντιπροσωπεύει πλήρως και την μεθοδολογία που εφαρμόστηκε στην παρούσα εργασία. Αν και επαληθεύεται για κάθε διαδικασία πρόβλεψης.

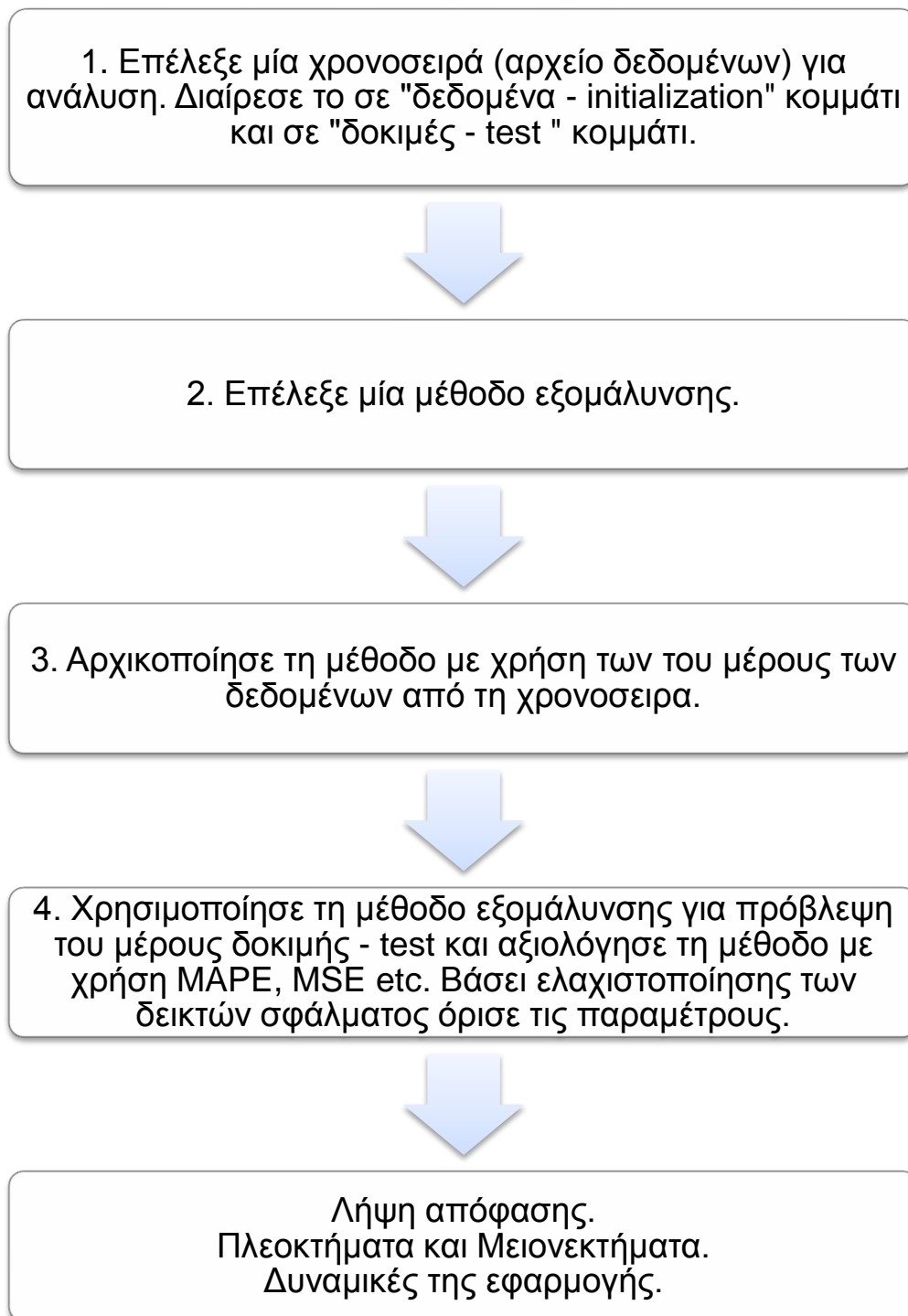


Figure 4 - Παρουσίαση Βασικών Βημάτων Πρόβλεψης - "Forecasting Methods and Applications" Spyros Mkridakis, Steven C. Wheelwright, Rob J. Hyndman pg 140

Είναι προφανές πως για να επιλεγθεί η κατάλληλη μέθοδος πρόβλεψης, πρέπει να ληφθεί υπ όψιν μία πληθώρα παραγόντων. Το επίπεδο της λεπτομέρειας που είναι επιθυμητό να συμπεριληφθεί στην μέθοδο για την εξαγωγή της πρόβλεψης, ο χρονικός ορίζοντας της πρόβλεψης, αν επρόκειτο για βραχυπρόθεσμη ή μακροπρόθεσμη πρόβλεψη, αν απαιτείται ποσοτική ή ποιοτική προσέγγιση για την πρόβλεψη από την ύπαρξη ή μη δεδομένων και τη φύση των συνθηκών που επικρατούν, αν είναι απαραίτητη μία συγκεκριμένη τιμή για την πρόβλεψη ή αν είναι ικανοποιητικό και ένα εύρος στο οποίο ανήκει η πρόβλεψη είναι πτυχές του προβλήματος επιλογής της κατάλληλης μεθόδου πρόβλεψης που πρέπει εξεταστούν σε συνδυασμό με το στόχο και τους περιορισμούς που υπάρχουν στην αντίστοιχη περίπτωση.

Εκτός από τη μελέτη των εξωγενών παραγόντων μίας περίπτωσης, όπως η πρόβλεψη της ζήτησης, στην οποία καλείται να εφαρμοστεί κάποιο μοντέλο πρόβλεψης, θεωρητικά η καλύτερη μέθοδος μπορεί να αναγνωρισθεί κατά την προσαρμογή ενός μοντέλου στα υπάρχοντα δεδομένα. Πέραν των υπάρχόντων δεδομένων που χρησιμοποιούνται για τη βελτίωση του μοντέλου, η προσαρμογή των μοντέλων και η παραγωγή προβλέψεων δεν είναι το ίδιο πράγμα. Η ελαχιστοποίηση του σφάλματος, δεν εγγυάται μικρότερα σφάλματα στην παραγωγή προβλέψεων εκτός και αν ισχύει η υπόθεση της σταθερότητας. Αυτή η υπόθεση είναι σημαντική για κάθε στατιστική μέθοδο και εξαιρετικά χρήσιμη για την πρόβλεψη. Η πρακτική σημασία αυτής της υπόθεσης είναι ότι δεν πρέπει να συμβαίνουν αλλαγές στα ποιοτικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών αν τα αποτελέσματα της προσαρμογής του μοντέλου πρόκειται επακριβώς να επεκταθούν στο μέλλον πέραν των υπάρχόντων δεδομένων. Το πρόβλημα όμως που προκύπτει από αυτήν την υπόθεση είναι ότι τα νέα δεδομένα μπορούν να έχουν διαφορετικά ποιοτικά χαρακτηριστικά από εκείνα βάσει των οποίων έγινε η βελτίωση του συγκεκριμένου μοντέλου πρόβλεψης. Σε μία τέτοια περίπτωση οι καλύτερες μέθοδοι που έχουν αναγνωρισθεί θεωρητικά δεν θα είναι κατ' ανάγκη και οι καλύτερες πρακτικά. Λόγω των διαρκών αλλαγών όπως έχει ήδη αναφερθεί είτε στην οικονομία, είτε στην τεχνολογία ή και γενικότερα στις τάσεις που υπάρχουν σε κάθε κοινωνία, προκαλούνται διαρκείς μεταβολές στα υπάρχοντα πρότυπα. Συνεπώς, η επιστήμη των προβλέψεων πρέπει να αποδεχτεί το γεγονός ότι η αλλαγή του προτύπου συμπεριφοράς των δεδομένων είναι συνεχής και αέναη διαφορετικά δεν θα ήταν ένα πρόσφορο και πρακτικό πεδίο έρευνας, μελέτης και εφαρμογής. Οπότε, η πιο σημαντική προσέγγιση της διαδικασίας παραγωγής προβλέψεων είναι η γνώση μεθόδων που μπορούν να που μπορούν να ελαχιστοποιήσουν τα σφάλματα πρόβλεψης και όχι τα σφάλματα προσαρμογής, ανεξαρτήτως της σταθερότητας ή μη του προτύπου συμπεριφοράς των δεδομένων.

Ακολούθως παρουσιάζονται οι κυριότερες μέθοδοι πρόβλεψης συνοπτικά ενώ πιο αναλυτικά θα παρουσιαστούν τα πλέον χρησιμοποιούμενα μοντέλα για πρόβλεψη. Τέλος, αναφορά θα γίνει και στους δείκτες αξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης και στο τι αντιπροσωπεύει το αντίστοιχο μέγεθος.

### 4.3 Κατηγορίες μεθόδων πρόβλεψης

Υπάρχουν τρεις κατηγορίες στις οποίες εντάσσονται οι τεχνικές πρόβλεψης που έχουν αναπτυχθεί μέχρι σήμερα: οι ποσοτικές (quantitative), οι κριτικές (judgmental) και τις τεχνολογικές (technological). Με τη σειρά τους, οι προαναφερόμενες κατηγορίες χωρίζονται σε επιμέρους κατηγορίες. Οι ποσοτικές μέθοδοι διακρίνονται στις μεθόδους χρονοσειρών και τις αιτιοκρατικές μεθόδους, οι κριτικές μέθοδοι στις ατομικές και στις μεθόδους επιτροπής ενώ οι τεχνολογικές διακρίνονται σε διερευνητικές (exploratory) και στις κανονιστικές (normative).

#### 4.3.1. Ποσοτικές Μέθοδοι

Απαραίτητη προϋπόθεση εφαρμογής των ποσοτικών μεθόδων πρόβλεψης είναι η ποσοτικοποίηση της δοθείσας πληροφορίας με την μορφή αριθμητικών δεδομένων και η υπόθεση επίσης ότι το πρότυπο συμπεριφοράς των ιστορικών αυτών δεδομένων διατηρείται σταθερό στο μέλλον. Οι ποσοτικές μέθοδοι πρόβλεψης ταξινομούνται εν γένει βάσει το μοντέλου που χρησιμοποιείται. Έτσι διακρίνονται στα μοντέλα χρονοσειρών και στα αιτιοκρατικά μοντέλα.

##### Μέθοδοι Χρονοσειρών

Είναι το πιο διαδεδομένο είδος ποσοτικού μοντέλου πρόβλεψης. Ανάλυση του μοντέλου έγινε στο Κεφάλαιο 3 της παρούσης διπλωματικής, αλλά θα αναφερθούν ακολούθως κάποια βασικά χαρακτηριστικά τους για λόγους πληρότητας.

Η εφαρμογή αυτής της μεθόδου βασίζεται στην υπόθεση ότι η μεταβολή της τιμής του υπό εξέταση μεγέθους ακολουθεί ένα λανθάνον πρότυπο που επαναλαμβάνεται στο χρόνο και παραμένει σταθερό έτσι ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί και στο μέλλον. Απαραίτητα είναι φυσικά μεγάλου όγκου ιστορικά δεδομένα για να επιλεχθεί το καλύτερο πρότυπο συμπεριφοράς παράγοντας ακριβέστερες προβλέψεις.

Σχηματικά το μοντέλο των χρονοσειρών αναπαρίσταται ως εξής:



Figure 5- Μοντέλο Χρονοσειρών

Όπου η είσοδος του συστήματος είναι τα ιστορικά δεδομένα  $X_i$  (i είναι η χρονική περίοδος στην οποία αντιστοιχεί η πληροφορία) και η έξοδος  $y$  του συστήματος είναι το αποτέλεσμα του μοντέλου πρόβλεψης που χρησιμοποιείται. Οι μέθοδοι χρονοσειρών κατηγοριοποιούνται με της σειρά τους ως εξής:

### *Μέθοδοι αποσύνθεσης*

Αντικείμενο των μεθόδων αποσύνθεσης είναι ο διαχωρισμός κύριων χαρακτηριστικών των χρονοσειρών και η απομόνωσή τους. Τα κύρια αυτά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών όπως έχουν ήδη αναφερθεί στο Κεφάλαιο 3 είναι: *η τάση, ο κύκλος, η εποχιακότητα και η τυχαιότητα*. Οι κυριότερες μέθοδοι αποσύνθεσης από τη βιβλιογραφία είναι:

- Fixed Additive Method – σταθερή προσθετική μέθοδος
- Fixed Multiplicative Method – σταθερή πολλαπλασιαστική μέθοδος ή Κλασσική Μέθοδος αποσύνθεσης.
- Moving Additive Method – κινητή προσθετική μέθοδος
- Moving Multiplicative Method – κινητή πολλαπλασιαστική μέθοδος
- Zaycoff's Method
- Μέθοδος Cwmsus X-II
- CPB Method
- KVF Method
- SABL Method

Η κλασσική μέθοδος αποσύνθεσης αποτελείται από τα εξής στάδια:

- *Εκτίμηση τάσης*. Υπολογίζονται αρχικά οι κινητοί μέσοι όροι αντίστοιχου μήκους με την εποχιακότητα που παρουσιάζει η χρονοσειρά και συνεχίζεται με όμοιο τρόπο η διαδικασία με τους κινητούς μέσους όρους μήκους 2. Με αυτόν τον τρόπο υπολογίζεται η εκτίμηση της τάσης η οποία είναι οι κεντρικοί κινητοί μέσοι όροι.

- Υπολογισμός Λόγων Εποχιακότητας (Λ.Ε.). υπολογίζονται ξεχωριστά ανά περίοδο (μήνα, τρίμηνο κτλ) ανάλογα με τη φύση των ιστορικών στοιχείων ως ο λόγος της πραγματικής τιμής της χρονοσειράς προς την αντίστοιχη τιμή που έχει προκύψει από τους κεντρικούς κινητούς μέσους όρους, ακολουθεί κανονικοποίηση τους σύμφωνα με το άθροισμα που πρέπει να έχουν και προκύπτει η αποεποχικοποιημένη χρονοσειρά από την αρχική χρονοσειρά διαιρώντας με τους αντίστοιχους εποχιακούς δείκτες την κάθε παρατήρηση.

### *Μέθοδοι εξομάλυνσης*

Οι μέθοδοι εξομάλυνσης, χρησιμοποιούνται εν γένει για βραχυπρόθεσμες προβλέψεις των μελλοντικών τιμών της σειράς και σκοπός των μεθόδων αυτών είναι να διακρίνουν το βασικό πρότυπο, εξομαλύνοντας τα ιστορικά δεδομένα. Οι μέθοδοι αυτοί διακρίνονται σε στις μεθόδους κινητού μέσου όρου, στις οποίες οι παρελθούσες τιμές της μεταβλητής συμμετέχουν με την ίδια βαρύτητα στον υπολογισμό της πρόβλεψης και στις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης, όπου χρησιμοποιούνται διαφορετικοί συντελεστές βαρύτητας για τα ιστορικά δεδομένα οι οποίοι φθίνουν με εκθετικό τρόπο από την πιο πρόσφατη τιμή των δεδομένων ως την πιο μακρινή.

### *Αυτοπαλινδρομικές μέθοδοι κινητού μέσου όρου (ARIMA)*

Οι αυτοπαλινδρομικές μέθοδοι κινητού μέσου όρου είναι στοχαστικά μαθηματικά μοντέλα τα οποία χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της διαχρονικής

εξέλιξης κάποιου φυσικού μεγέθους. Τα στοχαστικά μοντέλα περιέχουν το τυχαίο παράγοντα, τις τιμές του μεγέθους για τις προηγούμενες χρονικές στιγμές όπως και άλλους στοχαστικούς παράγοντες συνήθως. Το μοντέλο που προκύπτει τελικά είναι ένα γραμμικός συνδυασμός των παραπάνω ποσοτήτων. Τα αυτοπαλινδρομικά μοντέλα βασίζονται στην παραδοχή της αλληλεξάρτησης μεταξύ των τιμών που λαμβάνει η χρονοσειρά τις διάφορες χρονικές στιγμές.

#### *Επεξηγηματικές (Αιτιοκρατικές) Μέθοδοι*

Στις επεξηγηματικές μεθόδους αναγνωρίζονται μεταβλητές οι οποίες σχετίζονται με τη σειρά δεδομένων που υπάρχει και βάσει αυτών των μεταβλητών αναπτύσσεται κάποιο μοντέλο για να εκφράσει τη σχέση αυτή. Δεν είναι απαραίτητα κάποια χρονική εξάρτηση καθώς η πρόβλεψη εκφράζεται ως συνάρτηση του συγκεκριμένου αριθμού παραγόντων που έχει αναγνωριστεί ότι επηρεάζουν τις μελλοντικές τιμές. Η ανάπτυξη μία τέτοιας μεθόδου διευκολύνει την κατανόηση των συνθηκών και επιτρέπει τον πειραματισμό με διάφορους συνδυασμούς δεδομένων για τη βαθύτερη μελέτη των επιδράσεων τους στην τελική πρόβλεψη. Στις επεξηγηματικές μεθόδους ανήκουν οι μέθοδοι παλινδρόμησης όπως και οι οικονομετρικές μέθοδοι.

#### *4.3.2 Κριτικές Μέθοδοι*

Οι στατιστικές μέθοδοι που θα περιγραφούν εκτενέστερα σε αυτό το κεφάλαιο και εντάσσονται στην κατηγορία των ποσοτικών μεθόδων επιτρέπουν γενικά την αναγνώριση κάποιων προτύπων ή σχέσεων που διακρίνονται στις χρονοσειρές με στόχο την προέκταση των χρονοσειρών αυτών για εύρεση μελλοντικών τους τιμών. Βασική υπόθεση που γίνεται όμως είναι ότι θα συνεχιστεί να ισχύει το συγκεκριμένο πρότυπο ή σχέση που έχει παρατηρηθεί. Όμως στην πραγματική ζωή, αλλαγές συμβαίνουν διαρκώς και όσο γρηγορότερα αναγνωριστούν τόσο πιο πιθανή είναι η αποφυγή μεγάλου και συχνά ακριβού λάθους στις προβλέψεις. Όταν λοιπόν τέτοιες αλλαγές αναγνωριστούν, τότε εισέρχεται στις μεθόδους πρόβλεψης η ανθρώπινη κριτική ικανότητα. Η ανθρώπινη κριτική ικανότητα είναι η μόνη βιώσιμη εναλλακτική για να προβλέπει και την έκταση αλλά και την επίδραση των αλλαγών αυτών στις προβλέψεις. Επίσης είναι απαραίτητη για να μπορεί να ενσωματωθεί στις πληροφορίες η εμπειρία και η γνώση των managers όπως επίσης και των experts. Συνοψίζοντας οι κριτικές μέθοδοι έχουν εν γένει ως δεδομένα προϊόντα διαίσθησης, κρίσης και συσσωρευμένης γνώσης και χρησιμοποιούνται σε επιχειρήσεις και οργανισμούς. Η πρόβλεψη μπορεί να βασίζεται είτε στις γνώσεις και την κρίση ενός ατόμου (ατομικές μέθοδοι) είτε στο συνδυασμό απόψεων των μελών κάποιας επιτροπής (μέθοδοι επιτροπής).

#### *4.3.3 Τεχνολογικές Μέθοδοι*

Οι τεχνολογικές μέθοδοι πρόβλεψης χρησιμοποιούνται για μακροπρόθεσμες προβλέψεις σχετικά με τεχνολογικά, οικονομικά, κοινωνικά και πολιτικά θέματα. Διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: στις *διερευνητικές (exploratory)* και στις *κανονιστικές (normative)*. Οι διερευνητικές μέθοδοι ξεκινούν από το παρελθόν ή το παρόν και εξετάζοντας όλες τις πιθανές περιπτώσεις οδηγούνται στο μέλλον. Στον αντίποδα, υπάρχουν οι κανονιστικές μέθοδοι που πρώτα καθορίζουν όλους τους μελλοντικούς



στόχους και έπειτα εξετάζουν τη δυνατότητα επίτευξης τους λαμβάνοντας υπ όψιν τους περιορισμούς, τους διαθέσιμους πόρους αλλά και τις τεχνολογίες.

#### 4.4 Επιλογή της Κατάλληλης Μεθόδου Πρόβλεψης

Η εξαγωγή των προβλέψεων λόγω της μεγάλης τεχνολογικής εξέλιξης που υπάρχει, δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ως μία δύσκολη διαδικασία. Όμως δε θα μπορούσε κανείς να υποστηρίξει το ίδιο όσον αφορά και την επιλογή της κατάλληλης μεθόδου. Όπως έχει αναφερθεί προηγουμένως, οι μέθοδοι πρόβλεψης κατατάσσονται σε διάφορες κατηγορίες ανάλογα με τις εφαρμογές τους αλλά και τα κύρια χαρακτηριστικά τους, έτσι ώστε να γίνει η διαδικασία της επιλογής τους ανά περίπτωση πιο εύκολη διαδικασία. Κινούμενοι προς αυτήν την κατεύθυνση θα αναφερθούν κάποιοι βασικοί παράγοντες που αντικατοπτρίζουν τις δυνατότητες εφαρμογής των διαθέσιμων μεθόδων. Οι κυριότεροι λοιπόν παράγοντες είναι:

- *Χρονικός ορίζοντας.* Ανάλογα το χρονικό διάστημα στο μέλλον στο οποίο θα αναφέρεται η πρόβλεψη συχνά επιλέγεται και η αντίστοιχη μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί. Οι ποσοτικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται περισσότερο για μακροπρόθεσμες προβλέψεις ενώ οι ποσοτικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται περισσότερο για μεσοπρόθεσμες και βραχυπρόθεσμες προβλέψεις. Επίσης σημαντικό στοιχείο είναι και το πλήθος των περιόδων για το οποίο απαιτείται πρόβλεψη.
- *Πρότυπο συμπεριφοράς των δεδομένων.* Δεν είναι δυνατή η εφαρμογή κανενός μοντέλου πρόβλεψης αν πρώτα δεν αναγνωριστεί ένα βασικό πρότυπο συμπεριφοράς των δεδομένων, το οποίο θα αποτελέσει βάση της τεχνικής πρόβλεψης που θα εφαρμοστεί. Τα τέσσερα βασικά πρότυπα που συμπεριφοράς που συχνά εμφανίζονται στις χρονοσειρές και τις περισσότερες φορές συνυπάρχουν είναι το σταθερό πρότυπο, το πρότυπο της τάσης, το εποχιακό και το κυκλικό πρότυπο.
- *Κόστος.* Αναφερόμενοι σε μία μέθοδο πρόβλεψης, το κόστος της σχετίζεται άμεσα με τον όγκο των δεδομένων που αποτελούν τα ιστορικά στοιχεία και από την πολυπλοκότητα κατά την εφαρμογή της.
- *Αξιοπιστία.* Η αξιοπιστία σχετικά με τις προβλέψεις, συνδέεται με το επίπεδο λεπτομέρειας που απαιτείται στην αντίστοιχη περίπτωση. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου ένα ποσοστό ακρίβεια της πρόβλεψης 10% είναι ικανοποιητικό ενώ άλλες που ακόμα και το μισό ποσοστό από το προαναφερόμενο μπορεί να αποδειχθεί καταστροφικό.
- *Απλότητα και ευκολία στην εφαρμογή της.* Απλές και εύληπτες μέθοδοι εν γένει προτιμούνται καθώς είναι και πιο εύκολες στην εφαρμογή τους.

#### 4.5 Συνδυασμοί Μεθόδων

Ανάλογα με τις συνθήκες και τα κύρια χαρακτηριστικά που εμφανίζονται γίνεται και η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου. Εντούτοις, η αναγνώριση των χαρακτηριστικών και των συνθηκών που επικρατούν δεν είναι εύκολη και γρήγορη διαδικασία. Σε άλλες πάλι περιπτώσεις ακόμα και να αναγνωριστούν σωστά οι διάφοροι παράγοντες, είναι δύσκολη η εύρεση μίας μεθόδου αποκλειστικά που να ικανοποιεί πλήρως όλες τις απαιτήσεις του προβλήματος για την πρόβλεψη.

Παρατηρήθηκε ότι ένας τρόπος αύξησης της ακρίβειας των προβλέψεων, είναι ο συνδυασμός διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης. Διαφορετικές μέθοδοι πρόβλεψης, εφαρμοζόμενες στις ίδιες χρονοσειρές, παράγουν διαφορετικά αποτελέσματα καθώς η κάθε πρόβλεψη παρέχει και διαφορετική πληροφορία. Ο συνδυασμός τους παράγει προβλέψεις, αξιοποιώντας περισσότερη πληροφορία στην ίδια τιμή, γεγονός που ενισχύει την ακρίβεια της πρόβλεψης καθώς προσεγγίζεται καλύτερα η πραγματικότητα. Αξιοπρόσεχτο όμως σε αυτό το σημείο είναι να αναφερθεί ο τρόπος με τον οποίο γίνεται να πραγματοποιηθεί ο συνδυασμός των μεθόδων πρόβλεψης. Δύο βασικές τεχνικές επικρατούν για την υλοποίηση του εν λόγω συνδυασμού. Ο απλός μέσος όρων όλων των προβλέψεων των μεθόδων που θα επιλεγούν είναι η πρώτη τεχνική ενώ ο υπολογισμός του μέσου όρου αλλά με χρήση συντελεστών βαρύτητας είναι η δεύτερη. Σχετικά με τη δεύτερη τεχνική, οι συντελεστές βαρύτητας που γενικά χρησιμοποιούνται εξαρτώνται από την σχετική ακρίβεια της μεθόδου και από την συνδιακύμανση των σφαλμάτων πρόβλεψης. Το μέγεθος της ανομοιότητας των μεθόδων όπως επίσης και το μέτρο της σχετικής ακρίβειας κάθε μεθόδου σε μια συγκεκριμένη περίπτωση είναι δείκτες για την τιμή των συντελεστών βαρύτητας. Μελέτες που έχουν πραγματοποιηθεί έχουν αποδείξει ότι ο υπολογισμός του απλού μέσου όρου προβλέψεων οδηγεί σε αποτελέσματα το ίδιο ικανοποιητικά με αυτά το πολύπλοκων τεχνικών συνδυασμού.

Πάντως γενικότερα η στρατηγική του συνδυασμού των διαφορετικών προβλέψεων, είναι εξαιρετικά εποικοδομητική καθώς από έρευνες και μελέτες που έχουν πραγματοποιηθεί μέχρι σήμερα αποδεικνύεται μείωση του μεγέθους του σφάλματος έως και 6%.

#### **4.6 Μέθοδοι Πρόβλεψης Συνεχούς Ζήτησης**

Ακολούθως παρουσιάζονται οι σημαντικότερες κατηγορίες μεθόδων που πρόβλεψης που υπάρχουν στη βιβλιογραφία και χρησιμοποιούνται ευρέως. Η πρώτη κατηγορία είναι η κατηγορία των μέσων όρων (averaging methods) κατά την οποία δίνεται ίδιο βάρος για όλες τις παρατηρήσεις και η δεύτερη κατηγορία είναι η κατηγορία των μεθόδων εκθετικής εξομάλυνσης (exponential smoothing methods). Το όνομα της δεύτερης κατηγορίας δεν οφείλεται σε εξομάλυνση των δεδομένων με την έννοια της απαλοιφής τάσης – κύκλου αλλά λόγω χρήσης ενός σταθμισμένου μέσου όρου των παλαιών παρατηρήσεων με βάρη στις παλαιότερες παρατηρήσεις που φθίνουν εκθετικά πηγαίνοντας προς το παρελθόν. Όλες οι μέθοδοι της δεύτερης κατηγορίας, απαιτούν τον προσδιορισμό κάποιων παραμέτρων οι οποίες παίρνουν τιμές από το 0 έως το 1. Αυτές είναι και οι παράμετροι που καθορίζουν την βαρύτητα που θα δοθεί στις νεότερες ή στις παλαιότερες παρατηρήσεις. Ακολούθως θα παρουσιαστούν αναλυτικότερα μία προς μία οι προαναφερόμενοι μέθοδοι, ο τρόπος εφαρμογής τους όπως επίσης και η σημασία τους στην επιστήμη των προβλέψεων, καθώς έχουν χρησιμοποιηθεί στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

### 4.6.1 Απλοϊκή Μέθοδος Naive

Η συγκεκριμένη μέθοδος δίνει ως πρόβλεψη για την επόμενη χρονική περίοδο την ίδια τιμή με την παρατήρηση που είχε σημειωθεί την προηγούμενη ακριβώς χρονική περίοδο. Έχει καλή απόδοση για προβλέψεις μίας περιόδου μπροστά σε αποεποχικοποιημένες χρονοσειρές καθώς η αναμενόμενη τιμή της πρόβλεψης δεν διαφέρει σημαντικά από την τελευταία παρατήρηση που είναι διαθέσιμη. Η μαθηματική σχέση που περιγράφει αυτή τη μέθοδο πρόβλεψης είναι:

$$X_t(m) = X_t$$

### 4.6.2 Μέθοδοι Μέσου Όρου

Τα ιστορικά δεδομένα μπορούν να εξομαλυνθούν με πολλούς τρόπους. Κάποιοι από αυτούς τους τρόπους είναι ο μέσος όρος και κινητός μέσος όρος.

#### Απλός Μέσος Όρος

Η μέθοδος του απλού μέσου όρου είναι η εύρεση το μέσου όρου όλων των παρατηρήσεων και η χρήση αυτής της τιμής για πρόβλεψη. Συνεπώς η πρόβλεψη δίνεται βάσει της παρακάτω σχέσης:

$$F_{t+1} = \frac{1}{t} \cdot \sum_{i=1}^t Y_i$$

Η χρήση αυτής της μεθόδου ενδείκνυται για περιπτώσεις που οι παρατηρήσεις δεν παρουσιάζουν τάση ή αξιοπρόσεκτη εποχιακότητα. Εν γένει προτείνεται για χρονοσειρές που παρουσιάζουν σταθερότητα στην πάροδο του χρόνου λόγω του μεγάλου όγκου ιστορικών δεδομένων που ισάξια συμπεριλαμβάνεται στον υπολογισμό της μεθόδου.

#### Κινητός Μέσος Όρος

Ένας τρόπος να διαχειριστεί η επιρροή των παρελθουσών παρατηρήσεων στην πρόβλεψη όταν έχει επιλεγεί ως μέθοδος πρόβλεψης η μέθοδος του κινητού μέσου είναι να καθοριστεί το μήκος του μέσου όρου των παρατηρήσεων που θα ληφθούν υπ' όψη στην εξαγωγή της πρόβλεψης. Ο όρος κινητός μέσος όρος χρησιμοποιείται για να περιγράψει τη διαδικασία καθώς όταν μία νέα παρατήρηση γίνεται διαθέσιμη, τότε υπολογίζεται ο νέος μέσος όρος των τελευταίων παρατηρήσεων του συγκεκριμένου μήκους που έχει επιλεγεί. Αυτός ο νέος μέσος όρος θα είναι η τιμή της πρόβλεψης που παράγεται από αυτήν την μέθοδο για την επόμενη χρονική περίοδο. Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι το πλήθος των παρατηρήσεων που χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή του μέσου όρου παραμένει σταθερό καθ' όλη τη διαδικασία πρόβλεψης και περιλαμβάνει πάντα τις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις. Η σχέση που χρησιμοποιείται για την εφαρμογή της μεθόδου του κινητού μέσου όρου, οποίος συμβολίζεται: MA(k) είναι:

$$F_{t+1} = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=t-k+1}^t Y_i$$

Μία ενδεχόμενη σύγκριση του κινητού μέσου όρου και του απλού μέσου όρου θα παρουσίαζε ενδιαφέρον για να γίνει αντιληπτή η διαφορά στην χρήση τους. Το πλεονέκτημα του κινητού μέσου όρου είναι η σημασία που δίνεται πάντα τελευταίες ίσου πλήθους παρατηρήσεις ενώ τα μειονεκτήματα που παρουσιάζει είναι ότι απαιτεί περισσότερο χώρο αποθήκευσης δεδομένων, διότι πρέπει να αποθηκευτούν όλες οι παρατηρήσεις από τις οποίες θα εξάγεται κάθε φορά ο μέσος όρος και όχι απλά η τιμή του μέσου όρου. Τέλος καμία από τις δύο μεθόδους δεν μπορεί να διαχειριστεί με επιτυχία κύρια χαρακτηριστικά των χρονοσειρών όπως είναι η τάση και η εποχιακότητα παρά το γεγονός ότι η μέθοδος του κινητού μέσου όρου παρουσιάζει καλύτερα αποτελέσματα, όμως όχι ικανοποιητικά.

### 4.6.3 Απλή Γραμμική Παλινδρόμηση

Η απλή γραμμική παλινδρόμηση υποθέτει την εξάρτηση μίας μεταβλητής  $Y$  από μία ανεξάρτητη μεταβλητή  $X$  με την εξής μαθηματική σχέση:

$$Y = a + bX + e$$

Όπου  $a$  είναι το αρχικό σημείο (για  $b=0$ ) και  $b$  είναι η κλίσης της ευθείας, ενώ ο όρος  $e$ , δηλώνει το σφάλμα, δηλαδή την απόκλιση της παρατήρησης από της ευθείας που παριστάνεται από την παραπάνω σχέση.

Στόχος της απλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι η εκτίμηση των παραμέτρων  $a$  και  $b$  έτσι ώστε η ευθεία:

$$Y = a + bX$$

Να αποτελεί τη "βέλτιστη", δηλαδή να προσαρμόζεται όσο το δυνατόν καλύτερα στα δεδομένα. Το σφάλμα προσαρμογής μπορεί να θεωρηθεί σαν την κατακόρυφη απόκλιση της παρατήρησης από την ευθεία προσαρμογής και δίδεται ως εξής:

$$e_t = Y_i - \hat{Y}_i$$

Όπου η τιμή  $\hat{Y}_i$  αντιπροσωπεύει την εκτιμώμενη τιμή (από της ευθείας παλινδρόμησης) και η τιμή  $Y_i$  αντιστοιχεί στην πραγματική παρατήρηση. Σαν βέλτιστη ευθεία προσαρμογής, επιλέγεται αυτή για την οποία το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων γίνεται ελάχιστο. Η μέθοδος είναι γνωστή σαν μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων. Η μαθηματική σχέση από την οποία προκύπτει το σφάλμα μπορεί να γραφτεί συναρτήσει των  $a$  και  $b$  ως εξής:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - a - bX_i)^2$$

Οπότε και είναι δυνατός ο υπολογισμός των παραμέτρων  $a$  και  $b$  που δίνουν την εξίσωση βέλτιστης ευθείας. Οι μαθηματικές σχέσεις που προκύπτουν είναι:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

Η μέθοδος αυτή ονομάζεται Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων.

#### 4.6.4 Μέθοδοι Εκθετικής Εξομάλυνσης

Μία επέκταση των μεθόδων μέσου όρου, είναι οι μέθοδοι πρόβλεψης με σταθμισμένο μέσο όρο. Δηλαδή όλες οι παρατηρήσεις να μην έχουν τη ίδια βαρύτητα για την εξαγωγή των προβλέψεων. Είναι συχνό φαινόμενο, οι πιο πρόσφατες παρατηρήσεις να είναι καλύτερος οδηγός για την πρόβλεψη της μελλοντικής τιμής. Γι' αυτόν τον λόγο, δημιουργήθηκε η ανάγκη για μοντέλα πρόβλεψης που θα χρησιμοποιούν τις παλαιότερες παρατηρήσεις με μειωμένη βαρύτητα συγκριτικά με τις πιο πρόσφατες. Σε αυτήν την παράγραφο λοιπόν θα περιγραφούν μέθοδοι οι οποίοι εφαρμόζουν εκθετική μείωση του συντελεστή βαρύτητας όσο πιο παλαιά είναι η παρατήρηση. Αυτός είναι και ο λόγος που αυτές οι μέθοδοι καλούνται μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης.

Γενικότερα, η εκθετική εξομάλυνση είναι μέθοδος πρόβλεψης, η οποία προεκτείνει στοιχεία του προτύπου των ιστορικών δεδομένων στο μέλλον. Το μοντέλο της αντίστοιχης πρόβλεψης εφαρμόζεται στη δοθείσα χρονοσειρά αφού πρώτα τα αντίστοιχα δεδομένα έχουν εξομαλυνθεί έτσι ώστε να απομονωθούν τα πραγματικά πρότυπα από τις καθαρά τυχαίες διακυμάνσεις.

Οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης είναι ιδιαίτερα δημοφιλείς στο πεδίο των προβλέψεων λόγω της απλότητας τους, των περιορισμένων απαιτήσεων τους για αποθήκευση δεδομένων και του μειωμένου υπολογιστικού φόρτου που απαιτούν. Επίσης παρά την απλότητα που τις διακρίνει, σύμφωνα με αποτελέσματα πρακτικών μελετών, παρουσιάζουν ικανοποιητικά ποσοστά ακρίβειας σε σχέση με πιο πολύπλοκες μεθόδους, διότι δεν επηρεάζονται τις ιδιομορφίες των προτύπων των δεδομένων ούτε από τυχαία εμφανιζόμενες ακραίες τιμές.

Τα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης χωρίζονται σε κατηγορίες ανάλογα με τη γενική μορφή της γραφικής παράστασης της χρονοσειράς. Σύμφωνα λοιπόν με την κατηγοριοποίηση αυτή προκύπτουν τέσσερα μοντέλα τάσης: τα σταθερού επιπέδου, γραμμικής τάσης, εκθετικής τάσης και φθίνουσας τάσης.

Πριν αναλυθεί κάθε μοντέλο, κρίνεται σκόπιμο να αναφερθούν κάποια γενικά χαρακτηριστικά τους συνοπτικά και για τα τέσσερα μοντέλα έτσι ώστε να υπάρχει μία γενική εικόνα για τη χρήση του καθενός. Αρχικά λοιπόν, τα μοντέλα σταθερού επιπέδου υποθέτουν την απουσία τάσης από τα δεδομένα. Εν γένει χρησιμοποιούνται για τις προβλέψεις ενός βήματος, διότι η πρόβλεψη για οποιαδήποτε μελλοντική χρονική στιγμή γίνεται με την προέκταση μιας οριζόντιας ευθείας γραμμής. Αντιθέτως, το μοντέλο γραμμικής τάσης είναι πρακτικά πιο διαδεδομένο διότι η πρόβλεψη γίνεται με προέκταση μίας ευθείας γραμμής συμπεριλαμβανομένης την ύπαρξης της τάσης με αυτόν τον τρόπο. Χαρακτηριστικά παραδείγματα που ενδείκνυται η εφαρμογή μοντέλου γραμμικής τάσης είναι το ποσοστό αύξησης των πωλήσεων στην αρχή του κύκλου ζωής ενός προϊόντος. Τόσο

τα μοντέλα σταθερού επιπέδου όσο και γραμμικής τάσης έχουν κατηγορηθεί για παραγωγή υπεραισιόδοξων μεθόδων καθώς προεκτείνεται το αντίστοιχο μοντέλο στο μέλλον. Έτσι λοιπόν, προέκυψε η ανάγκη εφαρμογής ενός άλλου μοντέλου, όπως του μοντέλου φθίνουσας τάσης, το οποίο αποτελεί την καλύτερη προσέγγιση σχετικά με τις μακροχρόνιες προβλέψεις, διότι μειώνεται σταδιακά το μέγεθος κατά το οποίο αυξάνονται οι τιμές της χρονοσειράς κάθε χρονική περίοδο. Πιο αναλυτικά ακολουθεί μελέτη και παρουσίαση κάθε μοντέλου για την καλύτερη κατανόηση του.

### *Μοντέλο Σταθερού Επιπέδου - Απλή Εκθετική Εξομάλυνση (Simple Exponential Smoothing)*

Το μοντέλο σταθερού επιπέδου περιγράφεται από τις εξής εξισώσεις:

$$e_t = X_t - \widehat{X}_{t-1}$$

$$S_t = S_{t-1} + h_1 \cdot e_t$$

$$\widehat{X}_t(m) = S_t$$

Όπου  $e_t$  είναι το σφάλμα της πρόβλεψης το οποίο προκύπτει από τη διαφορά της πραγματικής τιμής της χρονοσειράς και της πρόβλεψης για την ίδια χρονική περίοδο  $t$ . Ο δείκτης  $t$  λοιπόν, αντιπροσωπεύει την χρονική περίοδο. Το  $S_t$  είναι το επίπεδο της χρονοσειράς στο τέλος της χρονικής περιόδου  $t$  και είναι το επίπεδο της προηγούμενης χρονικής περιόδου και ενός ποσοστού του σφάλματος. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η τιμή του ποσοστού αυτού διότι αντιπροσωπεύει την τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης και λαμβάνει τιμές από 0 έως 1. Τέλος η τιμή  $\widehat{X}_t(m)$  είναι η πρόβλεψη που πραγματοποιείται στο τέλος κάθε περιόδου  $t$  και αναφέρεται σε  $m$  περιόδους μπροστά. Χαρακτηριστικό της μεθόδου σταθερού επιπέδου είναι ότι η πρόβλεψη για κάθε χρονική περίοδο είναι ίση με το επίπεδο  $S_t$ .

Η συνολική συμπεριφορά του μοντέλου σταθερού επιπέδου συνοψίζεται ως εξής: σε κάθε χρονική στιγμή, υπολογίζεται το σφάλμα με σκοπό να κρατήσει την τιμή της πρόβλεψης αρκετά κοντά στο επίπεδο της πραγματικής χρονοσειράς. Για την παραγωγή της πρόβλεψης κάθε χρονική στιγμή, πρέπει να έχει υπολογιστεί η τιμή του επιπέδου από την πραγματική χρονοσειρά για την προηγούμενη χρονική στιγμή. Εύλογη απορία που προκύπτει λοιπόν είναι τι θα γίνει με την πρόβλεψη για την πρώτη χρονική στιγμή που δεν υπάρχουν προηγούμενα δεδομένα. Επιπλέον εντονότερη γίνεται και η σημασία της πρώτης τιμής του επιπέδου καθώς επηρεάζει και όλες τις επόμενες τιμές πρόβλεψης που θα προκύψουν από τη μέθοδο αλλά και τη τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης. Συνήθεις μεθοδολογίες για την πρώτη τιμή του επιπέδου της απλής εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου είναι να είναι ίση με το μέσο όρο όλων των παρατηρήσεων, να είναι ίση με το μέσο όρο των πρώτων παρατηρήσεων (συνηθίζεται όταν παρουσιάζεται τάση στην χρονοσειρά), ίση με την πρώτη παρατήρηση ή τέλος ίση με το σταθερό επίπεδο από το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Η τιμή της αρχικοποίησης του επιπέδου για την εφαρμογή του μοντέλου, αφήνεται στο ερευνητή και εξαρτάται και από τα χαρακτηριστικά της εκάστοτε χρονοσειράς.

Όσον αφορά τώρα την τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης, η τιμή του δεν είναι μονοσήμαντη. Όπως έχει αναφερθεί οι τιμές που λαμβάνει ανήκουν στο διάστημα 0

έως 1 και εν γένει το κριτήριο που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της είναι η ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MSE). Ο λόγος που δεν είναι μία συγκεκριμένη τιμή η τιμή της παραμέτρου εξομάλυνσης είναι ότι μπορεί να επιλεχθούν άλλα κριτήρια για την επιλογή της αντίστοιχης τιμής όπως είναι η ελαχιστοποίησης κάποιου άλλου σφάλματος. Η εύρεση της τιμής της σταθεράς εξομάλυνσης βρίσκεται με αλγοριθμικό τρόπο είτε με γραμμική αναζήτηση ψάχνοντας το ελάχιστο σφάλμα είτε με κάποια άλλη βελτιστοποίηση. Η γραμμική αναζήτηση εν γένει έχει το πρόβλημα χρόνου ιδιαίτερα όταν οι χρονοσειρές που αναφερόμαστε έχουν πολλά δεδομένα.

Ο βέλτιστος συντελεστής εξομάλυνσης καθορίζεται από δύο κύριους παράγοντες οι οποίοι αλληλοεξαρτώνται. Ο ένας είναι το ποσοστό θορύβου που υπάρχει στην χρονοσειρά. Όσο περισσότερος θόρυβος υπάρχει στα δεδομένα της χρονοσειράς τόσο μικρότερη πρέπει να είναι η τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης για να αποφευχθεί η υπερβολική αντίδραση στον θόρυβο. Ο άλλος παράγοντας είναι η σταθερότητα του μέσου όρου της χρονοσειράς. Αν ο μέσος όρος της χρονοσειράς μεταβάλλεται, ο συντελεστής εξομάλυνσης θα πρέπει να είναι μεγάλος έτσι ώστε οι προβλέψεις να παρακολουθούν τις αντίστοιχες μεταβολές των δεδομένων. Αντίθετα αν ο μέσος όρος είναι σχετικά σταθερός, τότε η τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης θα είναι μικρή. Οι ακραίες τιμές του συντελεστή εξομάλυνσης έχουν καθοριστική σημασία για την παραγωγή της πρόβλεψης. Μηδενική τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης σημαίνει ότι η πρόβλεψη θα μείνει ίδια για όλες τις χρονικές περιόδους. Γι αυτό εν γένει χρησιμοποιείται ένα κατώτατο όριο για την τιμή της παραμέτρου έτσι ώστε να αποφεύγεται η μηδενική τιμή. Επίσης η μέγιστη τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης δηλαδή να είναι ίσος με τη μονάδα, τότε η τιμή της πρόβλεψης ταυτίζεται κάθε φορά με την τιμή της προηγούμενης χρονικής περιόδου, δηλαδή είναι ίση με την τελευταία τιμή της χρονοσειράς.

### *Μοντέλο Γραμμικής Τάσης (Holt Exponential Smoothing)*

Το μοντέλο εξομάλυνσης γραμμικής τάσης παρουσιάζει ομοιότητες με το μοντέλο παλινδρόμησης, όμως σταδιακά αποδίδεται μεγαλύτερη βαρύτητα στα πιο πρόσφατα δεδομένα και το αρχικό σημείο και η κλίση επαναυπολογίζονται σε κάθε χρονική περίοδο. Πρακτικές μελέτες έχουν δείξει ότι οι εξομαλυμένες τιμές του αρχικού σημείου και της κλίσης είναι πολύ πιο ακριβείς από τις αντίστοιχες τιμές που υπολογίζονται αν στα δεδομένα εφαρμοστεί απλή γραμμική παλινδρόμηση. Το μοντέλο της εξομάλυνσης γραμμικής τάσης μαθηματικά περιγράφεται:

$$e_t = X_t - \widehat{X}_{t-1}$$

$$S_t = S_{t-1} + T_{t-1} + h_1 \cdot e_t$$

$$T_t = T_{t-1} + h_2 \cdot e_t$$

$$\widehat{X}_t(m) = S_t + m \cdot T_t$$

Όπου  $e_t$  είναι το σφάλμα της πρόβλεψης το οποίο προκύπτει από τη διαφορά της πραγματικής τιμής της χρονοσειράς και της πρόβλεψης για την ίδια χρονική περίοδο  $t$ . Το  $S_t$ , είναι το επίπεδο της χρονοσειράς στο τέλος της χρονικής περιόδου  $t$  και είναι ίσο με το άθροισμα του επιπέδου της χρονοσειράς στο τέλος της

χρονικής περιόδου  $t$  και είναι ίσο με το άθροισμα το επιπέδου της χρονικής περιόδου  $t-1$ , της τάσης και την χρονική περίοδο  $t-1$  και ενός ποσοστού το σφάλματος πρόβλεψης. Το ποσοστό αυτό καθορίζεται από τον συντελεστή  $h_1$  ο οποίος ορίζεται ως ο συντελεστής εξομάλυνσης του επιπέδου και το πεδίο τιμών του είναι από το 0 έως το 1. Η τάση  $T_t$  αντιπροσωπεύει την τάση που υπάρχει στην χρονοσειρά για την περίοδο  $t$  και είναι ίση με το άθροισμα της τάσης της χρονικής περιόδου  $t-1$  και ενός ποσοστού του σφάλματος της πρόβλεψης. Το ποσοστό αυτό συμβολίζεται με τον συντελεστή  $h_2$  ο οποίος καλείται συντελεστής εξομάλυνσης της τάσης και το πεδίο τιμών του είναι επίσης από το 0 έως το 1. Η ποσότητα  $\widehat{X}_t(m)$  που υπάρχει στην τελευταία από τις σχέσεις που περιγράφουν το μοντέλο είναι η πρόβλεψη που πραγματοποιείται στο τέλος της περιόδου  $t$  και αναφέρεται σε  $m$  περιόδους μπροστά. Η πρόβλεψη είναι ίση με το άθροισμα του επιπέδου  $S_t$  και της τάσης  $T_t$  πολλαπλασιασμένη με τον αριθμό  $m$  περιόδων του ορίζοντα πρόβλεψης.

Από την ανάλυση των σχέσεων που προηγήθηκε, γίνονται εμφανείς και οι διαφορές μεταξύ του μοντέλου γραμμικής τάσης και μοντέλου γραμμικής παλινδρόμησης. Το επίπεδο στο μοντέλο γραμμικής τάσης είναι το αρχικό σημείο μίας γραμμής τάσης η οποία αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη μόνο χρονική περίοδο και μεταβάλλεται ανάλογα με τα δεδομένα κάθε χρονικής περιόδου.

Η αρχικοποίηση τόσο του επιπέδου όσο και της τάσης είναι εξαιρετικά σημαντική και στο μοντέλο γραμμικής εξομάλυνσης. Το αρχικό επίπεδο υπολογίζεται όπως και στην απλή εκθετική εξομάλυνση ενώ ως αρχική τάση συνήθως χρησιμοποιείται η διαφορά της δεύτερης και πρώτης παρατήρησης ( $Y_2 - Y_1$ ) ή η διαφορά την  $v$ - οστής παρατήρησης και πρώτης διαιρεμένη με  $v-1$  ή η σταθερά κλίσης της κλίσης από το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης.

Σχετικά με τις τιμές των συντελεστών εξομάλυνσης, πάλι ποικίλουν οι τιμές στο εύρος από το 0 έως του 1, ανάλογα με το κριτήριο επιλογής που θα χρησιμοποιηθεί, όπως η ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος που συνηθίζεται ή η ελαχιστοποίηση του μέσου απόλυτου σφάλματος. Από την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος προκύπτουν τιμές και για τα δύο παραμέτρους της μεθόδου. Ουσιαστικά προκύπτει ο καλύτερος συνδυασμός των παραμέτρων σχετικά με την ακρίβεια. Είναι προφανές πως λόγω ύπαρξης δύο παραμέτρων εξομάλυνσης, η εύρεση της καλύτερης τιμής τους γίνεται πιο πολύπλοκη διαδικασία που απαιτεί και περισσότερο χρόνο. Συνεπώς η χρήση αποτελεσματικού αλγορίθμου προς εύρεση αυτών των παραμέτρων κρίνεται πολύ σημαντική.

#### *Μοντέλα Μη Γραμμικής Τάσης*

Το μοντέλο γραμμικής τάσης μπορεί να μεταβληθεί κατάλληλα ώστε να προσαρμόζεται και σε μη γραμμικές τάσεις. Αυτό επιτυγχάνεται με την χρήση μιας παραμέτρου επιπλέον που ελέγχει τον ρυθμό αύξησης των τιμών των προβλέψεων. Αυτή ονομάζεται παράμετρος διόρθωσης της τάσης και συμβολίζεται με  $\varphi$ . το μοντέλο μη γραμμικής τάσης μαθηματικά περιγράφεται μαθηματικά ως ακολούθως:

$$e_t = X_t - \widehat{X}_{t-1}$$

$$S_t = S_{t-1} + \varphi T_{t-1} + h_1 \cdot e_t$$



$$T_t = \varphi T_{t-1} + h_2 \cdot e_t$$

$$\widehat{X}_t(m) = S_t + \varphi^m \cdot T_t$$

Αρχικά, όπως και στις προηγούμενες μεθόδους, υπολογίζεται το σφάλμα της πρόβλεψης  $e_t$  το οποίο προκύπτει από τη διαφορά της πραγματικής τιμής της χρονοσειράς και της πρόβλεψης για την ίδια χρονική περίοδο  $t$ . Το  $S_t$ , είναι το επίπεδο της χρονοσειράς στο τέλος της χρονικής περιόδου  $t$  και είναι ίσο με το άθροισμα του επιπέδου της χρονοσειράς στο τέλος της χρονικής περιόδου  $t$  και είναι ίσο με το άθροισμα το επιπέδου της χρονικής περιόδου  $t-1$ , της τάσης και την χρονική περίοδο  $t-1$  πολλαπλασιασμένη με μία παράμετρο  $\varphi$  και ενός ποσοστού το σφάλματος πρόβλεψης. Το ποσοστό αυτό καθορίζεται από τον συντελεστή  $h_1$  ο οποίος ορίζεται ως ο συντελεστής εξομάλυνσης του επιπέδου και το πεδίο τιμών του είναι από το 0 έως το 1. Η τάση  $T_t$  αντιπροσωπεύει την τάση που υπάρχει στην χρονοσειρά για την περίοδο  $t$  και είναι ίση με το άθροισμα της τάσης της χρονικής περιόδου  $t-1$  πολλαπλασιασμένη με έναν συντελεστή  $\varphi$  και ενός ποσοστού του σφάλματος της πρόβλεψης. Το ποσοστό αυτό συμβολίζεται με τον συντελεστή  $h_2$  ο οποίος καλείται συντελεστής εξομάλυνσης της τάσης και το πεδίο τιμών του είναι επίσης από το 0 έως το 1. Η ποσότητα  $\widehat{X}_t(m)$  που υπάρχει στην τελευταία από τις σχέσεις που περιγράφουν το μοντέλο είναι η πρόβλεψη που πραγματοποιείται στο τέλος της περιόδου  $t$  και αναφέρεται σε  $m$  περιόδους μπροστά. Η πρόβλεψη είναι ίση με το άθροισμα του επιπέδου  $S_t$  και της τάσης  $T_t$  πολλαπλασιασμένη με την παράμετρο  $\varphi$  υψωμένη στον αριθμό  $m$  περιόδων του ορίζοντα πρόβλεψης.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον μελέτης παρουσιάζει η μελέτη της τιμής της νέας παραμέτρου  $\varphi$  που χρησιμοποιείται. Αν η παράμετρος είναι μεγαλύτερη της μονάδας, τότε προκύπτει εκθετική τάση και το μέγεθος κατά το οποίο αυξάνει η τιμή των προβλέψεων μεγαλώνει κάθε φορά. Αν η τιμή του συντελεστή  $\varphi$  όμως είναι μικρότερη από την μονάδα τότε προκύπτει φθίνουσα τάση και το μέγεθος κατά το οποίο αυξάνει η τιμή των προβλέψεων μικραίνει κάθε χρονική περίοδο.

Η αρχικοποίηση το μοντέλου γίνεται εν γένει με εφαρμογή της γραμμικής παλινδρόμησης στα ιστορικά δεδομένα όπου οι αρχικές τιμές του επιπέδου και της τάσης λαμβάνουν τις τιμές του αρχικού σημείου και της κλίσης της ευθείας της γραμμικής παλινδρόμησης. Επίσης είναι δυνατή και η χρήση και άλλων τρόπων που έχουν ήδη περιγραφεί στη γραμμική εκθετική εξομάλυνση.

Σχετικά με τις τιμές των συντελεστών εξομάλυνσης και της παραμέτρου διόρθωσης της τάσης, ελέγχονται κάποιες δοκιμαστικές τιμές. Το κριτήριο επιλογής είναι στις περισσότερες περιπτώσεις η ελαχιστοποίηση το μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MSE) αν και θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν και άλλα είδη σφαλμάτων όπως είναι το ποσοστιαίο σφάλμα. Ομοίως όπως και στις άλλες μεθόδους εξομάλυνσης από την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, θα προκύψει ο καλύτερος συνδυασμών των τιμών των αντίστοιχων παραμέτρων. Όσο αυξάνεται το πλήθος των παραμέτρων, τόσο αυξάνεται και η υπολογιστική πολυπλοκότητα του προβλήματος άρα και του χρόνου που απαιτείται για την εύρεση των παραμέτρων. Οπότε η υλοποίηση ενός αποδοτικού αλγορίθμου που χρησιμοποιεί το κριτήριο της ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού

σφάλματος ώστε να εξάγει το βέλτιστο δυνατό συνδυασμό πέρα από την γραμμική αναζήτηση η οποία είναι χρονοβόρα, κρίνεται επιτακτική.

Σε αυτό το σημείο είναι σημαντικό να αναλυθεί περαιτέρω η φυσική σημασία της τιμής της παραμέτρου διόρθωσης και οι διαφορές που προκαλούν οι αλλαγές της τιμής τους στο εν λόγω μοντέλο. Αρκετές φορές λοιπόν, οι προβλέψεις που προκύπτουν από το μοντέλο μη γραμμικής τάσης είναι ίδιες με αυτές του μοντέλου απλής εκθετικής εξομάλυνσης ή του μοντέλου γραμμικής τάσης. Για παράδειγμα αν στα δεδομένα μας δεν υπάρχει τάση και εφαρμοστεί το μοντέλο μη γραμμικής τάσης και το μοντέλο σταθερού επιπέδου, οι προβλέψεις που θα παραχθούν θα είναι κατά προσέγγιση ίσες. Αυτό γιατί η τιμή της παραμέτρου διόρθωσης της τάσης  $\phi$  που θα προκύψει με την προαναφερόμενη διαδικασία εύρεσης της, θα είναι πολύ κοντά στο 0. Και πράγματι, αν στις μαθηματικές εξισώσεις περιγραφής του μοντέλου μη γραμμικής τάσης, προκύπτει το μοντέλο σταθερού επιπέδου συνεπώς οι προβλέψεις είναι ακριβώς οι ίδιες.

Από την παραπάνω διαπίστωση γίνεται φανερό ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο μη γραμμικής τάσης σαν ένα αυτόματο σύστημα πρόβλεψης για κάθε τύπο μη εποχιακής χρονοσειράς. Για κάθε τιμή της παραμέτρου διόρθωσης της τάσης  $\phi$  έχουμε αντίστοιχη σε ένα από τα παρακάτω μοντέλα εξομάλυνσης:

- $\phi = 0$ , σταθερό επίπεδο
- $\phi < 1$ , φθίνουσα τάση
- $\phi = 1$ , γραμμική τάση
- $\phi > 1$ , εκθετική τάση.

Η ακρίβεια των προβλέψεων του μοντέλου μη γραμμικής τάσης είναι σημαντικά μεγαλύτερη από τις αντίστοιχες του μοντέλου γραμμικής τάσης. Γενικά το μοντέλο μη γραμμικής τάσης δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε περιπτώσεις όπου είναι αδύνατη η εύρεση κάποιου συγκεκριμένου μοντέλου για την παραγωγή προβλέψεων κάποιας χρονοσειράς.

Άλλο ένα πλεονέκτημα του μοντέλου μη γραμμικής τάσης είναι η καταλληλότητα του για παραγωγή προβλέψεων μεγάλου χρονικού ορίζοντα. Πραγματικά οι πρακτικές έρευνες έχουν δείξει ότι όσο πιο μακρινός είναι ο ορίζοντας πρόβλεψης, τόσο πιο πολύ πλεονεκτεί το μοντέλο μη γραμμικής τάσης σε ακρίβεια έναντι των άλλων μοντέλων.

#### 4.6.5 Μοντέλο *Theta*

Η μέθοδος *Theta* (Assimakopoulos και Nikolopoulos, 2000; Νικολόπουλος, 2002) είναι μία μονοδιάστατη μέθοδος πρόβλεψης, η οποία βασίζεται στην μεταβολή των τοπικών καμπυλοτήτων μιας χρονοσειράς μέσα από την παράμετρο  $\theta$  που εφαρμόζεται πολλαπλασιαστικά στις διαφορές δεύτερης τάξης των δεδομένων. Η καινούργια χρονοσειρά που δημιουργείται διατηρεί την μέση τιμή και κλίση της αρχικής χρονοσειράς αλλά όχι και τις τοπικές καμπυλότητες και τη διακύμανση. Οι χρονοσειρές που παράγονται με αυτή τη διαδικασία ονομάζονται γραμμές *theta*. Βασικό ποιοτικό χαρακτηριστικό αυτών των γραμμών είναι η καλύτερη προσέγγιση της μακροπρόθεσμης συμπεριφοράς των δεδομένων ή ανάδειξη και τονισμός των

βραχυπρόθεσμων χαρακτηριστικών, ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου  $\theta$  (μικρότερη ή μεγαλύτερη της μονάδας αντίστοιχα).

Η προτεινόμενη μέθοδος αποσυνθέτει (διαχωρίζει) την αρχική χρονοσειρά σε δύο ή περισσότερες γραμμές  $\theta$ . Η κάθε γραμμή  $\theta$  προεκτείνεται στο μέλλον ξεχωριστά, με την ίδια ή και με διαφορετικές μεθόδους πρόβλεψης και οι παραγόμενες προβλέψεις συνδυάζονται για να προκύψει η τελική πρόβλεψη. Ο απλός συνδυασμός δύο γραμμών  $\theta$ , για  $\theta=0$  (ευθεία γραμμή) και για  $\theta=2$  (διπλασιασμός των τοπικών καμπυλοτήτων) χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή προβλέψεων για τις 3003 χρονοσειρές του διεθνούς διαγωνισμού προβλέψεων M3 και παρήγαγε πολύ καλά αποτελέσματα, με μικρά σφάλματα προβλεπτικής ακρίβειας.

Τα βήματα που ουσιαστικά περιγράφουν τη μεθοδολογία της κλασικής μεθόδου  $\theta$  είναι τα παρακάτω:

*Βήμα 0. Έλεγχος εποχιακότητας.* Ελέγχεται η κάθε χρονοσειρά για στατιστικά σημαντική εποχιακή συμπεριφορά.

*Βήμα 1. Αποεποχικοποίηση.* Μέσω της κλασικής μεθόδου πολλαπλασιαστικής αποσύνθεσης

*Βήμα 2. Αποσύνθεση.* Η κάθε χρονοσειρά αποσυντίθεται σε γραμμές  $\theta$ , την ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης ( $\theta=0$ ) και τη γραμμή  $\theta$  με παράμετρο  $\theta=2$ .

*Βήμα 3. Πρόβλεψη.* Η γραμμή  $\theta$  με παράμετρο  $\theta = 0$ , που αναπαριστά την ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης, προεκτείνεται με τον συνηθισμένο τρόπο, ενώ η δεύτερη γραμμή προεκτείνεται μέσω της απλής γραμμικής εξομάλυνσης.

*Βήμα 4. Συνδυασμός.* Οι παραγόμενες προβλέψεις των δύο γραμμών  $\theta$  συνδυάζονται με ίσα βάρη.

*Βήμα 5. Εποχικοποίηση.* Οι τελικές προβλέψεις εποχικοποιούνται, χρησιμοποιώντας τους δείκτες εποχιακότητας που υπολογίστηκαν στο βήμα 1.

Ακολούθως περιγράφεται ο υπολογισμός των δύο γραμμών  $\theta$  που προτείνονται στην αναφερόμενη μεθοδολογία. Δεδομένου πως η Theta Line(0) ισοδυναμεί με την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων (LRL) που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο, απομένει ο υπολογισμός της Theta Line(2). Έτσι προκύπτουν οι εξής σχέσεις:

$$Y_t = \frac{1}{2} (Y_t^{\theta=1-\alpha} + Y_t^{\theta=1-\alpha}) \stackrel{\alpha=1}{\iff}$$

$$Y_t = \frac{1}{2} (Y_t^{\theta=0} + Y_t^{\theta=2}) \stackrel{Y_t^{\theta=0}=LRL_t}{\iff}$$

$$Y_t^{\theta=2} = 2 \cdot Y_t - LRL_t$$

Η τελευταία εξίσωση οδηγεί σε έναν εναλλακτικό τρόπο παραγωγής της Theta Line(2) αφού η LRL μπορεί εύκολα να παραχθεί σύμφωνα με τη θεωρία της

παλινδρόμησης. Ένας άλλος τρόπος υπολογισμού οποιασδήποτε γραμμής theta είναι σύμφωνα με τον Νικολόπουλο και του συνεργάτες το 2008 είναι:

$$Theta\ Line(\theta)_t = Y_t^\theta = LRL_t + \theta \cdot e_t$$

όπου:

$$e_t = Y_t - LRL_t$$

Ενώ οι Hyndman και Billah (2003) πρότειναν τον εξής τρόπο:

$$Y_t^\theta = \theta \cdot Y_t + \alpha_\theta + b_\theta \cdot (t - 1)$$

Στην μέθοδο theta, η μακροπρόθεσμη τάση εξασφαλίζεται από της προέκταση της γραμμής  $\theta = 0$ . Ταυτόχρονα η ύπαρξη και της γραμμής  $\theta=2$  λειτουργεί σαν αντίβαρο στην χρησιμοποίηση μόνο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης και εξασφαλίζει την αξιοποίηση και της βραχυπρόθεσμης πληροφορίας. Ως αποτέλεσμα, το σημείο εκκίνησης των προβλέψεων πετυχαίνει καλύτερη προσέγγιση του σωστού επιπέδου και εξασφαλίζει μία συντηρητική μεν αλλά σταθερή δε συνέχιση της μακροπρόθεσμης τάσης. Η επίδοση της συγκεκριμένης μεθόδου στις μηνιαίες χρονοσειρές του διαγωνισμού M3 είναι ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα της ανωτερότητας της σε προβλεπτική ακρίβεια έναντι άλλων μεθόδων.

#### 4.7 Μέθοδοι Πρόβλεψης Διακοπτόμενης Ζήτησης

Η διακοπτόμενη ζήτηση όπως έχει αναφερθεί και στο Κεφάλαιο 2, έχει την χαρακτηριστική ιδιότητα να εμφανίζεται σποραδικά, δηλαδή να μεσολαβούν περίοδοι όπου αυτή είναι μηδενική. Αυτό είναι και το χαρακτηριστικό της που την κάνει ιδιαίτερη ως περίπτωση και χρήζει διαφορετικής αντιμετώπισης. Όταν εμφανιστεί ζήτηση, τότε το μέγεθος της ποικίλει και σε πολλές περιπτώσεις σε σημαντικό βαθμό. Η διακοπτόμενη ζήτηση συναντάται σε μονάδες διαχείρισης αποθεμάτων (stock keeping units) και ανταλλακτικών (spare parts). Η διακοπτόμενη φύση των δεδομένων αυτών δημιουργεί σημαντικά προβλήματα τόσο στον έλεγχο των αποθεμάτων όσο και στη διαδικασία της πρόβλεψης. Η δυσκολία της πρόβλεψης δεν έγκειται μόνο στην ασυνέχεια των παρατηρήσεων αλλά και στη μεγάλη διακύμανση μεταξύ δύο μη μηδενικών παρατηρήσεων.

Για τα στελέχη επιχειρήσεων που είναι επιφορτισμένα να λαμβάνουν αποφάσεις σχετικά με τη διαχείριση των αποθεμάτων διακοπτόμενης ζήτησης, είναι επιτακτική η ανάγκη καθορισμού κανόνων προμήθειας των απαραίτητων και μόνο ποσοτήτων τους. Συνεπώς, η βελτίωση στο πεδίο των προβλέψεων καθώς και σε αυτό της διαχείρισης αποθεμάτων, συνήθως μεταφράζεται σε σημαντική μείωση κόστους στις επιχειρήσεις, λόγω μικρότερων δεσμευμένων κεφαλαίων στις αποθήκες τους υπό μορφή ανταλλακτικών, τα οποία μένουν τις περισσότερες περιπτώσεις αχρησιμοποίητα και με την πάροδο του χρόνου απαξιώνονται, μεγιστοποιώντας έτσι το κόστος ανά μονάδα προϊόντος. Αν ληφθεί υπ' όψιν και η ανάγκη για μείωση των αποθηκευτικών χώρων, τότε γίνεται αισθητή η τεράστια σημασία και το οικονομικό όφελος κάθε προσπάθειας που ευδοκιμεί στον κλάδο των προβλέψεων.

Στην πράξη, οι μέθοδοι της εκθετικής εξομάλυνσης χρησιμοποιούνται συχνά όταν απαιτείται χειρισμός και πρόβλεψη δεδομένων διακοπτόμενης φύσης. Καθώς όμως οι μέθοδοι αυτοί αποδίδουν μεγαλύτερο βάρος στα πιο πρόσφατα δεδομένα, καταλήγουν σε ένα μοντέλο πρόβλεψης όπου οι εκτιμήσεις είναι μέγιστες έπειτα από μία εμφάνιση ζήτησης και ελάχιστες ακριβώς πριν από περίοδο μη μηδενικής ζήτησης. Η αδυναμία λοιπόν, των μοντέλων εξομάλυνσης οδήγησε τους ερευνητές στην αναζήτηση νέων μεθόδων και τεχνικών για την αποτελεσματική πρόβλεψη χρονοσειρών με έντονη παρουσία μηδενικών τιμών.

Για την καλύτερη κατανόηση τόσο των δεδομένων διακοπτόμενης ζήτησης όσο και για γίνει αντιληπτή η ανάγκη προσέγγισης τέτοιας φύσης δεδομένων με διαφορετικό τρόπο παρουσιάζονται ακολούθως σχηματικά τέτοιες παρατηρήσεις. Σημαντική είναι και η αναφορά διαφορετικών μεγεθών περιγραφής αντίστοιχων χρονοσειρών που βοηθάνε στην ακριβέστερη πρόβλεψη και η υπογράμμιση της σημασίας τους.

Συνηθίζεται η εφαρμογή μίας μεθοδολογίας αποσύνθεσης που εξειδικεύεται μόνο στις χρονοσειρές διακοπτόμενης ζήτησης. Σύμφωνα με αυτήν την μέθοδο αποσύνθεσης η χρονοσειρά διακοπτόμενης ζήτησης διαχωρίζεται σε δύο ξεχωριστές χρονοσειρές, έτσι ώστε η μία χρονοσειρά να περιέχει τις μη μηδενικές τιμές και η άλλη τον αριθμό των περιόδων μεταξύ των μη μηδενικών ζητήσεων. Με τη διαδικασία αυτή η οποία ονομάζεται αποσύνθεση κατά Croston (Croston Decomposition) μπορεί να υπολογιστεί και έχει φυσική σημασία η μέση τιμή των μη μηδενικών ζητήσεων ( $\bar{Y}_{demands}$ ) (*Demand Size*) αλλά και η μέση τιμή του διαστήματος μεταξύ των ζητήσεων ( $\bar{Y}_{intervals}$ ) (*Intermittent Demand Intervals*) ως απλοί μέσοι όροι.

Το νέο μέγεθος που εισάγεται και χρησιμοποιείται στις χρονοσειρές διακοπτόμενης ζήτησης είναι η υπολογιζόμενη μέση τιμή μεταξύ των ζητήσεων, η οποία αποτελεί ένα σημαντικό μέτρο της ασυνέχειας των ζητήσεων (*intermittency*).

Τέλος, σημαντικός δείκτης επίσης χρήσιμος σε χρονοσειρές διακοπτόμενης ζήτησης, είναι ο συντελεστής μεταβλητότητας των μη μηδενικών ζητήσεων. Υπολογίζεται ως εξής:

$$c_v = \frac{\sigma_{demands}}{\bar{Y}_{demands}} \cdot 100$$

Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για πρόβλεψη σε δεδομένα διακοπτόμενης φύσης παρουσιάζονται αναλυτικά ακολούθως.

#### 4.7.1 Μέθοδος Croston

Η ακανόνιστη και κυματοειδής φύση των δεδομένων διακοπτόμενης ζήτησης είναι η κύρια αιτία δυσκολίας εξαγωγής των προβλέψεων και ο λόγος ενασχόλησης της κοινότητας των προβλέψεων με αυτά. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η μέθοδος που εν γένει χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη για τέτοια δεδομένα ήταν η μέθοδος εκθετικής εξομάλυνσης. Το 1972, ο Croston πρότεινε μία εναλλακτική μέθοδο, η οποία λαμβάνει υπόψη τόσο το μέγεθος της ζήτησης όσο και το χρόνο μεταξύ των ζητήσεων. Στην πράξη ο Croston εξήγαγε προβλέψεις εφαρμόζοντας ανεξάρτητα

απλή εκθετική εξομάλυνση τόσο στις μη μηδενικές τιμές των χρονοσειρών όσο και στα χρονικά διαστήματα μεταξύ των μη μηδενικών τιμών των χρονοσειρών.

Πιο αναλυτικά, η μέθοδος που εισήγαγε ο Croston, διαχωρίζει αρχικά την χρονοσειρά των πραγματικών παρατηρήσεων σε δύο επιμέρους, όπου η μία αποτελείται από τα χρονικά διαστήματα μεταξύ των μη μηδενικών ζητήσεων (intervals) και η άλλη από το πλήθος των ανεξάρτητων μη μηδενικών ζητήσεων (demands). Οι δύο χρονοσειρές προεκτείνονται ανεξάρτητα με χρήση της μεθόδου εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου. Ως παράμετρος εξομάλυνσης στην εφαρμογή της μεθόδου είναι συνήθως στη βιβλιογραφία η χρήση της τιμής  $\alpha=0.05$ . Η προέκταση των χρονοσειρών ακολουθείται από τον υπολογισμό της πρόβλεψης Croston μέσω εύρεσης του πηλίκου των δύο ανεξάρτητων προβλέψεων ως εξής:

$$F_{Croston} = \frac{F_{demands}}{F_{intervals}}$$

Γενικά, η διακοπτόμενη ζήτηση μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση του επιπέδου προμήθειας αποθεμάτων επιφέροντας προκατάληψη στις εκτιμήσεις της μέσης ζήτησης. Ο Croston όμως υποστηρίζει πως η προσέγγιση των ξεχωριστών εκτιμήσεων για ζήτηση και χρόνο μεταξύ ζητήσεων, οδηγεί σε μείωση της προκατάληψης. Επίσης, η πρόσθετη συνιστώσα της συχνότητας μεταξύ των ζητήσεων επιτρέπει στον διαχειριστή των αποθεμάτων να καθορίσει τις παραγγελίες και το κόστος με μεγαλύτερη ακρίβεια, αποφεύγοντας της περίσσεια αποθεμάτων. Η μέθοδος έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί με τον ίδιο ακριβώς τρόπο και για δεδομένα συνεχούς ζήτησης, αφού πλέον συμπίπτει με απλή εφαρμογή της εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου. Στην περίπτωση όμως δεδομένων διακοπτόμενης ζήτησης ουσιαστικά αποτελεί μια παραλλαγή της απλής εκθετικής εξομάλυνσης, με τις προβλέψεις να παραμένουν σταθερές και αμετάβλητες μεταξύ των μη μηδενικών ζητήσεων και να ανανεώνονται μόνο μετά την παρατήρηση νέας μη μηδενικής τιμής.

Η μέθοδος Croston εφαρμόζεται κατά κόρον με τον τρόπο που έχει ήδη περιγραφεί. Παρόλα αυτά έχουν προταθεί κατά καιρούς διάφορες παραλλαγές αυτής, όσον αφορά τη μέθοδο που θα χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη. Έχει προταθεί για παράδειγμα η χρήση της μεθόδου Theta έναντι της εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου (Nikolopoulos et al., 2007). Επίσης, έχει ελεγχθεί σε μεγάλο πλήθος χρονοσειρών η χρήση βελτιστοποιημένης παραμέτρου εκθετικής εξομάλυνσης έναντι σταθερής, ίσης με  $\alpha=0.05$ , δίνοντας ικανοποιητικά αποτελέσματα (Petropoulos et al., 2008). Στα πλαίσια των διαφορετικών αυτών προτάσεων βασίζεται και η παρούσα διπλωματική εργασία κατά την οποία θα διερευνηθούν σε βάθος όλες οι δυνατότητες της εν λόγω μεθοδολογίας

#### 4.7.2 Μέθοδος SBA (Syntetos & Boylan Approximation)

Η μέθοδος Croston έχει αποδειχθεί μεγίστης αξίας για τους κατασκευαστές που αντιμετωπίζουν δεδομένα διακοπτόμενης φύσης. Παρά όμως τη σπουδαία θεωρητική ανωτερότητα αυτής της μεθόδου πρόβλεψης, οι εμπειρικές ενδείξεις δεν συμφωνούν με την εφαρμογή της, καθώς τα κέρδη από την αντίστοιχη εφαρμογή

είναι χειρότερα του αναμενόμενου, συγκρινόμενη με απλούστερες τεχνικές πρόβλεψης. Μετά από αυτήν τη διαπίστωση, ο Συντετός και Boylan (2001), προσπαθώντας να εντοπίσουν το αίτιο αυτής της απροσδόκητης συμπεριφοράς, διαπίστωσαν ότι η μέθοδος Croston είναι μια θετικά προκατειλημμένη μέθοδος (positive biased), δηλαδή παρουσιάζει μια αισιόδοξη τάση στα αποτελέσματα των προβλέψεων της. Ένα άλλο σημαντικό επίσης επίτευγμα της έρευνας τους ήταν η σύνδεση του επιπέδου της αισιόδοξης τάσης της μεθόδου με την τιμή της παραμέτρου εξομάλυνσης  $\alpha$  που χρησιμοποιείται για την προέκταση των δύο αποσυντιθέμενων χρονοσειρών. Η μέγιστη προκατάληψη μάλιστα παρατηρήθηκε όταν η παράμετρος εξομάλυνσης  $\alpha$  λάβει τη μέγιστη τιμή της δηλαδή  $\alpha=1$ . Γενικά παρατηρήθηκε μία αναλογία της θετικής προκατάληψης της μεθόδου με τις μεγάλες τιμές της παραμέτρου  $\alpha$ , και η μέθοδος Croston να ενδείκνυται μόνο όταν το  $\alpha$  είναι μικρότερο του 0.15.

Η μέθοδος λοιπόν που αναπτύχθηκε, πήρε το όνομά της από τους προαναφερόμενους, ονομάζεται SBA (Syntetos and Boylan Approximation) και αποτελεί μία τροποποίηση της Croston, στην οποία η πρόβλεψη υπολογίζεται από τον ακόλουθο μαθηματικό τύπο:

$$F_{SBA} = \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \frac{F_{demands}}{F_{intrvals}}$$

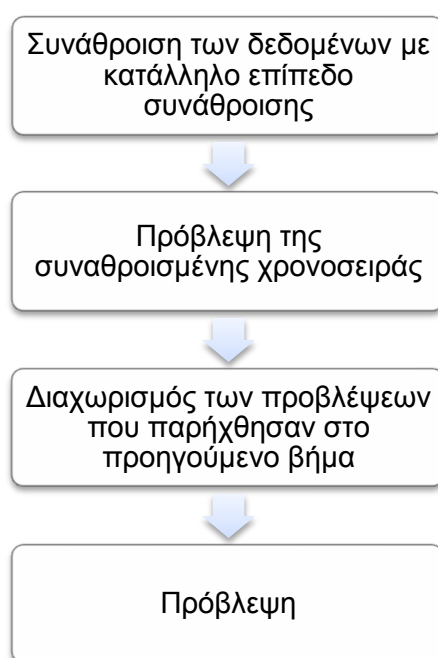
Μεταγενέστερες εμπειρικές μελέτες και μελέτες προσομοίωσης (Syntetos & Boylan, 2005; Teunter & Sanı, 2009) έδειξαν πως η αρχική μέθοδος Croston παρουσιάζει μικρότερη θετική προκατάληψη εάν υπάρχουν λίγες μη μηδενικές τιμές στη ζήτηση ενώ η τροποποιημένη μέθοδος των Σύντετου και Boylan έχει μικρότερη προκατάληψη εάν παρατηρούνται περισσότερες μηδενικές τιμές στη ζήτηση.

#### 4.7.3 Μέθοδος ADIDA (Aggregate – Disaggregate Intermittent Demand Approach)

Μία άλλη διαδικασία αντιμετώπισης των χρονοσειρών διακοπτόμενης ζήτησης που μπορεί να ακολουθηθεί προκειμένου να αποφεύγεται η ασυνέχεια των δεδομένων όσων αφορά τις μηδενικές τιμές, είναι η μη επικαλυπτόμενη συνάθροιση (aggregation) των δεδομένων σε περιόδους μικρότερης συχνότητας. Αν για παράδειγμα υπάρχουν μηνιαία δεδομένα, και σε κάποιους μήνες η ζήτηση ήταν μηδενική τότε θα μπορούσε να εφαρμοστεί η συνάθροιση σε τριμηνιαίο επίπεδο, θέτοντας το επίπεδο συνάθροισης ίσο με τρεις περιόδους. Με μία τέτοια συνάρτηση, ενδέχεται να μειωθεί, αν όχι επαλειφθεί, η ασυνέχεια λόγω ύπαρξης μηδενικών παρατηρήσεων. Επίσης η διακύμανση της προκύπτουσας νέας χρονοσειράς αναμένεται να είναι μικρότερη, έχοντας χρησιμοποιήσει ουσιαστικά μη επικαλυπτόμενο κινητό μέσο όρο για εξομάλυνση. Ο κατάλληλος καθορισμός του επιπέδου συνάθροισης (aggregation level) θα οδηγήσει σε χρονοσειρά συνεχούς ζήτησης, χωρίς μηδενικές τιμές, στην οποία θα μπορεί πλέον να εφαρμοστεί οποιαδήποτε τεχνική πρόβλεψης δεδομένων κατάλληλη για συνεχή ζήτηση για την παραγωγή προβλέψεων στο επίπεδο συνάθροισης. Εντούτοις, η χρησιμότητα των εξαγομένων συναθροισμένων προβλέψεων μπορεί να αμφισβητηθεί, καθώς τα δεδομένα παρακολουθούνται και ελέγχονται σε υψηλότερη χρονική συχνότητα, με σκοπό την εξυπηρέτηση διαφόρων λειτουργικών αναγκών. Κρίνεται λοιπόν αναγκαία

η διάσπαση (disaggregation) των υπολογισμένων προβλέψεων ώστε να υπολογιστούν οι τελικές προβλέψεις χρονικής συχνότητας ίσης με του αρχικού επιπέδου.

Όντας αυτή η θεμελιώδης σκέψη, παρήχθη μία νέα μέθοδος η οποία ονομάζεται ADIDA (Nikolopoulos et al.,2010) και η οποία προτείνει τη συνάθροιση δεδομένων σε ένα υψηλότερο χρονικά επίπεδο όπου έχει αποφευχθεί η ασυνέχεια των δεδομένων. Σε αυτήν μπορούν πλέον να εφαρμοστούν μέθοδοι πρόβλεψης για δεδομένα συνεχούς ζήτησης πέραν των μεθόδων που εφαρμόζονται ως επί τω πλείστω σε δεδομένα διακοπτόμενης ζήτησης. Ύστερα από το στάδιο παραγωγής των προβλέψεων, απαιτείται ο διαχωρισμός των προβλέψεων στα αρχικά επίπεδα των χρονοσειρών, χρησιμοποιώντας εμπειρικές τεχνικές. Το γενικό μεθοδολογικό πλαίσιο που ακολουθείται ολοκληρώνεται στα στάδια που αναπαρίστανται ακολούθως:



**Figure 6 - Μεθοδολογία ADIDA**

Δύο βασικές έννοιες χρησιμοποιεί η μέθοδος ADIDA οι οποίες επηρεάζουν ιδιαίτερα τα αποτελέσματα της: το επίπεδο συνάθροισης και η μέθοδος διαχωρισμού. Και οι δύο αυτές παράμετροι έχουν μεγάλη επίδραση στα αποτελέσματα της συγκεκριμένης μεθόδου και αυτός είναι και ο λόγος που αποτελούν πεδίο έρευνας και μελέτης.

Η κατάλληλη επιλογή του επιπέδου συνάθροισης είναι πολύ σημαντική διαδικασία στην ορθή επιλογή του μοντέλου ADIDA. Η δυσκολία στην επιλογή του επιπέδου συνάθροισης έγκειται στο ότι από την μία πλευρά το επίπεδο συνάθροισης πρέπει να είναι ικανοποιητικά μεγάλο έτσι ώστε να εξαλείφεται πλήρως το φαινόμενο της διακοπτόμενης ζήτησης ενώ από την άλλη, δεν πρέπει να οδηγεί σε μία χρονοσειρά εξαιρετικά λίγων παρατηρήσεων όπου πλέον μεγάλο πλήθος πληροφορίας έχει πια χαθεί. Σε ένα σύστημα διαχείρισης αποθεμάτων θα είχε απόλυτο νόημα ο ορισμός του επιπέδου συνάθροισης ως τον αριθμό των περιόδων που χρειάζεται κάθε SKU (Stock Keeping Unit) από τη στιγμή που θα γίνει η



παραγγελία νέας παρτίδας μέχρι τη στιγμή που θα γίνουν αυτά διαθέσιμα (lead time) συν μία περίοδο. Ο Νικολόπουλος έδειξε ότι ο ορισμός αυτός επιφέρει στατιστικά σημαντική μείωση των δεικτών σφάλματος που με τη σειρά τους θα οδηγούσαν σε σημαντική μείωση του κόστους διαχείρισης των αποθεμάτων.

Σχετικά τώρα με τις μεθόδους διαχωρισμού της παραχθείσας πρόβλεψης στο συναθροισμένο επίπεδο μπορεί να γίνει με χρήση διαφόρων εμπειρικών μεθόδων που έχουν προταθεί από τους συγγραφείς της μεθόδου ADIDA

Οι μέθοδοι αυτοί είναι:

- *Equal Weights*. Απλός ισοβαρής διαχωρισμός και ενδείκνυται για χρονοσειρές με μεγάλη τυχαιότητα και χωρίς εποχιακή συμπεριφορά.
- *Previous Weights*. Εφαρμογή βαρών που έχουν οι  $m$  προηγούμενες παρατηρήσεις, όπου  $m$  είναι ισούται με το επίπεδο συνάθροισης.
- *Average Weights*. Υπολογισμός των μέσων βαρών που υπολογίζονται αν χωρίσουμε τις παρατηρήσεις σε  $k$  ομάδες  $m$  παρατηρήσεων η κάθε μία, όπου  $(k \times m)$  είναι το σύνολο των διαθέσιμων παρατηρήσεων και  $m$  είναι το επίπεδο της συνάθροισης. ενδείκνυται σε περιπτώσεις όπου η συνιστώσα της εποχιακότητας είναι έντονη.

Συνοψίζοντας, η μέθοδος ADIDA μοιάζει να είναι μια πολλά υποσχόμενη προσέγγιση για χρονοσειρές διακοπτόμενης ζήτησης. Στα πλεονεκτήματα της μεθόδου προστίθεται και η δυνατότητα που παρέχεται από τα περισσότερα πακέτα λογισμικού προβλέψεων όσων αφορά τη συνάθροιση των δεδομένων σε υψηλότερα χρονικά επίπεδα. Τέλος, η μέθοδος ADIDA, μπορεί να οδηγήσει σε σημαντική βελτίωση της ακρίβειας πρόβλεψης σε σχέση με μεμονωμένες μεθόδους, γεγονός που την καθιστά μηχανισμό "αυτοβελτίωσης".

## 4.8 Διαγωνισμοί Πρόβλεψης

Δεν θα μπορούσε να γίνει ολοκληρωμένη παρουσίαση των μεθόδων πρόβλεψης χωρίς να γίνει μία συνοπτική αναφορά στους διαγωνισμούς προβλέψεων. Κανείς δεν μπορεί να αμφισβητήσει τη σημασία των μεθόδων πρόβλεψης που ήδη αναφέρθηκαν. Εξίσου όμως σημαντική είναι και η διαθέσιμη γνώση και η εμπειρία για την βελτίωση της ακρίβειας για συγκεκριμένες καταστάσεις. Οι εμπειρικές μελέτες στον τομέα των προβλέψεων είναι εκείνες που ουσιαστικά στοχεύουν στη σύγκριση της ακρίβειας των διαφόρων μεθόδων πρόβλεψης και στην ανάδειξη τη σημασίας τους. Οι Διαγωνισμοί Προβλέψεων είναι τέτοιες εμπειρικές μελέτες που έχουν ως σκοπό τη σύγκριση των διαφόρων μεθόδων πρόβλεψης μέσα από την εφαρμογή τους μαζικά, σε ένα πλήθος από χρονοσειρές με διαφορετικά κάθε φορά χαρακτηριστικά. Κάθε ερευνητής, έχει το δικαίωμα, τεκμηριώνοντας μία μέθοδο πρόβλεψης να συμμετάσχει σε διαγωνισμούς παραδίδοντας τις ζητούμενες προβλέψεις για το σύνολο των δοθέντων χρονοσειρών. Μόλις υποβληθούν οι προβλέψεις από κάθε ερευνητή, αξιολογούνται και συγκρίνονται τόσο με αυτές άλλων ερευνητών όσο και με κάποιων άλλων απλών μεθόδων που χρησιμοποιούνται ως σημεία αναφοράς (benchmarks). Οι διαγωνισμοί προβλέψεων εξασφαλίζουν αντικειμενικότητα και εγγυώνται ευρύτερη γνώση στα χαρακτηριστικά

και στα όρια της κάθε μεθόδου. Οι διαγωνισμοί οι οποίοι έχουν λάβει χώρα είναι οι ακόλουθοι:

- M - Competition (Makridakis et al., 1982)
- M-2 Competition (Makridakis et al., 1993)
- M-3 Competition (Makridakis et al., 2000)
- T- Competition (Makridakis et al., 1993)
- Διαγωνισμοί Προβλέψεων Neutral Networks NN3 (2006-2007)
- Διαγωνισμοί Προβλέψεων Neutral Networks NN4 (2009)
- Διαγωνισμοί Προβλέψεων Neutral Networks NN5 (2008)

## 5 Εμπειρική Εφαρμογή της Μεθοδολογίας

### 5.1 Εισαγωγή

Η φύση της ζήτησης των ανταλλακτικών προϊόντων στις βιομηχανίες και γενικότερα στην αγορά σχετίζεται άμεσα με την έννοια της διακοπτόμενης ζήτησης. Αυτό σημαίνει ότι η ζήτηση τους είναι σποραδικά εμφανιζόμενη σε διαφορετικού μήκους χρονικά διαστήματα και το μέγεθος της, όταν αυτή συμβαίνει μπορεί να είναι σταθερό ή να μεταβάλλεται με μικρή ή με μεγαλύτερη ένταση. Τα προϊόντα που χαρακτηρίζονται από το φαινόμενο της διακοπτόμενης ζήτησης, είναι και τα προϊόντα που κινούνται πολύ αργά στα πλαίσια ενός οργανισμού ή μία επιχείρησης ακόμα και της γενικότερης αγοράς. Ωστόσο, παρά την μικρή σχετικά διακίνηση των Stock Keeping Units και την εγγενώς μη συνεχούς ζήτησης τους, αυτά τα αντικείμενα δύναται να αποτελούν έως και το 60% του συνολικού αποθέματος σε έναν οργανισμό ή επιχείρηση (Johnson et al., 2003). Επί προσθέτως, τα ανταλλακτικά τα οποία είναι αναπόσπαστο κομμάτι μιας σύγχρονης αγοράς, είναι σχεδόν πάντα "κινούμενα με διακοπτόμενο τρόπο - (intermittently movers)". Αυτό συμβαίνει τόσο στα μηχανικά ανταλλακτικά όσο και στα εξαρτήματα γενικότερα, σε επίπεδο χονδρικής ή λιανικής πώλησης. Χαρακτηριστικά παραδείγματα τομέων αγοράς που κυριαρχούνται από προϊόντα τέτοιας φύσης αποτελούν ο στρατιωτικός τομέας, η βιομηχανία, η αεροδιαστημική, η αυτοκινητοβιομηχανία όπως και ο τομέας των τεχνολογιών. Συνεπώς, μικρές βελτιώσεις στη διαχείρισή τους μπορούν άμεσα να μετατραπούν σε ουσιώδη εξοικονόμηση κέρδους. Είναι εμφανής λοιπόν, η σημασία μίας έρευνας με κατεύθυνση τη βελτίωση της αποθεματικής διαχείρισης τόσο λόγω του αυξημένου κόστους που αυτή συνεπάγεται, όσο και του μεγάλου πλήθους εφαρμογών που βρίσκει σε μεγάλο εύρος επιχειρήσεων και βιομηχανιών.

Τα πρότυπα διακοπτόμενης ζήτησης δομούνται από δύο συνεχή στοιχεία τα οποία είναι το μέγεθος της ζήτησης – demand size (όποτε αυτό είναι μη μηδενικό) και τα διαστήματα που μεσολαβούν μεταξύ μη μηδενικών ζητήσεων – time intervals. Η δυσκολία που υπάρχει στην προσέγγιση της διακοπτόμενης ζήτησης έγκειται στην στα προβλήματα που παρουσιάζονται κατά τη διαδικασία πρόβλεψης της, ακόμα και κάποιων από τα συνεχή δύο στοιχεία που την αποτελούν. Εντούτοις, η πρόβλεψη ζήτησης τέτοιων προϊόντων, λόγω της μεγάλης οικονομικής τους αξίας, συνεισφέρει δραστικά στην επιτυχή δραστηριοποίηση κάθε επιχειρηματικής μονάδας. Επίσης, στην περίπτωση των μηχανικών ανταλλακτικών και των εξαρτημάτων, η πρόβλεψη της ζήτησης τους, έχει μεγάλη επίδραση τόσο στην αποτελεσματικότητα της παραγωγικής διαδικασίας, όσο και στη λήψη αποφάσεων σχετικών με την διανομή αλλά και αποθήκευση τους. Αν ληφθεί υπόψη και ο κίνδυνος απαρχαίωσης των Stock Keeping Units που διατηρούνται σε διάφορες μονάδες αποθήκευσης, τότε η βελτίωση της πρόβλεψης ζήτησης τους και του αποθεματικού ελέγχου, σίγουρα οδηγούν σε σημαντικές μειώσεις στη φθορά τους, στην άμεση χρησιμοποίησή τους και στη μείωση του κόστους αποθήκευσης οπότε και του συνολικότερου κόστους.

Σε αυτά τα πλαίσια αναπτύσσεται και δομείται η μεθοδολογία που παρουσιάζεται στην παρούσα διπλωματική εργασία, η οποία αποσκοπεί στην αξιολόγηση και αξιοποίηση της δυναμικότητας της μεθοδολογίας Croston στο σύνολο

της και στην ακριβέστερη πρόβλεψη της μελλοντικής ζήτησης των προϊόντων που χαρακτηρίζονται από διακοπτόμενη ζήτηση. Αρχικά θα αναφερθούν αναλυτικά πληροφορίες σχετικά με τη φύση των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν και θα αιτιολογηθεί πλήρως ο χαρακτηρισμός τους ως προϊόντα διακοπτόμενης ζήτησης. Έπειτα θα παρουσιαστεί η μεθοδολογία Croston που εν γένει ακολουθείται για τα δεδομένα διακοπτόμενης ζήτησης και η παραλλαγή που προτείνεται στα πλαίσια της εν λόγω μεθοδολογίας, παραθέτοντας αναλυτικά τον τρόπο με τον οποίο αυτή υλοποιείται για να παραχθούν οι προβλέψεις. Τέλος θα αναφερθεί ο τρόπος αξιολόγησης των αποτελεσμάτων πριν αυτά παρουσιαστούν στο επόμενο κεφάλαιο.

## 5.2 Υπάρχουσα Μεθοδολογία

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι περισσότερες έρευνες και προσεγγίσεις δεδομένων διακοπτόμενης ζήτησης, βασίζονται στη μεθοδολογία Croston (Croston 1972), η οποία για πολλά χρόνια είχε παραμεληθεί από την επιστημονική των προβλέψεων και μόλις τα τελευταία 15 χρόνια αποτελεί κύριο αντικείμενο ενδιαφέροντος διάφορων ερευνητικών διαδικασιών.

Η μέθοδος πρόβλεψης που ουσιαστικά εισήγαγε ο Croston (1972) μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

- Αποσύνθεση της αρχική χρονοσειράς διακοπτόμενης ζήτησης σε δύο σειρές, από τις οποίες η μία περιλαμβάνει τις μη μηδενικές ζητήσεις και η άλλη τα μεσοδιαστήματα μεταξύ αυτών.
- Προέκταση καθεμίας από τις χρονοσειρές που προέκυψαν με χρήση της μεθόδου εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου με παράμετρο εξομάλυνσης  $\alpha = 0.05$
- Παραγωγή πρόβλεψης βάσει της μαθηματικής σχέσης:

$$F_{Croston} = \frac{F_{demands}}{F_{intervals}}$$

Όμως η μεθοδολογία αυτή, παρότι αποτελεί θεμελιώδης προσέγγιση της διακοπτόμενης ζήτησης, τα πλεονεκτήματα που παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία μετά τη σύγκρισή της με απλούστερες μεθόδους, όπως είναι η απλή εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου, δεν είναι σημαντικά. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν επίσης εμπειρικά στοιχεία που αποδεικνύουν ακόμα και την χειρότερη απόδοση της σχετικά με απλές μεθόδους πρόβλεψης (Sani and Kingsman, 1997). Υπό αυτές τις συνθήκες, στο πεδίο των προβλέψεων έχουν αναπτυχθεί και άλλες μέθοδοι πρόβλεψης, οι οποίες παρουσιάζουν, κατόπιν πειραματικών εφαρμογών τους, αρκετά καλές προβλέψεις. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αυτών των μεθόδων αποτελούν οι μέθοδος SBA (Syntetos & Boylan, 2001) και η μέθοδος ADIDA, όπως έχουν ήδη αναφερθεί στο Κεφάλαιο 4. Η μέθοδος ADIDA κάνει μία διαφορετική προσέγγιση της διακοπτόμενης ζήτησης χρησιμοποιώντας τη χρονική συνάθροιση και έχοντας ως παράμετρο το επίπεδο της. Από την άλλη πλευρά, ο Syntetos (2001) πρότεινε μία μη προκατειλημμένη τροποποίηση της μεθόδου Croston, η οποία αξιολογήθηκε με εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα (Teunter and Sani 2009) και αποδείχτηκε να έχει καλή απόδοση. Οι Syntetos & Boylan (2005) υπέβαλλαν μία νέα μέθοδο, την SBA, που πήρε το όνομα της από τους ίδιους, η οποία είναι μία σχεδόν μη προκατειλημμένη μέθοδος και χαρακτηρίζεται από σχετικά μικρή παραμετρική

εκτίμηση σφάλματος. Αποτελεί τροποποίηση της μεθόδου Croston, καθώς χρησιμοποιεί ακριβώς την ίδια προσέγγιση στην αντίστοιχη χρονοσειρά των δεδομένων, ακολουθώντας την ίδια διαδικασία αποσύνθεσης σε δύο ανεξάρτητες συνεχείς. Η τιμή ης πρόβλεψης ταυτίζεται ομοίως από το πηλίκο των δύο αυτών προεκτάσεων πολλαπλασιασμένο όμως με τον παράγοντα  $(1-\alpha/2)$ . Η μαθηματική σχέση που δίνει λοιπόν την τιμή της πρόβλεψης είναι η εξής:

$$F_{SBA} = \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \frac{F_{demands}}{F_{intervals}}$$

Η SBA μέθοδος, εφαρμόστηκε σε 18750 SKUs ανεξάρτητα, δεδομένα πραγματικά από την Royal Air Force (RAF, UK) και αποδείχτηκε να υπερτερεί σημαντικά σχετικά με την προκατάληψη έναντι της απλής μεθόδου Croston.

### 5.3 Εναλλακτική Μέθοδος Προσέγγισης

#### Γενική ιδέα

Σε αυτό το πνεύμα λοιπόν, της τροποποίησης της μεθοδολογίας Croston, αναπτύσσεται η γενική ιδέα της πειραματικής διαδικασίας που ακολουθήθηκε. Η μέθοδος Croston μετά την αποσύνθεση της αρχικής χρονοσειράς σε δύο ανεξάρτητες συνεχείς χρονοσειρές, κάνει την υπόθεση της ύπαρξης σταθερότητας σε αυτές και έτσι χρησιμοποιεί την εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου για την προέκταση της και μάλιστα με μία σταθερά εξομάλυνσης σταθερής τιμής και ίσης με  $\alpha = 0.05$ . Αν λοιπόν δε γίνουν αυτές οι δύο υποθέσεις, τότε η χρήση της μεθόδου εκθετικής εξομάλυνσης, δεν είναι πλέον προφανής. Αντιθέτως θα μπορούσε κανείς να επιλέξει μεταξύ μίας πληθώρας διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης που αναφέρονται στη βιβλιογραφία, έτσι ώστε να παράξει τις αντίστοιχες προβλέψεις. Δεδομένου επίσης, ότι η αρχική χρονοσειρά έχει διασπαστεί σε δύο άλλες χρονοσειρές, ανεξάρτητες μεταξύ τους, οι οποίες καλούνται να προεκταθούν στο μέλλον, εμφανίζεται η ανάγκη εφαρμογής της αντίστοιχης μεθόδου που θα επιλεγεί σε κάθε μία από τις δύο αυτές χρονοσειρές.

Η γενική ιδέα λοιπόν που αναπτύσσεται είναι η αποσύνθεση της αρχικής χρονοσειράς σε δύο ανεξάρτητες μεταξύ τους χρονοσειρές. Μία που αποτελείται από τις μη μηδενικές τιμές τις ζήτησης (demands) και μία άλλη, των διαστημάτων που μεσολαβούν μεταξύ τους (intervals) ακριβώς όπως υποδεικνύει και η μέθοδος Croston. Στη συνέχεια όμως, είναι δυνατή η επιλογή μίας μεθόδου πρόβλεψης από τις υπάρχουσες στη βιβλιογραφία για την πρόβλεψη κάθε μίας από τις συνεχείς χρονοσειρές που έχουν προκύψει. Οι μέθοδοι αυτοί είναι: Απλοϊκή μέθοδος - Naive, Κινητός μέσος όρος - Moving Average, Εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου - Single Exponential Smoothing (SES), Εκθετική εξομάλυνση γραμμικής τάσης - Holt Exponential Smoothing (HOLT), Εκθετική εξομάλυνση φθίνουσας τάσης ( $\phi < 1$ ) - Damped Exponential Smoothing (Damped) και Μέθοδος Theta ( $\theta = 0, \theta = 2$ ) οι οποίες θα παρουσιαστούν αναλυτικότερα στη συνέχεια. Με αυτόν τον τρόπο προκύπτει η μελλοντική τιμή - πρόβλεψη της αντίστοιχης χρονοσειράς των ζητήσεων και των χρονικών διαστημάτων έτσι ώστε να σχηματιστεί το πηλίκο τους και να παραχθεί η αντίστοιχη τιμή της πρόβλεψης.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει τόσο η δυνατότητα επιλογής κάποια μεθόδου πρόβλεψης για τις επιμέρους χρονοσειρές όσο και η δυνατότητα επιλογή της τιμής των παραμέτρων εξομάλυνσης για την αντίστοιχη μέθοδο πρόβλεψης που θα επιλεγεί. Ένα άλλο σημείο που επίσης πρέπει να τονιστεί είναι ότι δεν υπάρχει η δέσμευση χρησιμοποίησης της ίδιας μεθόδου πρόβλεψης για την χρονοσειρά που αποτελείται από τις μη μηδενικές ζητήσεις και αποτελεί τον αριθμητή του πηλίκου που θα δώσει την πρόβλεψη και για την χρονοσειρά που αποτελείται από τα επιμέρους χρονικά διαστήματα μη μηδενικών τιμών της ζήτησης. Αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας είναι να είναι εφικτή η χρήση διαφορετικών μεθόδων για την παραγωγή πρόβλεψης της ζήτησης (που προκύπτει από τις μη μηδενικές τιμές της ζήτησης) και άλλης μεθόδου ή της ίδιας μεθόδου με διαφορετικές παραμέτρους εξομάλυνσης για την παραγωγή της πρόβλεψης του χρονικού διαστήματος που θα μεσολαβήσει μέχρι την επόμενη μη μηδενική εμφάνιση της ζήτησης. Η τελική τιμή της πρόβλεψης θα δοθεί και πάλι από το πηλίκο των δύο αυτών ανεξάρτητων μεγεθών. Όμως η σημασία του μεγάλου αυτού εύρους δυνατών επιλογών για χρήση οποιασδήποτε μεθόδου, είναι αξιοπρόσεκτη καθώς ανάλογα τη φύση των δεδομένων μπορεί να γίνει η κατάλληλη επιλογή μεθόδου πρόβλεψης προς την εξαγωγή του βέλτιστου αποτελέσματος, δηλαδή της πρόβλεψη που προσεγγίζει με βέλτιστο τρόπο της πραγματική τιμή.

Δεδομένης της ανεξαρτησίας των χρονοσειρών που προκύπτουν από την αποσύνθεση της αρχικής χρονοσειράς διακοπτόμενης ζήτησης των δεδομένων, είναι εφικτός ο συνδυασμός διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης όπως αναφέρθηκε. Η μεθοδολογία αυτή, θα μπορούσε να περιγραφεί ως μία διαφορετική προσέγγιση και αξιοποίηση της δυναμικής της μεθόδου Croston, έτσι ώστε να εκτεθεί όλο το εύρος της δυναμικότητας της και ακολούθως να αξιολογηθεί σε πραγματικά δεδομένα.

Αναλυτικότερα, η πειραματική διαδικασία που ακολουθήθηκε, περιγράφεται ακολούθως σε διακριτά στάδια, για την βαθύτερη κατανόηση της και υπογράμμιση της σημασίας της.

### ***5.3.1 Επιλογή και Ανάλυση δεδομένων***

Για να πραγματοποιηθεί εμπειρική μελέτη της προτεινόμενης μεθοδολογίας αλλά και η αξιολόγηση της ως εναλλακτική μέθοδος προσέγγισης της βασικής μεθοδολογίας Croston, απαιτείται η εφαρμογή της σε πραγματικά δεδομένα που παρουσιάζουν ενίοτε μηδενικές τιμές, ενώ οι τιμές της ζήτησης δεν είναι σταθερές ανά όμοια χρονικά διαστήματα. Γι αυτό το λόγο επιλέχθηκε να γίνει εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα από δύο διαφορετικούς τομείς.

Αρχικά λοιπόν, χρησιμοποιούνται ιστορικά δεδομένα ζήτησης 3000 διαφορετικών Stock Keeping Units, τα οποία είναι πραγματικά δεδομένα από γνωστή αυτοκινητοβιομηχανία. Για το κάθε διαφορετικό Stock Keeping Unit υπάρχουν δεδομένα για την αντίστοιχη ζήτηση για 24 χρονικές περιόδους, οι οποίες αντιστοιχούν σε παρελθόντες μήνες. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η παράθεση σημαντικών στατιστικών μεγεθών για τα ιστορικά δεδομένα των Stock Keeping Units της αυτοκινητοβιομηχανίας, τα οποία παρατίθενται ακολούθως:

3000 SKUs	Demand Intervals		Demand Sizes		Demand per period	
	Mean	St. Deviation	Mean	St. Deviation	Mean	St. Deviation
Min	1.043	0.209	1.000	0.000	0.542	0.504
25%ile	1.095	0.301	2.050	1.137	1.458	1.319
Median	1.263	0.523	2.886	1.761	2.333	1.922
75%ile	1.412	0.733	5.000	3.357	4.167	3.502
Max	2.000	1.595	193.750	101.415	129.167	122.746

Table 1 - Χαρακτηριστικά δεδομένων αυτοκινητοβιομηχανίας

Στον παραπάνω πίνακα φαίνονται κύριοι περιγραφικοί δείκτες των δεδομένων της αυτοκινητοβιομηχανίας. Υπάρχουν τρεις κύριες στήλες, οι οποίες αναπαριστούν τρία βασικά μεγέθη των δεδομένων και τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στην υλοποίηση της μεθοδολογίας. Τα μεγέθη αυτά είναι το μέγεθος της ζήτησης, όταν αυτή παρουσιάζεται, τα μεσοδιαστήματα, τα οποία είναι τα χρονικά διαστήματα που μεσολαβούν ενδιάμεσα σε δύο μη μηδενικές τιμές της ζήτησης και τέλος η ζήτηση ανά περίοδο και αφορούν κάθε διαφορετικό Stock Keeping Unit, η ζήτηση του οποίου περιλαμβάνεται στα δεδομένα. Για τα προαναφερόμενα αυτά μεγέθη δίνεται η μέση τιμή του δείγματος όπως επίσης και η τυπική απόκλιση. Συνεπώς, οι αντίστοιχες κατανομές για όλα τα διαφορετικά 3000 Stock Keeping Units, παρουσιάζονται μέσω πέντε κύριων ποσοτήτων: της ελάχιστης ποσότητας, του 25% της αντίστοιχης ποσότητας, της μέσης ποσότητας, του 75% και του μέγιστου των Stock Keeping Units.

Όμως η εφαρμογή της μεθοδολογίας αποκλειστικά σε δεδομένα αυτοκινητοβιομηχανίας, τα οποία μάλιστα δεν έχουν μεγάλο παρελθόν, καθώς τα δεδομένα αντιστοιχούν σε 24 μήνες μόνο, δεν θα ήταν μία πλήρης μελέτη. Γι' αυτό το λόγο κρίθηκε σκόπιμη η εφαρμογή και η μελέτη των αποτελεσμάτων και σε ένα διαφορετικό δείγμα άλλων Stock Keeping Units από διαφορετικό τομέα. Κύριο χαρακτηριστικό και αυτών των δεδομένων πρέπει να είναι η διακοπτόμενη ζήτηση, δηλαδή η σποραδική εμφάνιση μηδενικών τιμών ζήτησης, όμως επιθυμητή θα ήταν η ύπαρξη μεγαλύτερης ιστορίας όπως επίσης και διαφορετική φύση των δεδομένων, δηλαδή η παρουσία περισσότερων μηδενικών, ή μεγαλύτερη διακύμανση στο ύψος της ζήτησης όταν αυτή εμφανίζεται. Συνεπώς, ένα άλλο αρχείο με δεδομένα που έχουν χρησιμοποιηθεί, έχει ληφθεί από τη Royal Air Force του Ηνωμένου Βασιλείου, δηλαδή από το στρατιωτικό τομέα. Αυτό το αρχείο δεδομένων περιλαμβάνει 5000 διαφορετικά Stock Keeping Units και τα χρονικά διαστήματα που έχει καταγραφεί η αντίστοιχη ζήτηση αντιπροσωπεύουν το χρονικό διάστημα ενός μήνα, οπότε γίνεται αναφορά και σε αυτό αρχείο δεδομένων για μηνιαία δεδομένα όπως και στο αρχείο που έχει ληφθεί από την αυτοκινητοβιομηχανία. Το θετικό στοιχείο του συγκεκριμένου αρχείου δεδομένων είναι η ύπαρξη περισσότερη ιστορικής πληροφορίας. Γίνεται αναφορά σε 84 μηνιαίες παρατηρήσεις της ζήτησης δηλαδή για 7 έτη βάθος ιστορικών δεδομένων, διάστημα που είναι εξαιρετικά ικανοποιητικό σε σχέση με τα δεδομένα των δύο ετών από την αυτοκινητοβιομηχανία που αναφέρθηκαν προηγουμένως.

Με όμοιο τρόπο και για το αρχείο με δεδομένα από τον στρατιωτικό τομέα, παρουσιάζονται κύριοι περιγραφικοί δείκτες που δίνουν μία πρώτη εικόνα για τη φύση των δεδομένων. Υπάρχουν ομοίως τρεις κύριες στήλες, αναπαριστώντας το μέγεθος της ζήτησης, τα μεσοδιαστήματα, και τη ζήτηση ανά περίοδο και αφορούν

κάθε διαφορετικό Stock Keeping Unit από τα 5000, η ζήτηση του οποίου περιλαμβάνεται στα δεδομένα. Για αυτά μεγέθη δίνεται η μέση τιμή του δείγματος όπως επίσης και η τυπική απόκλιση. Οι αντίστοιχες κατανομές για όλα τα διαφορετικά 3000 Stock Keeping Units, παρουσιάζονται μέσω πέντε κύριων ποσοτήτων: της ελάχιστης ποσότητας, του 25% της αντίστοιχης ποσότητας, της μέσης ποσότητας, του 75% και του μέγιστου των Stock Keeping Units.

5000 SKUs	Demand Intervals		Demand Sizes		Demand per period	
	Mean	St. Deviation	Mean	St. Deviation	Mean	St. Deviation
Min	3.824	0.000	1	0.408	0.036	0.187
25%ile	7.273	5.431	1.556	2.964	0.155	0.538
Median	9.000	6.930	3.833	7.203	0.369	1.452
75%ile	11.571	8.630	11.333	14.328	1.155	4.434
Max	24	16.460	668.000	1138.408	65.083	275.706

Table 2 - Χαρακτηριστικά δεδομένων Royal Air Force

Η εξαγωγή των παραπάνω αποτελεσμάτων βασίστηκε στην εμπειρική μελέτη των Babai, Syntetos, Teunter (2011), για τους δείκτες της διακοπτόμενης ζήτησης και την επίδραση των τιμών των παραμέτρων εξομάλυνσης στην παραγωγή αποτελέσματος.

Από τους δύο αυτούς πίνακες γίνεται να εξαχθούν κάποια βασικά συμπεράσματα για τη φύση των αντίστοιχων δεδομένων. Βασικά μεγέθη για τα οποία γίνεται να εξαχθούν κάποια συμπεράσματα είναι το κατά πόσο διακοπτόμενη είναι η ζήτηση, δηλαδή να συγκριθεί το πλήθος των μηδενικών και μη μηδενικών τιμών της ζήτησης (level of intermittency) όπως επίσης και το επίπεδο της “διόγκωσης” των δεδομένων (level of lumpiness). Το επίπεδο «διόγκωσης» των δεδομένων αποτελεί ουσιαστικά ένα μέτρο που υποδεικνύει πόσο μεγάλες είναι οι διαφορές στο μέγεθος της ζήτησης όταν αυτή εμφανίζεται. Ουσιαστικά είναι σαν ένα μέτρο της διακύμανσης που εμφανίζουν οι τιμές της ζήτησης από ένα σταθερό επίπεδο που θα αντιπροσώπευε τη μέση τιμή του ύψους ζήτησης. Τα συμπεράσματα λοιπόν που εξαγονται είναι ότι τα δεδομένα που προέρχονται από την αυτοκινητοβιομηχανία, αποτελούνται από χαμηλής ζήτησης αντικείμενα και με λιγότερο πλήθος μηδενικών τιμών ζήτησης (low degree of intermittency). Η μέγιστη τιμή του μεσοδιαστήματος ανάμεσα σε μη μηδενικές τιμές ζήτησης είναι ίσος με 2 ενώ για το 75% των Stock Keeping Units είναι στο 1.4. Επίσης η μέγιστη τιμή ζήτησης για κάποιο Stock Keeping Unit, είναι 193, τιμή η οποία δεν είναι ιδιαίτερη ψηλή για να χαρακτηριστούν τα δεδομένα ως δεδομένα με υψηλό επίπεδο διόγκωσης (degree of lumpiness). Αντιθέτως τα δεδομένα που προέρχονται από της Royal Air Force, παρουσιάζουν υψηλό βαθμό «διόγκωσης» (high level of lumpiness) καθώς η μέγιστη τιμή ζήτησης που έχει σημειωθεί είναι 668, αρκετά υψηλότερη από τις υπάρχουσες μηδενικές τιμές. Επίσης το μέγιστο μεσοδιάστημα κατά το οποίο δεν έχει εμφανιστεί κάποια τιμή ζήτησης που να μην είναι μηδενική, είναι ίσο με 24, δηλαδή υπήρχαν έως και 24 μήνες κατά τους οποίους κάποιο από τα 5000 Stock Keeping Units δεν σημείωσε καθόλου ζήτηση. Αν γίνει υπενθύμιση του είδους των δεδομένων καθώς σχετίζονται με στρατιωτικές εφαρμογές, θα γίνει εμφανές ότι μία τέτοια περίπτωση «αραιής» εμφάνισης ζήτησης δεν είναι τόσο περίεργη, όμως είναι ικανή έτσι ώστε να χαρακτηριστούν τα αντίστοιχα δεδομένα ως δεδομένα με μεγάλο πλήθος μηδενικών τιμών (high level of intermittency). Προς τεκμηρίωση των παραπάνω έρχεται το



γεγονός ότι το 75% των διαφορετικών Stock Keeping Units παρουσιάζουν μέσο μεσοδιάστημα εμφάνισης μη μηδενικών ζητήσεων ίσο με 1 περιόδους, δηλαδή 11 μηνών.

Είναι πολύ σημαντικό το γεγονός ότι έχουν επιλεχθεί δεδομένα διακοπτόμενης ζήτησης με αρκετά διαφορετικής φύσης δεδομένα. Με αυτό τον τρόπο, η εφαρμογή της μεθοδολογίας γίνεται σε διαφορετικής φύσης δεδομένα και έτσι μπορούν να εξαχθούν συμπεράσματα ανά περίπτωση. Ταυτόχρονα γίνεται πιο εύκολη η σύγκριση της απόδοσης της μεθοδολογίας σε διαφορετικά δεδομένα. Αν κανείς συλλογιστεί, πως ουσιαστικά το αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας είναι η σύγκριση πολλών διαφορετικών συνδυασμών μεταξύ τους για την εξέταση της συνολικής δυναμικότητας της μεθόδου Croston, γίνεται ακόμα πιο εμφανής η ανάγκη για εφαρμογή των μεθόδων σε διαφορετικής φύσης δεδομένα έτσι ώστε να μελετηθεί και η απόδοση των διαφορετικών συνδυασμών σε σχέση και με το επίπεδο διόγκωσης (level of lumpiness) αλλά και με το πλήθος των μηδενικών τιμών ζήτησης (level of intermittency), τα οποία θα αναλυθούν στο επόμενο κεφάλαιο.

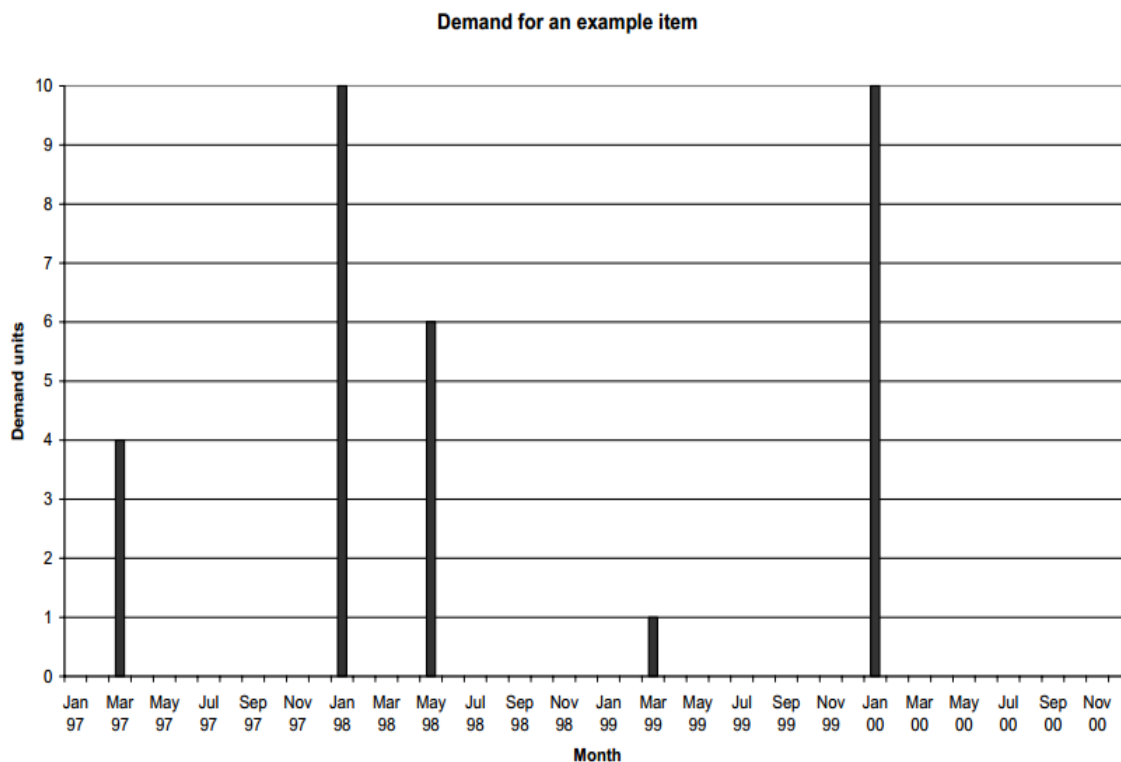
### *5.3.2 Αποσύνθεση χρονοσειρών*

Οι χρονοσειρές διακοπτόμενης ζήτησης όπως έχει ήδη αναφερθεί, από την επιστήμη των προβλέψεων αντιμετωπίζεται με δύο διαφορετικούς τρόπους. Ο ένας τρόπος είναι η συνάθροιση είτε αυτή είναι χρονική (temporal aggregation), στην οποία στηρίζεται η μέθοδος ADIDA είτε είναι συνάθροιση βάσει οικογενειών προϊόντων (cross sectional).

Η άλλη μέθοδος προσέγγισης της διακοπτόμενης ζήτησης που έχει εισαχθεί από τον Croston, είναι η αποσύνθεση της αρχικής χρονοσειράς παρατηρήσεων η οποία παρουσιάζει διάφορες μηδενικές τιμές σε δύο διαφορετικές συνεχείς και ανεξάρτητες μεταξύ τους χρονοσειρές. Αυτή η μέθοδος αποσύνθεσης και προσέγγισης της χρονοσειράς διακοπτόμενης ζήτησης ακολουθείται και στην παρούσα μεθοδολογία.

Πιο συγκεκριμένα η αποσύνθεση που πραγματοποιείται σε μία χρονοσειρά διακοπτόμενης ζήτησης, αναλύεται ακολούθως και με σχηματικό τρόπο έτσι ώστε να γίνει σαφής η διαδικασία που ακολουθήθηκε.

Μία γραφική αναπαράσταση μιας χρονοσειράς διακοπτόμενης ζήτησης σε μορφή ραβδογράμματος φαίνεται ακολούθως:



**Figure 7- Παράδειγμα Διακοπτόμενης Ζήτησης**

Σε αυτό το διάγραμμα παρουσιάζεται ένα απλό παράδειγμα διακοπτόμενης ζήτησης από ένα μόνο αντικείμενο έτσι ώστε να γίνει σαφής η διαδικασία αποσύνθεσης χρησιμοποιώντας αριθμητικά μεγέθη και αποσυνθέτοντας πρακτικά μία χρονοσειρά. Είναι εμφανής η ύπαρξη μηνών κατά τους οποίους δεν εμφανίζεται καθόλου ζήτηση όπως επίσης και μήνες με μικρή ή και μεγαλύτερη ζήτηση. Από τα μεγέθη που φαίνονται στο παραπάνω γράφημα προκύπτει ο εξής πίνακας με τις μηνιαίες παρατηρήσεις:

Το παραπάνω παράδειγμα είναι ένα τυχαίο παράδειγμα διακοπτόμενης ζήτησης ενός προϊόντος και δεν ταυτίζεται με τη ζήτηση κάποιου παραδείγματος από τα δεδομένα που θα χρησιμοποιηθούν στην πειραματική διαδικασία. Ο λόγος που παρουσιάζεται είναι αποκλειστικά για τη πλήρη κατανόηση της αποσύνθεσης της μεθοδολογίας Croston. Παρατηρείται λοιπόν ότι από την αρχική χρονοσειρά λαμβάνονται όλες οι μη μηδενικές τιμές της ζήτησης και διαμορφώνουν μία άλλη συνεχή χρονοσειρά της ζήτησης. Με αυτόν τον τρόπο κατασκευάζεται η πρώτη συνεχής χρονοσειρά. Για την κατασκευή της δεύτερης συνεχούς χρονοσειράς που θα αντιπροσωπεύει τα χρονικά μεσοδιαστήματα τα οποία παρεμβάλλονται μεταξύ των μη μηδενικών ζητήσεων ακολουθείται η εξής διαδικασία: Γίνεται μέτρηση των ενδιάμεσων περιόδων από την τελευταία μη μηδενική τιμή της ζήτησης έως να ξαναεμφανιστεί μη μηδενική τιμή και αυτή η τιμή είναι που καταγράφεται στον πίνακα των intervals. Σχηματικά η παραπάνω διαδικασία φαίνεται ακολούθως:

Table 3 - Παράδειγμα δεδομένων Διακοπτόμενης Ζήτησης

Ιανουάριος 1997	0
Φεβρουάριος 1997	0
Μάρτιος 1997	4
Απρίλιος 1997	0
Μάιος 1997	0
Ιούνιος 1997	0
Ιούλιος 1997	0
Αύγουστος 1997	0
Σεπτέμβριος 1997	0
Οκτώβριος 1997	0
Νοέμβριος 1997	0
Δεκέμβριος 1997	0
Ιανουάριος 1998	10
Φεβρουάριος 1998	0
Μάρτιος 1998	0
Απρίλιος 1998	0
Μάιος 1998	6
Ιούνιος 1998	0
Ιούλιος 1998	0
Αύγουστος 1998	0
Σεπτέμβριος 1998	0
Οκτώβριος 1998	0
Νοέμβριος 1998	0
Δεκέμβριος 1998	0

Ιανουάριος 1999	0
Φεβρουάριος 1999	0
Μάρτιος 1999	1
Απρίλιος 1999	0
Μάιος 1999	0
Ιούνιος 1999	0
Ιούλιος 1999	0
Αύγουστος 1999	0
Σεπτέμβριος 1999	0
Οκτώβριος 1999	0
Νοέμβριος 1999	0
Δεκέμβριος 1999	0
Ιανουάριος 2000	10
Φεβρουάριος 2000	0
Μάρτιος 2000	0
Απρίλιος 2000	0
Μάιος 2000	0
Ιούνιος 2000	0
Ιούλιος 2000	0
Αύγουστος 2000	0
Σεπτέμβριος 2000	0
Οκτώβριος 2000	0
Νοέμβριος 2000	0
Δεκέμβριος 2000	0

Demands
4
10
6
1
10

Intervals
3
9
4
10
10

Παρ όλα αυτά υπάρχουν δύο σημαντικά στοιχεία που πρέπει να διασαφηνιστούν σε αυτήν τη διαδικασία σχετικά με την πρώτη τιμή και την τελευταία τιμή του αντίστοιχου πίνακα. Σχετικά με την πρώτη τιμή του πίνακα, υπάρχουν δύο διαφορετικές προσεγγίσεις. Όπως έχει αναφερθεί, τα αντίστοιχα χρονικά μεσοδιαστήματα ορίζονται ως το πλήθος των χρονικών περιόδων μεταξύ μη μηδενικών παρατηρήσεων ζήτησης. Όμως όταν πρόκειται για την πρώτη μη μηδενική τιμή των παρατηρήσεων, δεν είναι γνωστό σε ποια χρονική περίοδο ήταν η προηγούμενη έτσι ώστε να μπορεί να μετρηθεί το ακριβές πλήθος των χρονικών περιόδων που έχουν μεσολαβήσει. Αν τώρα ήταν γνωστή εκ των προτέρων η μορφή της συνολικής χρονοσειράς θα μπορούσε να ληφθεί αξιόπιστα η μέτρηση των αντίστοιχων χρονικών περιόδων ή θα ήταν δυνατή η αξιολόγηση μίας επιπλέον παρατήρησης που ίσως να έδινε κάποια μη αληθή στοιχεία. Δυστυχώς, λόγω του πλήθους των δεδομένων που εξετάζονται για να εξαχθούν όσο το δυνατό ακριβέστερα και συνολικότερα αποτελέσματα, δεν είναι δυνατός ο έλεγχος των παρατηρήσεων. Έτσι, αν μία χρονοσειρά παρατηρήσεων διακοπτόμενης ζήτησης, όπως στο παράδειγμα που παρουσιάστηκε, εμφανίζει πολλές μηδενικές παρατηρήσεις, και ενώ υπάρχει έναν πίνακα 96 παρατηρήσεων, τελικά διαμορφώνεται απλά ένας πίνακας 5 τιμών, στον οποίο πρέπει να εφαρμοστούν οι τεχνικές προβλέψεων, τότε γίνεται εμφανής η σημασία της κάθε τιμής που υπάρχει στους τελικούς πίνακες και η σημασία να είναι αντιπροσωπευτικές για το αντίστοιχο δείγμα. Συνεπώς η άλλη μεθοδολογία που χρησιμοποιείται σχετικά με την εύρεση της πρώτης τιμής των μεσοδιαστημάτων είναι η έναρξη της μέτρησης των αντίστοιχων χρονικών περιόδων που μεσολαβούν ενδιάμεσα στις μη μηδενικές ζητήσεις ξεκινώντας όμως να μετράνε τα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα μετά την εμφάνιση της πρώτης μη μηδενικής τιμής της χρονοσειράς που είναι ήδη διαθέσιμες. Άμεσο αποτέλεσμα της τελευταίας μεθοδολογίας είναι ο πίνακας με τα μεσοδιαστήματα μεταξύ των μη μηδενικών ζητήσεων να έχει μία τιμή λιγότερη από το πλήθος των τιμών που έχει ο αντίστοιχος πίνακας που έχει το μέγεθος των μη μηδενικών ζητήσεων.

Δεν υπάρχει σωστή και λάθος μεθοδολογία στην προσέγγιση αυτή. Η απόφαση για την επιλογή της μεθοδολογίας εν γένει εξαρτάται καθαρά από τον υπεύθυνο για την πρόβλεψη, την εμπειρική και κριτική του ικανότητα, το είδος των δεδομένων και το αποτέλεσμα που θέλει να επιτύχει. Με αυτή τη βάση λοιπόν, στην παρούσα διπλωματική εργασία επιλέχθηκε η δεύτερη μεθοδολογία σχετικά με την πρώτη τιμή του πίνακα των intervals. Αυτό σημαίνει ότι ο πίνακας των μεσοδιαστημάτων αποτελείται από μία τιμή λιγότερη σε σχέση με τον πίνακα που περιέχει τις μη μηδενικές ζητήσεις και το πλήθος των μεσοδιαστημάτων ξεκινάει να μετράει από την πρώτη εμφάνιση της μη μηδενικής παρατήρησης που είναι διαθέσιμη στις χρονοσειρές. Ομοίως αντίστοιχης προσοχής χρήζει και η εύρεση της τελευταίας τιμής των μεσοδιαστημάτων για τον ίδιο πίνακα. Η ιδιαιτερότητα και αυτής της τιμής έγκειται ομοίως στο γεγονός ότι η τελευταία παρατήρηση της διαθέσιμης χρονοσειράς δεν είναι πάντα μη μηδενική. Οπότε το πλήθος των μεσοδιαστημάτων μετράνε ουσιαστικά έως και την τελευταία μη μηδενική ζήτηση. Οι επόμενες μηδενικές ζητήσεις, μετά τη τελευταία μη μηδενική, είναι σημαντικές για την συνολική πληροφορία που γίνεται να εξαχθεί από τις χρονοσειρές, όμως δεν είναι σημαντική για τη συμπλήρωση των δύο νέων, συνεχών και ανεξάρτητων χρονοσειρών που χρησιμοποιούνται στη μέθοδο Croston για την παραγωγή της τελικής πρόβλεψης.

Πέρα λοιπόν από τις δύο αυτές τιμές που παρουσιάζουν τις προαναφερόμενες ιδιαιτερότητες, η γενικότερη μεθοδολογία της αποσύνθεσης Croston, δεν παρουσιάζει ιδιαίτερη δυσκολία στην εφαρμογή της και η διαδικασία της συνοψίζεται ως εξής:

- Εύρεση πρώτης τιμής μη μηδενικής ζήτησης και συμπλήρωσης της πρώτης τιμής του πίνακα demands
- Υπολογισμός πλήθους χρονικών περιόδων από την πρώτη τιμή της ζήτησης του προηγούμενου σταδίου έως την επόμενη μη μηδενική ζήτηση, και συμπλήρωση με το νούμερο αυτό της πρώτης τιμής του πίνακα intervals
- Επανάληψη των σταδίων έως την εύρεση της τελευταία τιμής μη μηδενικής ζήτησης
- Έλεγχος πλήθους τιμών των αντίστοιχων πινάκων. Πλήθος στοιχείων του πίνακα ζήτησης - demands = n και πλήθος στοιχείων πίνακα μεσοδιαστημάτων - intervals = n - 1.

### 5.3.3 Επιλογή μεθόδων πρόβλεψης και παραμέτρων εξομάλυνσης

Μετά την αποσύνθεση της κάθε χρονοσειράς για κάθε ένα από τα διαφορετικά SKUs, κάθε τομέα, προκύπτουν δύο άλλες χρονοσειρές για κάθε Stock Keeping Units. Δεδομένου ότι το αρχείο της Royal Air Force, περιλαμβάνει χρονοσειρές από 5000 Stock Keeping Units (84 παρατηρήσεων η κάθε μία) και το αρχείο της Automotive, περιλαμβάνει άλλες 3000 χρονοσειρές διαφορετικών Stock Keeping Units (24 παρατηρήσεων η κάθε μία), αποτέλεσμα της αποσύνθεσης είναι ουσιαστικά η δημιουργία 16000 συνεχών και ανεξάρτητων μεταξύ τους χρονοσειρών. Αυτές οι 16000 διαφορετικές χρονοσειρές, όντας πλέον συνεχείς, προεκτείνονται στον επιλεχθέντα χρονικό ορίζοντα πρόβλεψης που στην παρούσα εργασία λαμβάνεται ίσος με τη μονάδα, με τις μεθόδους που περιγράφονται συνοπτικά στον ακόλουθο πίνακα. Στον πίνακα αυτόν, περιγράφονται και οι μαθηματικές σχέσεις από τις οποίες προκύπτει η τιμή της πρόβλεψης για κάθε μέθοδο όπως επίσης και οι αντίστοιχοι παράμετροι εξομάλυνσης που απαιτούνται για την εφαρμογή της κάθε μεθόδου.

Απλοϊκή μέθοδος - Naive	$F_{t+1} = Y_t$
Κινητός μέσος όρος – Moving Average	$F_{t+1} = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=t-k+1}^t Y_i$
Εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου – Single Exponential Smoothing (SES)	$e_t = X_t - \bar{X}_{t-1}$ $S_t = S_{t-1} + a \cdot e_t$ $F_{t+m} = S_t$
Εκθετική εξομάλυνση γραμμικής τάσης – Holt Exponential Smoothing (HOLT)	$e_t = X_t - \bar{X}_{t-1}$ $S_t = S_{t-1} + T_{t-1} + a \cdot e_t$ $T_t = T_{t-1} + b \cdot e_t$ $F_{t+m} = S_t + m \cdot T_t$
Εκθετική εξομάλυνση φθίνουσας τάσης ( $\varphi < 1$ ) – Damped Exponential Smoothing (Damped)	$e_t = X_t - \bar{X}_{t-1}$ $S_t = S_{t-1} + \varphi T_{t-1} + h_1 \cdot e_t$ $T_t = \varphi T_{t-1} + h_2 \cdot e_t$ $F_{t+1} = S_t + \varphi^m \cdot T_t$
Μέθοδος Theta ( $\theta=0 \rightarrow$ πρόβλεψη με χρήση γραμμικής παλινδρόμησης - LRL $\theta=2 \rightarrow$ προέκταση με χρήση Single Exponential Smoothing (SES))	$Y_t = \frac{1}{2} (Y_t^{\theta=0} + Y_t^{\theta=2})$ $Y_t^{\theta=0} = LRL_t$ $Y_t^{\theta=2} = 2 \cdot Y_t - LRL_t$ $F_{t+m} = \frac{1}{2} \cdot (LRL(Y_{t+1}^{\theta=0}) + SES(Y_{t+1}^{\theta=2}))$

Table 4 - Συνοπτική Περιγραφή Βασικών Μεθόδων Πρόβλεψης

Όπου χρησιμοποιούνται οι ακόλουθοι συμβολισμοί:

$F_{t+1}$ : είναι η τιμή της πρόβλεψης κατά μία χρονική περίοδο μπροστά

$Y_t$ : είναι η παρατήρηση από τις χρονοσειρές για την χρονική στιγμή  $t$

$e_t$ : είναι η τιμή του σφάλματος την χρονική στιγμή  $t$ , που ορίζεται ως:

$$e_t = F_t - Y_t.$$

$m$ : είναι ο ορίζοντας πρόβλεψης

$S_t$ : είναι το επίπεδο χρονοσειράς που χρησιμοποιείται στις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης

$T_t$ : είναι η τάση που χρησιμοποιείται στις γραμμικές και μη γραμμικές εκθετικές μεθόδους εξομάλυνσης

$a$ : η παράμετρος εξομάλυνσης που χρησιμοποιείται σε όλες εκθετικές μεθόδους εξομάλυνσης

$b$ : η παράμετρος εξομάλυνσης που χρησιμοποιείται σε γραμμικές και μη γραμμικές εκθετικές μεθόδους εξομάλυνσης

$\varphi$ : η παράμετρος εξομάλυνσης που χρησιμοποιείται στις μη γραμμικές εκθετικές μεθόδους εξομάλυνσης

$LRL(Y_{t+1}^{\theta=0}), SES(Y_{t+1}^{\theta=2})$ : οι γραμμές  $\theta$ , που βρίσκονται εντός των παρενθέσεων προεκτείνονται στον αντίστοιχο χρονικό ορίζοντα πρόβλεψης με τη μέθοδο γραμμικής παλινδρόμησης (LRL) και με τη μέθοδο εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου (SES).

Ωστόσο, παρ' ότι πλέον οι χρονοσειρές στις οποίες θα εφαρμοστεί η οποιαδήποτε μέθοδος είναι συνεχείς, η εφαρμογή της κάθε μεθόδου δεν γίνεται να είναι ανεξάρτητη από τη φύση των δεδομένων. Σκοπός της προσομοίωσης των δεδομένων και της εφαρμογής της μεθοδολογίας αυτής, είναι η εκμετάλλευση της δυναμικότητας της μεθόδου Croston στο σύνολο της, έτσι ώστε να είναι δυνατή η εξαγωγή καλύτερων προβλέψεων. Προς αυτό το σκοπό λοιπόν, εξετάζονται όλες οι μέθοδοι πρόβλεψης και γίνεται προσπάθεια προσαρμογής τους όσο το δυνατόν καλύτερα στα διαθέσιμα δεδομένα έτσι ώστε να προκύψει μετέπειτα ο καλύτερος δυνατός συνδυασμός αριθμητή και παρανομαστή για την παραγωγή της πρόβλεψης.

Η προσπάθεια εύρεσης λοιπόν του καλύτερου δυνατού συνδυασμού για την παραγωγή των προβλέψεων, κάνει την εφαρμογή των τεχνικών πρόβλεψης σε κάθε μία από τις χρονοσειρές αποσύνθεσης πιο δύσκολη διαδικασία. Πέρα από τη μέθοδο Naive, η οποία είναι εξορισμού απλή στην εφαρμογή της, καθώς η τιμή της πρόβλεψης ισούται με την τιμή της προηγούμενης χρονικής περιόδου, όλες οι υπόλοιπες μέθοδοι περιλαμβάνουν παραμέτρους, η τιμή των οποίων επηρεάζει ιδιαίτερα την τιμή της πρόβλεψης. Η επιλογή τους λοιπόν, δεν είναι μία απόφαση που γίνεται να ληφθεί βιαστικά και απερίσκεπτα. Αντιθέτως, απαιτεί την απαραίτητη ενασχόληση και αιτιολόγηση της επιλογής τους βάσει της φύσης των δεδομένων αλλά του σκοπού για τον οποίο εφαρμόζεται η αντίστοιχη μέθοδος. Μία διαγραμματική απεικόνιση της διαδικασίας επιλογής των αντίστοιχων μεθόδων φαίνεται

ακολουθώς.

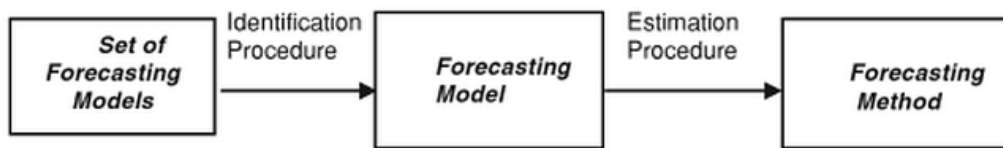


Figure 8- Διαδικασία Επιλογής Μεθόδων

Από ένα σύνολο μεθόδων προβλέψεων, αναγνωρίζονται τα χαρακτηριστικά των χρονοσειρών για να γίνει η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου από το σύνολο των μεθοδολογιών. Το μοντέλο αυτό επιλέγεται ως αυτό που προσομοιώνει καλύτερα το παρελθόν της κάθε χρονοσειράς και προσεγγίζει καλύτερα τα διαθέσιμα ιστορικά στοιχεία. Στη συνέχεια προσδιορίζονται οι στόχοι της αντίστοιχης πρόβλεψης και έτσι επιλέγεται η συγκεκριμένη μέθοδος πρόβλεψης που θα παράγει το αποτέλεσμα.

Συνεχίζοντας, μία άλλη ομοίως απλή στην εφαρμογή και κατανόηση μέθοδος είναι η μέθοδος του κινητού μέσου όρου η οποία χρησιμοποιεί τις τελευταίες  $k$  παρατηρήσεις για να υπολογίσει το μέσο όρο τους και η τιμή αυτή που προκύπτει είναι η τιμή της αντίστοιχης πρόβλεψης. Μόλις μία νέα παρατήρηση γίνεται διαθέσιμη, ένας νέος μέσος όρος υπολογίζεται έτσι ώστε να παραληφτεί η πιο παλαιά παρατήρηση και να υπολογιστεί ένας νέος μέσος όρος για να δοθεί η τιμή της επόμενης πρόβλεψης. Η παράμετρος που εμφανίζεται σε αυτή τη μέθοδο πρόβλεψης ουσιαστικά είναι το μήκος  $k$  του κινητού μέσου όρου που θα επιλεχθεί, δηλαδή του πλήθους των τιμών που θα λαμβάνονται υπόψη για να εξαχθεί ο μέσος όρος ως νέα τιμή πρόβλεψης. Οι ιδιότητες του κινητού μέσου όρου σχετικά με την διακοπτόμενη ζήτηση δεν έχουν προσδιοριστεί πλήρως σε ακαδημαϊκό επίπεδο. Έχει παρατηρηθεί όμως ότι για συστήματα τα οποία παρατηρούνται μέσω μηνιαίων δεδομένων το κατάλληλο μήκος του κινητού μέσου όρου είναι μεταξύ 3 έως 12 παρατηρήσεων ενώ για εβδομαδιαία δεδομένα είναι μεταξύ 8 και 24 παρατηρήσεων. Ένα αξιοπρόσεκτο σημείο που πρέπει να τονιστεί είναι η ύπαρξη λογισμικών που χρησιμοποιούνται για να πραγματοποιήσουν προβλέψεις για αποθέματα και ανταλλακτικά, προϊόντα που αποτελούν χαρακτηριστικά παραδείγματα διακοπτόμενης ζήτησης. Αυτά τα λογισμικά χρησιμοποιούν ως βασική μέθοδο πρόβλεψης τη μέθοδο του κινητού μέσου όρου μήκους 13, ανεξάρτητα από το μήκος της παρατηρούμενης χρονοσειράς ή από το χρονικό διάστημα κατά το οποίο σημειώνονται οι αντίστοιχες παρατηρήσεις δηλαδή αν επρόκειτο για εβδομαδιαία ή μηνιαία δεδομένα (Syntetos Boylan, 2005). Παρά το ότι φαινομενικά το συγκεκριμένο μήκος του κινητού μέσου όρου είναι αυθαίρετο, πειραματικές εφαρμογές έχουν αποδείξει καλή απόδοση της συγκεκριμένης μεθοδολογίας αν και η εν λόγω μεθοδολογία δεν είναι άμεσα αποδεκτή από την επιστημονική κοινότητα των προβλέψεων και η εφαρμογή της παρουσιάζει διάφορα προβλήματα αρχικοποίησης, ή ακόμα μεγαλύτερα όταν τα δεδομένα των αντίστοιχων χρονοσειρών είναι εξαιρετικά αραιά, δηλαδή είναι μεγάλες οι τιμές των μεσοδιαστημάτων μεταξύ των μη μηδενικών ζητήσεων. Προς αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, επιλέχθηκε η χρήση της μεθόδου κινητού μέσου όρου για πρόβλεψη αλλά όχι με σταθερό μήκος αλλά με μεταβλητό κάθε φορά. Το κριτήριο που υποδεικνύει το σωστό για κάθε χρονοσειρά μήκος που πρέπει να έχει ο κινητός μέσος όρος είναι η ελαχιστοποίηση του αντίστοιχου τετραγωνικού σφάλματος που προκύπτει. Προφανώς άλλοι περιορισμοί που λαμβάνονται υπόψη είναι ότι προφανώς το μήκος του μέσου όρου είναι για κάθε χρονοσειρά μεγαλύτερο του 2 και μικρότερο ή ίσο με το πλήθος των αντίστοιχων παρατηρήσεων.

Εφαρμόζοντας αυτή τη μεθοδολογία, ουσιαστικά εφαρμόζεται μία βελτιστοποίηση της μεθόδου κινητού μέσου όρου για πρόβλεψη με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, έτσι ώστε να μη χρησιμοποιηθεί κάποιο μήκος τυχαίο αλλά να προσαρμόζεται καταλλήλως στα αντίστοιχα δεδομένα. Αν προφανώς δεν υπάρχουν μη μηδενικά στοιχεία στη χρονοσειρά που καλείται η μεθοδολογία να δώσει πρόβλεψη, τότε η πρόβλεψη είναι μηδενική.

Η μέθοδος Croston, βασίζεται στην προέκταση της χρονοσειράς των τιμών της ζήτησης και των μεσοδιαστημάτων με χρήση της εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου και μάλιστα με χρήση σταθερής παραμέτρου εξομάλυνσης εν γένει,  $\alpha = 0.05$ . Προφανώς για να εξαχθούν συμπεράσματα για την εύρεση καλύτερων αποτελεσμάτων χρησιμοποιώντας εναλλακτικές προσεγγίσεις της μεθοδολογίας Croston, θα πρέπει τα αποτελέσματα από όλους τους συνδυασμούς που θα παραχθούν να συγκριθούν με την μέθοδο Croston, ακριβώς όπως προτείνεται από τη βιβλιογραφία. Όμως δεν θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου μονάχα με σταθερή παράμετρο εξομάλυνσης, αλλά θα λάβει τις εξής τιμές: 0.05, 0.1 και 0.2 αντίστοιχα, όπως επίσης γίνεται και βελτιστοποίηση της αντίστοιχης μεθόδου με κριτήριο την ελαχιστοποίηση το μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Στην βελτιστοποίηση της μεθόδου Croston, έχει υλοποιηθεί η αλγοριθμική διαδικασία που έχει περιγραφεί στην εισαγωγή με τη βασική διαφορά όμως, ότι η σταθερά εξομάλυνσης  $\alpha$  λαμβάνει τιμές σε ένα εύρος  $[0,0.4]$  αντί του  $[0,1]$ . Πιο συγκεκριμένα υπολογίζονται οι τιμές του τετραγωνικού σφάλματος για τιμές του συντελεστή εξομάλυνσης 0,133 και 0,267 και επιλέγεται η καλύτερη. Έπειτα υπολογίζεται το σφάλμα για τις τιμές 0,067 γύρω από το βέλτιστο  $\alpha$ . Με όμοιο τρόπο επιλέγεται πάλι το βέλτιστο  $\alpha$ , και αυτή η διαδικασία εκτελείται επαναληπτικά μέχρι η μεταβολή να είναι ικανοποιητικά μικρή, μειώνοντας σταδιακά και τα αντίστοιχα διαστήματα. Ο λόγος που η παράμετρος μεταβάλλεται σε ένα μικρότερο εύρος τιμών από το μέγιστο δυνατό, δηλαδή μεταβάλλεται από το μηδέν έως το 0.4 αντί της μονάδος, είναι διότι για την περίπτωση της διακοπτόμενης ζήτησης έχουν προταθεί μικρότερες τιμές για την παράμετρο αυτή ως κατάλληλες για ακριβέστερες προβλέψεις. Συγκεκριμένα οι Burgin και Wild(1967) βρήκαν ότι η παράμετρος  $\alpha = 0.2$  προτείνεται περισσότερο για εβδομαδιαία δεδομένα ενώ σιωπηρά προτάθηκε η παράμετρος της εξομάλυνσης να λαμβάνει μικρότερες τιμές όταν θα χρησιμοποιηθεί η αντίστοιχη μέθοδος σε δεδομένα slow movers, δηλαδή δεδομένα παρουσιάζουν συχνά μηδενική ζήτηση και μικρή σχετικά κινητικότητα στην αγορά. Ο Croston (1972), πρότεινε για την περίπτωση της διακοπτόμενης ζήτησης, η σταθερά εξομάλυνσης να ανήκει στο διάστημα  $[0.05, 0.2]$ . Επίσης πρότεινε υψηλότερες τιμές της παραμέτρου εξομάλυνσης, εύρους 0.2 έως 0.3 αν μεγάλο ποσοστό των παρατηρήσεων δεν παρουσιάζει σταθερότητα, δηλαδή παρά την ύπαρξη των μηδενικών υπάρχουν μεγάλες μεταβολές στις παρατηρήσεις όταν αυτές παρουσιάζονται. Σε γενικές γραμμές, προτείνεται βάσει εμπειρικών μελετών, στην περίπτωση της διακοπτόμενης ζήτησης η παράμετρος εξομάλυνσης να λαμβάνει τιμές από 0.05 έως 0.2 (Gutierrez et al.2007, Petropoulos et al. 2008), ενώ η αποτελεσματική εφαρμογή της μεθόδου σε δεδομένα που πέρα από διακοπτόμενη ζήτηση εμφανίζουν μεγάλες και αραιές μεταβολές ίσως απαιτεί και μεγαλύτερες τιμές της εκθετικής εξομάλυνσης δηλαδή από 0.05 έως 0.3.

Ακολούθως, επόμενοι μέθοδοι πρόβλεψης που θα εφαρμοστούν στις χρονοσειρές που έχουν προκύψει από την αποσύνθεση είναι η μέθοδος εκθετικής εξομάλυνσης γραμμικής τάσης (HOLT exponential Smoothing) και το μοντέλο της φθίνουσας τάσης (Damped exponential smoothing). Οι μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν αυτές τις



μεθόδους έχουν ήδη αναφερθεί. Δεν υπάρχει ιδιαίτερη αναφορά στην βιβλιογραφία για την εφαρμογή αυτών των μεθόδων σε χρονοσειρές διακοπτόμενης ζήτησης έτσι ώστε να αναφερθούν υποδείξεις ή στοιχεία για την επιλογή των παραμέτρων εξομάλυνσης τους. Εκμεταλλευόμενοι, τα στοιχεία που αναφέρθηκαν για τη σταθερά εξομάλυνσης της Single Exponential Smoothing, γίνεται διαισθητικά αντιληπτό ότι ομοίως η σταθερά εξομάλυνσης που αφορά το επίπεδο τόσο στην HOLT Exponential Smoothing όσο και στην Damped Exponential Smoothing ομοίως θα έχει καλύτερα αποτελέσματα αν κυμαίνεται σε μικρότερο εύρος. Αν ληφθεί υπόψη και η επίδραση της τάσης που έχει σημαντικό ρόλο σε αυτές τις μεθόδους τότε φαίνεται ακόμα περισσότερο η ανάγκη για μείωση της μέγιστης τιμής που λαμβάνει η παράμετρος  $\alpha$ . Επί προσθέτως, το γεγονός ότι χρησιμοποιείται η μέθοδος εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου για την προέκταση των αντίστοιχων χρονοσειρών στο μέλλον και γενικότερα για την προσομοίωση παρατηρήσεων διακοπτόμενης ζήτησης και επιφέρει καλά σχετικά αποτελέσματα αποτελεί σημαντικές ενδείξεις για μη ύπαρξη σημαντικής τάσης στα δεδομένα. Επιπλέον, συνήθως η βέλτιστη τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης  $b$  για την τάση είναι μικρότερη από την τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης του επιπέδου  $\alpha$ . Ο λόγος είναι ότι η τιμή της τάσης για κάθε περίοδο είναι συνήθως πολύ μικρότερη από την τιμή του επιπέδου. Αν προστεθεί το ίδιο ποσοστό σφάλματος και στο επίπεδο και στην τάση τότε οι προβλέψεις που θα προκύψουν θα είναι μάλλον ασταθείς. Αποτέλεσμα των ενδείξεων αυτών λοιπόν, είναι η προσπάθεια περιορισμού της επίδρασης της τάσης σε αυτά τα δεδομένα ρυθμίζοντας καταλλήλως τις αντίστοιχες παραμέτρους. Κινούμενοι προς αυτήν την κατεύθυνση, οι σταθερές τιμές των παραμέτρων για τις οποίες έχουν εφαρμοστεί οι παραπάνω μέθοδοι είναι:

- Παράμετρος εξομάλυνσης επιπέδου,  $\alpha = 0.05, 0.1$  και  $0.2$  για όλες τις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης.
- Παράμετρος εξομάλυνσης τάσης,  $b = 0.02$  και  $0,05$  για τις μεθόδους εξομάλυνσης γραμμικής και μη τάσης (Holt & Damped)
- Παράμετρος διόρθωσης της τάσης,  $\phi = 0.5$  για το μοντέλο εκθετικής εξομάλυνσης φθίνουσας τάσης.

Η παράμετρος διόρθωσης της τάσης δεν έχει κάποιο περιορισμό τιμών που εν γένει μπορεί να λάβει, αντιθέτως με τις υπόλοιπες παραμέτρους που μπορούν να λάβουν ως μέγιστη τιμή την τιμή της μονάδας. Όμως, η τιμή της παραμέτρου  $\phi$ , είναι αυτή που καθορίζει το μοντέλο της γραμμικής τάσης που θα προκύψει. Συγκεκριμένα:

- $\phi = 0 \rightarrow$  Single Exponential Smoothing.
- $0 < \phi < 1 \rightarrow$  Damped Exponential Smoothing.
- $\phi = 1 \rightarrow$  Holt Exponential Smoothing.
- $\phi > 1 \rightarrow$  Μοντέλο Εκθετικής Τάσης.

Συνεπώς, επιλέγοντας ως τιμή της παραμέτρου διόρθωσης την τιμή  $0.5$ , χρησιμοποιείται το μοντέλο φθίνουσας τάσης (Damped Exponential Smoothing), λαμβάνοντας μία μέση και όχι ακραία τιμή του συντελεστή. Με αυτόν τον τρόπο, είναι δυνατή η χρήση πλήρως όλων των ιδιοτήτων της συγκεκριμένης μεθόδου, η οποία εν γένει ενδείκνυται καθώς χαρακτηρίζεται από έλλειψη τάσης για υπεραισιοδοξία για την οποία κατηγορείται συχνά η μέθοδος Croston.

Όμως πέρα από τις σταθερές τιμές των παραμέτρων που έχουν χρησιμοποιηθεί για την εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων, έχει υλοποιηθεί και σε αυτές τις μεθόδους

αλγόριθμος βελτιστοποίησης των παραμέτρων με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος. Η ανάπτυξη του εν λόγω αλγορίθμου βασίζεται στην ίδια λογική που αναπτύχθηκε προηγουμένως για την εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου με τη βασική διαφορά ότι τώρα εξετάζεται ο βέλτιστος συνδυασμός των παραμέτρων που θα δώσει το μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα για έξι συνδυασμούς παραμέτρων  $\alpha = 0.133$  ή  $\alpha = 0.267$  και  $\beta = 0.067$  ή  $\beta = 0.133$  και  $\phi = 0,033$  ή  $\phi = 0,667$  (στην περίπτωση του μοντέλου γραμμικής τάσης υπολογίζεται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα και οι πιθανοί συνδυασμοί τεσσάρων τιμών των δύο παραμέτρων καθώς η τιμή της παραμέτρου διόρθωση τάσης είναι  $\phi = 1$ ). Στη συνέχεια υπολογίζεται το MSE για τιμές ίσες με  $\pm$  (ημι - διάστημα ακραίων τιμών) γύρω από το βέλτιστο συνδυασμό και στην περίπτωση που κρίνεται αναγκαίο μεταβάλλεται ο συνδυασμός αυτός. Στη συνέχεια εξετάζονται μικρότερα διαστήματα σταδιακά, μέχρι να είναι ικανοποιητικά μικρή η μεταβολή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει πως το εύρος των διαστημάτων στο οποία αναζητείται η αντίστοιχη παράμετρος είναι διαφορετικό και εξαρτάται προφανώς από το είδος της παραμέτρου αυτής. Ακολούθως φαίνονται τα αντίστοιχα διαστήματα ανά παράμετρο και ανά μέθοδο.

Παράμετρος	$\alpha$	b	$\phi$
Μέθοδος πρόβλεψης			
Single Exponential Smoothing	[0, 0.4]	-	-
Holt Exponential Smoothing	[0,0.3]	[0,0.2]	-
Damped Exponential Smoothing	[0,0.3]	[0,0.2]	[0,1]

Table 5 - Διαστήματα Τιμών Παραμέτρων ανά Μέθοδο Εξομάλυνσης

Παρατηρείται, ότι το εύρος τιμών του συντελεστή επιπέδου ανήκει από το 0.05 έως 0.3 όπως έχει προταθεί από τη βιβλιογραφία για τις περιπτώσεις της διακοπτόμενης ζήτησης ενώ το διάστημα τιμών του συντελεστή τάσης είναι ακόμα μικρότερο όπως αναμενόταν. Το εύρος τιμών της παραμέτρου  $\phi$  είναι ανεξάρτητο από τις τιμές των δύο άλλων παραμέτρων και σχετίζεται αποκλειστικά με τη χρήση του μοντέλου φθίνουσας τάσης.

Ένα άλλο στοιχείο εξαιρετικά σημαντικό για την εφαρμογή των μεθόδων εξομάλυνσης, πέρα από την επιλογή των τιμών για τις αντίστοιχες παραμέτρους είναι οι αρχικές τιμές που θα λάβουν το επίπεδο και η τάση όταν υπάρχει. Από τις δυνατές επιλογές που υπήρχαν, επιλέχθηκε για αρχικές τιμές, οι τιμές των συντελεστών της ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης, που βέλτιστα θα προσομοίωνε την αντίστοιχη χρονοσειρά. Συγκεκριμένα, υλοποιήθηκε αλγόριθμος εύρεσης της βέλτιστης ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος η οποία είναι της μορφής:  $Y = b \cdot x + a$  όπου  $Y$  θα ήταν η αντίστοιχη τιμή της πρόβλεψης και τέθηκε ακολούθως:  $S_0 = a$  και  $T_0 = b$  για όλες τις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης, όπου οι αντίστοιχες παράμετροι παρουσιάζονται.

Τέλος, η τελευταία μέθοδος πρόβλεψης που χρησιμοποιήθηκε για τις χρονοσειρές που έχουν προκύψει από την αποσύνθεση είναι μέθοδος Theta με χρήση των γραμμών  $\theta = 0$  και  $\theta = 2$ . Ο αλγόριθμος που υλοποιεί την αντίστοιχη μέθοδο, διαχωρίζει την αρχική χρονοσειρά σε δύο theta lines, με παραμέτρους  $\theta = 0$  και  $\theta = 2$ . Προεκτείνει στον κατάλληλο οριζόντια πρόβλεψη την theta line(0) με τη μέθοδο της βέλτιστης ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης (LRL) και τη theta line(2) με τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου (SES). Για τη παράμετρο της μεθόδου εκθετικής εξομάλυνση σταθερού επιπέδου, ισχύει ότι έχει ήδη αναφερθεί έτσι ώστε να παραχθεί η πρόβλεψη. Συνεπώς ομοίως εφαρμόζεται η μέθοδος για  $\alpha = 0.05$ ,  $0.1$  και  $0.2$  όπως επίσης και για την τιμή της

παραμέτρου που ελαχιστοποιεί το MSE στο διάστημα  $[0,0.4]$ . Ακολούθως η τελική τιμή της πρόβλεψης για την χρονοσειρά της ζήτησης ή των μεσοδιαστημάτων, ανάλογα σε ποια χρονοσειρά έχει εφαρμοστεί η μέθοδος Theta, είναι ο μέσος όρος των προβλέψεων που έχουν παραχθεί από τη βέλτιστη ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης και από την εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου ανά επιλογή παραμέτρου.

Ανάλογα με την επιλογή των τιμών για κάθε παράμετρο της αντίστοιχης μεθόδου είναι σαν να δημιουργείται μία επιπλέον μέθοδος πρόβλεψης που μπορεί να εφαρμοστεί για την προέκταση στον κατάλληλο χρονικό ορίζοντα τόσο της χρονοσειράς με δεδομένα που αντιπροσωπεύουν το μέγεθος της ζήτησης όσο και για τη χρονοσειρά που περιλαμβάνει τα μεσοδιαστήματα που μεσολαβούν μεταξύ των μη μηδενικών ζητήσεων. Οπότε με αυτόν τον τρόπο προκύπτει μία πληθώρα διαφορετικών μεθόδων με σκοπό της προέκτασης της κάθε χρονοσειράς που έχει προέλθει από την αποσύνθεση. Όμως οι προβλέψεις που προκύπτουν από την εφαρμογή αυτών των διαφορετικών μεθόδων πρέπει να συνδυαστούν ανά δύο μεταξύ τους έτσι ώστε να σχηματιστεί το πηλίκο που η μέθοδος Croston υποδεικνύει. Πιο συγκεκριμένα η τιμή της πρόβλεψης που έχει προκύψει για τη συνεχή χρονοσειρά των μεγεθών της ζήτησης από κάθε πρόβλεψη πρέπει να διαιρεθεί με τη αντίστοιχη πρόβλεψη της συνεχούς και κατά ένα στοιχείο μικρότερης χρονοσειράς των μεσοδιαστημάτων η οποία έχει προκύψει από την εφαρμογή μίας από τις προαναφερόμενες μεθόδους. Για να γίνει πιο σαφής ο συνδυασμός μεταξύ των διαφορετικών αυτών μεθόδων, οι συνδυασμοί των μεθόδων θα αναπαρασταθούν σε μορφή πίνακα, όπου η κάθε σειρά αντιπροσωπεύει την μέθοδο πρόβλεψης που γίνεται στον παρανομαστή του πηλίκου της μεθόδου Croston, δηλαδή στη μέθοδο πρόβλεψης που πραγματοποιείται για την προέκταση στο μέλλον τη χρονοσειράς των μεσοδιαστημάτων (intervals). Αντίθετα, η κάθε στήλη αναπαριστά τη μέθοδο πρόβλεψης που θα χρησιμοποιηθεί για την εξαγωγή της αντίστοιχης πρόβλεψης του μεγέθους της ζήτησης για την αντίστοιχη χρονική περίοδο. Συνεπώς το κάθε στοιχείο του πίνακα είναι η αντίστοιχη πρόβλεψη που προκύπτει από τη προέκταση της χρονοσειράς της ζήτησης - demands με τη μέθοδο πρόβλεψης που υποδεικνύει η μέθοδος που αντιστοιχεί στην στήλη του στοιχείου με τις αντίστοιχες παραμέτρους, διαιρεμένη με την τιμή της πρόβλεψης της χρονοσειράς των μεσοδιαστημάτων - intervals που προκύπτει από την εφαρμογή της μεθόδου πρόβλεψης που αντιστοιχεί στην σειρά που αντιστοιχεί στο στοιχείο του πίνακα με τις παραμέτρους που αναφέρονται.

Με αυτήν την απεικόνιση είναι δυνατός ο έλεγχος της οποιαδήποτε μεθόδου πρόβλεψης έχει πραγματοποιηθεί είτε στον αριθμητή είτε στον παρανομαστή ενώ ταυτόχρονα φαίνονται οι τιμές των αντίστοιχων παραμέτρων που έχουν χρησιμοποιηθεί στην αντίστοιχη μέθοδο πρόβλεψης. Αυτή η μορφή του πίνακα είναι και κατάλληλη για την απεικόνιση των out of sample σφαλμάτων που προκύπτουν από τη σύγκριση του αντίστοιχου συνδυασμού που έχει δώσει την πρόβλεψη και της αντίστοιχης πραγματικής τιμής της χρονοσειράς.

#### **5.3.4 Υλοποίηση της μεθοδολογίας**

Μετά τη αναλυτική παρουσίαση της δομής και του συνόλου των ενεργειών που αποτελούν τη εναλλακτική προσέγγιση της μεθοδολογίας Croston που παρουσιάζεται στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας απαιτείται η εφαρμογή της μεθόδου στα αρχεία της αυτοκινητοβιομηχανίας και της Royal Air Force για την εξαγωγή των προβλέψεων

έτσι ώστε μετέπειτα να αξιολογηθεί. Όπως έχει αναφερθεί, τα δεδομένα της Royal Air Force αφορούν 5000 Stock Keeping Units και είναι παρατηρήσεις που αντιπροσωπεύουν τη ζήτηση τους τα τελευταία 7 έτη. Δηλαδή αν για κάθε SKU υπάρχει μία χρονοσειρά που αντιπροσωπεύει την μηνιαία ζήτηση του, υπάρχουν 5000 χρονοσειρές με 84 παρατηρήσεις η κάθε μία. Όμοια τα δεδομένα της αυτοκινητοβιομηχανίας τα οποία αφορούν 3000 Stock Keeping Units και αντιπροσωπεύουν ομοίως την μηνιαία τους ζήτηση σε βάθος χρόνου 2 ετών είναι διαθέσιμες 3000 χρονοσειρές 24 παρατηρήσεων η κάθε μία.

Σε όλες αυτές τις χρονοσειρές λοιπόν εφαρμόζεται η προτεινόμενη μεθοδολογία βάσει δύο σημαντικών τεχνικών, οι οποίες είναι:

1. Κυλιόμενη Πρόβλεψη και
2. Αξιολόγηση μεθόδου, μετατρέποντας τις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις σε μελλοντικές «άγνωστες» παρατηρήσεις.

Αυτές οι δύο τεχνικές αλληλεπικαλύπτονται μερικώς κατά την εφαρμογή και η εφαρμογή της μίας συνεπάγεται και βοηθάει την εφαρμογή της δεύτερης έτσι ώστε να αξιολογηθεί ταυτόχρονα και η προτεινόμενη μεθοδολογία.

Η τεχνική της κυλιόμενης πρόβλεψης ή rolling forecasting όπως είναι ευρέως διαδεδομένη, σχετίζεται με το πλήθος των παρατηρήσεων που λαμβάνονται υπόψη για την εξαγωγή της πρόβλεψης και με τον χειρισμό της νέας, πιο πρόσφατης παρατήρησης, που δεν ήταν γνωστή και εισέρχεται ως νέα πληροφορία πλέον. Για αυτή την παρατήρηση προφανώς είχε ήδη παραχθεί πρόβλεψη που τώρα πλέον όντας γνωστή η πραγματική τιμή της παρατήρησης είναι εφικτή η εύρεση του σφάλματος. Αποτέλεσμα της γνώσης της νέας πληροφορίας είναι και η αξιολόγηση της πρόβλεψης που είχε παραχθεί. Όμως την ίδια στιγμή δημιουργείται και το εξής πρόβλημα: η νέα αυτή πληροφορία, από την στιγμή που έγινε γνωστή μετατρέπεται σε στοιχείο ιστορικών δεδομένων, αλλάζοντας πλέον την χρονοσειρά των παρατηρήσεων που ήταν γνωστή. Ο τρόπος αντιμετώπισης αυτού του προβλήματος βασίζεται στην τεχνική της κυλιόμενης πρόβλεψης κατά την οποία αυξάνεται το πλήθος των στοιχείων της γνωστής χρονοσειράς και όντας διαθέσιμες πλέον γνωστές περισσότερες παρατηρήσεις για την χρονοσειρά, εφαρμόζεται ξανά η αντίστοιχη μέθοδος πρόβλεψης για να παραχθεί η νέα τιμή της πρόβλεψης για την επόμενη χρονική περίοδο. Σχηματικά η διαδικασία της κυλιόμενης πρόβλεψης περιγράφεται ως εξής:

Time	Data						Forecast				
t = 1	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	Y <sub>4</sub>	Y <sub>5</sub>	Y <sub>6</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>	F <sub>5</sub>
t = 2	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	Y <sub>4</sub>	Y <sub>5</sub>	Y <sub>6</sub>	Y <sub>7</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
t = 3	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	Y <sub>4</sub>	Y <sub>5</sub>	Y <sub>6</sub>	Y <sub>7</sub>	Y <sub>8</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>
t = 4	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	Y <sub>4</sub>	Y <sub>5</sub>	Y <sub>6</sub>	Y <sub>7</sub>	Y <sub>8</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	

Figure 9 - Rolling Forecasting

Βάσει του παραπάνω σχήματος, σε κάθε χρονική περίοδο γίνεται γνωστή και μία νέα παρατήρηση η οποία λαμβάνεται υπόψη για την παραγωγή των προβλέψεων σε χρονικό ορίζοντα που μειώνεται κατά μία τιμή σε κάθε χρονική περίοδο. Ο χρονικός ορίζοντας μία πρόβλεψης είναι το πλήθος των χρονικών περιόδων για το οποίο απαιτείται πρόβλεψη. Εν γένει διατηρείται σταθερός κατά τη διαδικασία πρόβλεψης, παρότι στο παραπάνω σχήμα μειώνεται κατά ένα στο πέρασμα κάθε χρονικής περιόδου. Ένα παράδειγμα για την χρήση του χρονικού ορίζοντα της πρόβλεψης είναι η κατανάλωση της μπίρας. Συνήθως ενδιαφέρον παρουσιάζει από την πλευρά της βιομηχανίας μπίρας η πρόβλεψη της κατανάλωσης της μπίρας για τους τρεις επόμενου μήνες. Ο λόγος που ενδιαφέρεται κανείς για την πρόβλεψη ενός τέτοιου μεγέθους είναι για να σχεδιαστεί αντίστοιχα η παραγωγική διαδικασία έτσι ώστε να προμηθευτούν εγκαίρως τα αντίστοιχα καταστήματα για να μην υπάρξει ανικανοποίητη ζήτηση (stock outs). Όσο περνάνε οι αντίστοιχοι μήνες γίνονται γνωστές και περισσότερες παρατηρήσεις που αντιπροσωπεύουν την κατανάλωση της μπίρας, οπότε όλο και μεγαλώνει η αντίστοιχη χρονοσειρά, όμως και πάλι το πλήθος των προβλέψεων διατηρείται σταθερό και ίσο με 3 που ταυτίζεται με το μήκος του χρονικού ορίζοντα, καθώς ενδιαφέρον παρουσιάζει η κατανάλωση για τους 3 επόμενους μήνες. Θα μπορούσε μία βιομηχανία λόγω ανανέωσης την παραγωγικής της ικανότητας ή και για άλλους λόγους, να έχει μία καταλυτική ημερομηνία μέχρι την οποία κι ενδιαφέρεται να παράξει πρόβλεψη. Σε αυτή την περίπτωση η διαδικασία της κυλιόμενης πρόβλεψης θα προσομοιωνόταν με μεγαλύτερη ακρίβεια από το παραπάνω σχήμα έτσι ώστε ενώ αυξάνεται το πλήθος των παρατηρήσεων της χρονοσειράς των πραγματικών παρατηρήσεων να μειώνεται ο χρονικός ορίζοντας.

Κατά την εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης στις χρονοσειρές που έχουν προκύψει από την αποσύνθεση έχει εφαρμοστεί η τεχνική της κυλιόμενης πρόβλεψης (rolling forecasting) και ο χρονικός ορίζοντας των αντίστοιχων μεθόδων λαμβάνεται ίσος με ένα. Είναι προφανές βέβαια ότι δεν είναι εφικτή η ενημέρωση των χρονοσειρών με τις νέες παρατηρήσεις για τη ζήτηση των αντίστοιχων Stock Keeping Units στην πάροδο των μηνών (καθώς αναφερόμαστε σε μηνιαίες παρατηρήσεις). Αυτό συμβαίνει αφενός γιατί η πρόσβαση στα αρχεία των αντίστοιχων βιομηχανιών και η συλλογή έγκυρων στοιχείων δεν είναι εύκολη διαδικασία εν γένει και επίσης διότι η πραγματοποίηση της διπλωματικής εργασίας θα είχε τεράστια χρονική διάρκεια. Η λύση σε αυτό το πρόβλημα δίνεται από μία μεθοδολογία που έχει εφαρμοστεί σε διάφορες ερευνητικές διαδικασίες που αντιμετωπίσουν παρεμφερές πρόβλημα. Η μέθοδος αυτή ουσιαστικά μετακινεί το παρόν σε κάποια χρονική στιγμή της επιλογής του ερευνητή αφήνοντας το μεγαλύτερο ποσοστό των παρατηρήσεων ως παρελθόν και ένα μικρότερο εν γένει ποσοστό ως μελλοντικές τιμές οι οποίες μάλιστα δεν θεωρούνται και γνωστές. Το πλήθος των παρατηρήσεων που θα συνεχίσουν να θεωρούνται ως ιστορικά στοιχεία και εκείνων που θεωρούνται μελλοντικές τιμές εξαρτάται από τον ερευνητή, από το πλήθος των δεδομένων, από τη φύση τους και από άλλους παράγοντες που πρέπει να ληφθούν υπόψη.

Με αυτόν τον τρόπο, δεν είναι απαραίτητο να περιμένει κανείς να περάσει το αντίστοιχο χρονικό διάστημα για να μπορεί να μάθει τις νέες πραγματικές τιμές και να αξιολογήσει τη μέθοδο πρόβλεψης που χρησιμοποιεί. Αντιθέτως, μπορεί να παράγει προβλέψεις οι οποίες αξιολογούνται ταυτόχρονα για τον χρονικό ορίζοντα που έχει επιλεγεί και χρησιμοποιώντας ή όχι την τεχνική της κυλιόμενης πρόβλεψης να ελέγχει και να αξιολογεί την μέθοδο πρόβλεψης στην αντίστοιχη χρονοσειρά.

Για την υλοποίηση της μεθοδολογίας που παρουσιάζεται, έχουν χρησιμοποιηθεί η παραπάνω τεχνικές ως εξής: για κάθε χρονοσειρά θεωρούνται γνωστά τα  $\frac{3}{4}$  των παρατηρήσεων, ενώ οι υπόλοιπες παρατηρήσεις θεωρούνται μελλοντικές κατ' επέκταση και άγνωστες και χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση των προβλέψεων και της μεθοδολογίας γενικότερα. Έπειτα με την παραγωγή της αντίστοιχης πρόβλεψης υπολογίζεται το out of sample σφάλμα της μεθόδου, και η εν λόγω νέα παρατήρηση θεωρείται πλέον η πιο πρόσφατη παρατήρηση της ανανεωμένης χρονοσειράς για την παραγωγή της επόμενης πρόβλεψης, εφαρμόζεται δηλαδή η τεχνική του rolling forecasting. Ο χρονικός ορίζοντας για κάθε μέθοδο πρόβλεψης σε κάθε εφαρμογή είναι ένα, οπότε κάθε φορά υπολογίζεται ένα out of sample error. Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί ότι όλη αυτή η μεθοδολογία υλοποιείται έτσι ώστε να είναι εφικτός ο υπολογισμός των out of sample σφαλμάτων που απαιτούνται για την αξιολόγηση των μεθόδων.

Πιο συγκεκριμένα για τα δεδομένα της Royal Air Force, όπου η κάθε χρονοσειρά αποτελείται από 84 παρατηρήσεις για την εύρεση των out of sample σφαλμάτων έχει πραγματοποιηθεί η εξής τεχνική: θεωρούνται γνωστές οι 63 πρώτες παρατηρήσεις, γίνεται αποσύνθεση της χρονοσειράς στις συνεχείς χρονοσειρές μεγέθους ζήτησης και των μεσοδιαστημάτων και για κάθε χρονοσειρά παράγεται μία πρόβλεψη. Οι προβλέψεις αυτές διαιρούνται κατάλληλα έτσι όπως η μεθοδολογία Croston υπαγορεύει και έτσι παράγεται η τελική πρόβλεψη. Ακολούθως συγκρίνεται με την πρώτη παρατήρηση που δεν θεωρείται γνωστή και υπολογίζονται οι αντίστοιχοι δείκτες σφάλματος και στη συνέχεια ακολουθεί η ίδια διαδικασία για την νέα χρονοσειρά (η οποία είναι η παλαιά με μία παρατήρηση παραπάνω) και αποτελείται πλέον από 64 παρατηρήσεις για την εύρεση της επόμενης τιμής και σύγκρισή της με την επόμενη παρατήρηση που θα γίνει γνωστή. Έχοντας 64 παρατηρήσεις πλέον στην χρονοσειρά των δεδομένων, οι άγνωστες τιμές που υπάρχουν άρα και ο μέγιστος δυνατός χρονικός ορίζοντας που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για να υπάρχει και αξιολόγηση είναι 20. Με αυτόν τον τρόπο επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία και για κάθε χρονοσειρά και παράγονται 21 σφάλματα, όποιου είδους δείκτη σφάλματος έχει επιλεχθεί. Δεδομένης της ύπαρξης των 5000 SKUs προκύπτει πίνακας για έναν δείκτη σφάλματος  $5000 \times 21$ . Όμοια διαδικασία ακολουθείται και στα δεδομένα της αυτοκινητοβιομηχανίας. Όμως λόγω του διαφορετικού διαθέσιμου πλήθους των παρατηρήσεων που είναι 24, εφαρμόζοντας πάλι την ίδια τεχνική, θεωρούνται γνωστές οι πρώτες 18 παρατηρήσεις, που ισούται με τα  $\frac{3}{4}$  των συνολικών παρατηρήσεων, για να γίνει η αποσύνθεση και να παραχθεί η επόμενη πρόβλεψη. Με όμοιο τρόπο προκύπτει πίνακας του επιλεχθέντος δείκτη σφάλματος διαστάσεων  $3000 \times 6$  καθώς η εν λόγω αυτοκινητοβιομηχανία παρείχε δεδομένα για 3000 διαφορετικά SKUs .

Το είδος των αντίστοιχων σφαλμάτων που χρησιμοποιούνται όπως επίσης και ο χειρισμός τους για την εξαγωγή ενός ενδεικτικού μεγέθους για την μετέπειτα αξιολόγηση τους αναφέρονται ακολούθως. Εν τούτοις, δεν πρέπει να συγχέονται τα σφάλματα out of sample που χρησιμοποιούνται για αξιολόγηση των μεθόδων με τα σφάλματα in sample που υπολογίζονται για την προσαρμογή της αντίστοιχης μεθόδου στα δεδομένα ή για την παραγωγή της πρόβλεψης.

### ***5.3.5 Επιλογή δεικτών αξιολόγησης των μεθόδων***

Τα out of samples σφάλματα που θα χρησιμοποιηθούν είναι τα ακόλουθα:

- Μέσο σφάλμα (Mean Error):

$$ME = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)$$

Ο δείκτης σφάλματος αυτός χρησιμοποιείται για να δείξει την προκατάληψη της μεθόδου πρόβλεψης που χρησιμοποιείται. Δείκτης αρκετά μεγαλύτερος της μονάδας υποδεικνύει απαισιοδοξία στις προβλέψεις ενώ αρνητικές τιμές του δείκτη συνεπάγονται αισιοδοξία. Εν γένει γίνεται αναφορά στον δείκτη αυτό ως ένδειξη προκατάληψης – bias.

- Μέσο απόλυτο σφάλμα (Mean Absolute Error):

$$MAE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |Y_i - F_i|$$

Ο δείκτης αυτός χρησιμοποιείται ως μέτρο της ακρίβειας της μεθόδου πρόβλεψης έναντι των πραγματικών τιμών. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του δείκτη τόσο μικρότερη είναι ακρίβεια της μεθόδου.

- Μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Mean Squared Error):

$$MSE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)^2$$

Ο δείκτης αυτός είναι ομοίως μέτρο ακρίβειας της πρόβλεψης. Η διαφορά του με το μέσο απόλυτο σφάλμα είναι ότι δίνεται μεγαλύτερη βαρύτητα στα μεγάλα σφάλματα.

- Μέσο γεωμετρικό σφάλμα (Geometric Root Mean Squared Error):

$$GRMSE = \left( \prod_{t=1}^n (Y_t - F_t)^2 \right)^{\frac{1}{2n}}$$

Ο δείκτης σφάλματος αυτός δεν ενδείκνυται τόσο για να υποδείξει αν η μέθοδος πρόβλεψης που έχει χρησιμοποιηθεί είναι ακριβής ή όχι. Εντούτοις προτείνεται λόγω της ευαισθησίας που παρουσιάζει σε ειδικά γεγονότα (special events) και ειδικές τιμές (outliers).

Και οι τέσσερις παραπάνω δείκτες, είναι εκφρασμένοι σε μονάδες της πραγματικής χρονοσειράς. Απαλλαγμένοι δείκτες από τη φύση των δεδομένων είναι εν γένει τα ποσοστιαία σφάλματα. Όμως Δεν γίνεται η χρήση κάποιου ποσοστιαίου σφάλματος προς αποφυγή ύπαρξης μηδενικού παρανομαστή, λόγω ύπαρξης μηδενικών πραγματικών τιμών δεδομένης της φύσης της διακοπτόμενης ζήτησης των δεδομένων. Όμως για συμπεριληφθεί κάποιο σφάλμα απαλλαγμένο από τις μονάδες τις αρχικής χρονοσειράς που ταυτόχρονα αξιολογεί και την ακρίβεια της πρόβλεψης χρησιμοποιείται το:

- Μέσο απόλυτο κανονικοποιημένο σφάλμα (Mean Absolute Scaled Error):

$$MASE = \frac{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |Y_i - F_i|}{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=2}^n |Y_i - Y_{i-1}|}$$

Ο δείκτης σφάλματος αυτός είναι αρκετά δημοφιλής στα δεδομένα διακοπτόμενης ζήτησης. Επιλέγεται επειδή είναι ο μοναδικός από τους δείκτες που θα χρησιμοποιηθούν για την αξιολόγηση των εναλλακτικών προσεγγίσεων της μεθόδου Croston, που είναι απαλλαγμένος από τις μονάδες τις χρονοσειράς. Συνεπώς αυτός δείκτης παρέχει τη δυνατότητα σύγκρισης μεταξύ διαφορετικών φύσης δεδομένων, δηλαδή μπορεί να συγκριθεί η απόδοση της κάθε μεθόδου που έχει εφαρμοστεί στα δεδομένα της Royal Air Force με εκείνα της αυτοκινητοβιομηχανίας. Επίσης ο δείκτης αυτός κάνει μία σύγκριση των σφαλμάτων της αντίστοιχης μεθόδου πρόβλεψης με εκείνα της απλοϊκής μεθόδου naïve. Τιμές του δείκτη μεγαλύτερες της μονάδας μεταφράζονται ως χειρότερη απόδοση της μεθόδου από εκείνη που θα είχε η απλοϊκή μέθοδος ενώ τιμές μικρότερες της μονάδας μεταφράζεται ως καλύτερη απόδοση της μεθόδου. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι για την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας, αξιολογείται ο μέσος όρος των out of sample σφαλμάτων (που τοποθετείται στον αριθμητή) με το μέσο όρο του συνόλου των out και in sample σφαλμάτων που προκύπτουν από την εφαρμογή της naïve.

Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται στο γεγονός ότι τα σφάλματα αυτά, αναφέρονται στις διαφορές που παρουσιάζουν οι παραχθείσες προβλέψεις με τις πραγματικές τιμές των χρονοσειρών στα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα για τα οποία έχει αναφερθεί ότι θεωρούνται άγνωστες οι αντίστοιχες παρατηρήσεις. Οπότε πλέον γίνεται αναφορά στα out of sample errors και όχι στα in – sample που έχουν αναφερθεί ως τώρα για την προσαρμογή των παραμέτρων της μεθόδου στα δεδομένα. Είναι προφανές πως το μέγεθος  $n$  που χρησιμοποιείται δεν αντιπροσωπεύει το μήκος της χρονοσειράς των δεδομένων αλλά το πλήθος των αντίστοιχων σφαλμάτων για κάθε Stock Keeping Unit.

Όπως έχει αναφερθεί από την χρήση των παραπάνω δεικτών προκύπτει ένα πίνακας για κάθε δείκτη διαστάσεων 5000 x 21 για τα δεδομένα της Royal Air Force και ένας άλλος 3000 x 6 για τα δεδομένα της automotive. Είναι εμφανές ότι δεν είναι δυνατή ούτε η παρουσίαση τέτοιων διαστάσεων πινάκων αλλά ούτε και η εξαγωγή συμπερασμάτων από αυτούς. Έτσι έχουν χρησιμοποιηθεί οι εξής τρόποι εξαγωγής συμπερασμάτων:

- *Mean* ( ): Ουσιαστικά λαμβάνεται η μέση τιμή των μέσων απλών σφαλμάτων για τα 5000 των δεδομένων της Royal Air Force και για τα 3000 της automotive. Ομοίως έχει χρησιμοποιηθεί ο μέσος όρος του μέσου απόλυτου σφάλματος, του μέσου τετραγωνικού σφάλματος και του γεωμετρικού σφάλματος για όλες τις ομάδες δεδομένων.

- *Median* ( ): Είναι η διάμεσος ενός συνόλου παρατηρήσεων. Χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία για την εύρεση της διαμέσου του μέσου απλού σφάλματος και μέσου απόλυτου σφάλματος για τα 5000 Stock Keeping Units της Royal Air Force και για τα 3000 Stock Keeping Units της automotive.

Οι αναλυτικοί πίνακες αποτελεσμάτων από τη χρήση των δεικτών αυτών παρουσιάζονται στο παράρτημα για τα αντίστοιχα δεδομένα.



## 6 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

### 6.1 Εισαγωγή

Η αξιολόγηση της δυναμικής της μεθόδου Croston, προσεγγίζοντας την με χρήση διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης από την προτεινόμενη στη βιβλιογραφία είναι μία ενδιαφέρουσα άποψη που όμως χρειάζεται πρακτική αξιολόγηση. Λόγω του μεγάλου πλήθους των μεθόδων που εξετάζονται, σε συνδυασμό με τις 8000 χρονοσειρές των διαφορετικών Stock Keeping Units από τους τομείς της αυτοκινητοβιομηχανίας και από τον στρατιωτικό τομέα που περιγράφηκε, δεν θα ήταν δυνατή η υλοποίηση της προτεινόμενης μεθοδολογίας χωρίς την κατάλληλη τεχνολογική υποστήριξη. Για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων και τη μεταξύ τους σύγκριση, υλοποιήθηκαν αλγόριθμοι για όλες τις μεθόδους πρόβλεψης, αλγόριθμοι που υλοποιούν την αποσύνθεση κατά Croston όπως επίσης και την μέθοδο Croston βάσει του αντίστοιχου πηλίκου. Έπειτα, υπολογίστηκαν οι επιλεχθέντες δείκτες σφάλματος με σκοπό την εξαγωγή συμπερασμάτων. Οι αναλυτικοί πίνακες με τα αποτελέσματα των μεθόδων σχετικά με τα σφάλματα: mean(ME), median(ME), mean(MAE), median(MAE), mean(MSE), mean(GRMSE) και mean(MASE) όπως επίσης και σημαντικά μέρη του κώδικα που χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση των προσομοιώσεων, παρουσιάζονται αναλυτικά στο παράρτημα της εργασίας.

Για την παρουσίαση και τον σχολιασμό όμως των αποτελεσμάτων δεν είναι δυνατόν να μην αναφερθούν τιμές για τους στοιχειώδεις δείκτες. Συνεπώς επιλέχθηκε να αναφερθούν δείκτες σφαλμάτων από όλους τους συνδυασμούς που υλοποιήθηκαν, με τη διαφορά ότι δεν θα αναφερθούν όλες οι παραλλαγές κάθε μεθόδου, δηλαδή τα αποτελέσματα με χρήση ίδιας μεθόδου αλλά με διαφορετικές παραμέτρους. Ωστόσο, θα γίνει αναφορά και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων για της διαφορετικές παραμέτρους ανά μέθοδο και ανά δεδομένα. Τέλος, η δομή του κεφαλαίου που έπεται είναι ως εξής: θα προηγηθεί η παρουσίαση των αποτελεσμάτων για το αρχείο με τα δεδομένα από την αυτοκινητοβιομηχανία για τους διαφορετικούς συνδυασμούς των μεθόδων ανά σφάλμα και την επίδραση των αλλαγών των παραμέτρων εξομάλυνσης στους δείκτες σφάλματος. Έπειτα θα γίνει η ίδια διαδικασία για τα δεδομένα της Royal Air Force. Τέλος, ολοκληρώνεται το κεφάλαιο με σύγκριση των αποτελεσμάτων ανά τομέα και συζήτηση για τη διαφορές που έχουν σημειωθεί.

### 6.2 Δεδομένα Αυτοκινητοβιομηχανίας - Automotive

Τα διαθέσιμα δεδομένα από την αυτοκινητοβιομηχανία αφορούν τα μηνιαία στοιχεία της ζήτησης 3000 Stock Keeping Units στο βάθος δύο ετών. Από τις 24 αυτές παρατηρήσεις των 3000 διαφορετικών χρονοσειρών που προκύπτουν έχουν προκύψει δύο διαφορετικά μέρη, το πρώτο με τα  $\frac{3}{4}$  των παρατηρήσεων και το δεύτερο μέρος με το υπόλοιπο  $\frac{1}{4}$  των παρατηρήσεων. Το πρώτο μέρος των παρατηρήσεων, 18 στο πλήθος χρησιμοποιείται για την προσαρμογή της αντίστοιχης μεθόδου πρόβλεψης στα δεδομένα και το δεύτερο μέρος χρησιμοποιείται για την αντίστοιχη αξιολόγηση της μεθόδου. Συνεπώς από το δεύτερο μέρος των 6 παρατηρήσεων και τις παραχθείσες τιμές πρόβλεψης προκύπτουν οι αντίστοιχες τιμές για τους δείκτες του σφάλματος. Με αυτόν τον τρόπο, προκύπτει η εξαγωγή πινάκων 3000 x 6 ο καθένας, για τον απλό σφάλμα (error) και απόλυτο σφάλμα (absolute error) από την αξιολόγηση των μεθόδων που λαμβάνει χώρα στα πλαίσια της αλγοριθμικής διαδικασίας που έχει αναπτυχθεί. Από αυτούς τους πίνακες, προκύπτει για κάθε Stock Keeping Unit

επίσης και το μέσο σφάλμα, το απόλυτο μέσο σφάλμα, το γεωμετρικό σφάλμα και το μέσο απόλυτο κανονικοποιημένο σφάλμα. Όμως καθώς οι τιμές αυτές προκύπτουν για κάθε διαφορετικό Stock Keeping Unit, προκύπτει ένας δείκτης για κάθε χρονοσειρά. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος για κάθε ένα δείκτη λαμβάνεται η αντίστοιχη μέση τιμή του βάσει της σχέσης:

$$\frac{1}{3000} \cdot \sum_{i=1}^{3000} \text{error}$$

Η αξιολόγηση κάθε δείκτη σφάλματος βασίζομενοι αποκλειστικά και μόνο στην μέση τιμή του, εγκυμονεί κινδύνους. Κύριος λόγος είναι η πιθανή διασπορά των παρατηρήσεων, η οποία και χάνεται με την αξιολόγηση αποκλειστικά της μέσης τιμής. Συνεπώς κρίθηκε σκόπιμη η εύρεση και της διαμέσου σχετικά με το μέσο σφάλμα και την απόλυτη τιμή του μέσου σφάλματος για τον σχηματισμό μίας πιο πλήρους εικόνας της απόδοσης κάθε μεθόδου.

Αρχικά λοιπόν παρουσιάζεται ο πίνακας των μέσων τιμών του μέσου σφάλματος που προκύπτει από όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των μεθόδων που έχουν υλοποιηθεί.

<b>Croston</b>	Naïve	SMA	SES	Holt	Damped	Theta
Naïve	-0,711	-0,912	0,132	0,459	-0,754	0,008
SMA	-0,317	-0,511	-0,249	0,868	-0,357	0,284
SES	-0,458	-0,653	0,239	-0,262	-0,501	0,071
Holt	-0,451	-0,629	-0,346	-0,049	-0,472	0,205
Damped	0,083	-0,091	-0,114	0,692	<b>0,004</b>	-0,053
Theta	0,057	-0,117	0,105	-0,219	-0,009	-0,078

Table 6- mean (ME) ανά διαφορετική μέθοδο automotive

Με έντονα γραφή παρουσιάζεται η μικρότερη τιμή του πίνακα ενώ με πλάγια γραμματοσειρά παρουσιάζεται η δεύτερη μικρότερη τιμή. Σε αυτό το σημείο πρέπει να διασαφηνιστεί ότι με τον όρο μικρότερη τιμή, εννοείται κατά απόλυτη τιμή, διότι ενδιαφέρον παρουσιάζει η τιμή του σφάλματος που πλησιάζει όσο το δυνατόν περισσότερο τη μηδενική τιμή.

Πριν αναλυθούν καλύτερα τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα και σχολιαστούν αντιστοίχως, πρέπει να αναφερθεί και η φυσική σημασία του αντίστοιχου δείκτη. Ο δείκτης του μέσου σφάλματος δείχνει πόσο προκατάληψη υπάρχει στην αντίστοιχη μέθοδο για την οποία υπολογίζεται. Μία μεγάλη τιμή του δείκτη αυτού, προσδίδει απαισιοδοξία στην αντίστοιχη μέθοδο διότι σημαίνει ότι κατά μέσο όρο οι τιμές της πρόβλεψης που παράγονται είναι αρκετά μικρότερες από τις πραγματικές. Αντιθέτως, αρνητικές τιμές του δείκτη δίνουν το χαρακτηριστικό της αισιοδοξίας στην αντίστοιχη μέθοδο πρόβλεψης καθώς συνεπάγεται υψηλότερες προβλέψεις από τις πραγματικές. Είναι θετικό το φαινόμενο αρχικά, ότι δεν παρουσιάζονται ιδιαίτερα υψηλές τιμές του δείκτη σε κανένα από τους συνδυασμούς των μεθόδων. Συνεπάγεται ότι η αντικατάσταση της μεθόδου εκθετικής εξομάλυνσης από άλλες μεθόδους πρόβλεψης δεν επηρεάζει αρνητικά την απόδοση της μεθοδολογίας Croston σχετικά με την προκατάληψη. Αντίθετα, παρατηρείται ότι η μέση τιμή του μέσου σφάλματος που προκύπτει από την εφαρμογή της παραδοσιακής μεθόδου της Croston, είναι αρκετά μεγαλύτερη κατά απόλυτη τιμή σχετικά με τις τιμές που προκύπτουν από την εφαρμογή της

μεθόδου theta. Γενικά, η μέθοδος theta όπως επίσης και η μέθοδος damped, είναι οι δύο μέθοδοι που παρουσιάζουν τις μικρότερες κατά απόλυτη τιμή, τιμές του μέσου σφάλματος, συνεπώς είναι και οι καλύτερες όσον αφορά την απόδοση των μεθόδων σχετικά με την προκατάληψη.

Πέρα από την απόδοση του κάθε συνδυασμού σε γενικές γραμμές σχετικά με την προκατάληψη, ενδιαφέρον παρουσιάζει και η επίδραση της τιμής των παραμέτρων στην προκατάληψη για τις μεθόδους που χρησιμοποιούν παραμέτρους εξομάλυνσης προφανώς. Από τα αναλυτικά αποτελέσματα που εμφανίζονται στους πίνακες που βρίσκονται στο παράρτημα, φαίνονται σημαντικές αποκλίσεις στις τιμές του σφάλματος από τη χρήση διαφορετικών παραμέτρων στις μεθόδους που τις χρησιμοποιούν, δηλαδή στις: Single Exponential Smoothing, Holt Exponential Smoothing Damped Exponential Smoothing και Theta. Στον παραπάνω πίνακα έχει αναφερθεί η μικρότερη τιμή σφάλματος που έχει παραχθεί για τις τιμές των παραμέτρων που έχουν εξεταστεί. Έτσι μπορούν να εξαχθούν συμπεράσματα για την εναλλακτική χρήσης κάποια άλλης μεθόδου πρόβλεψης πέρα από τη SES και έπειτα η επιλογή των παραμέτρων που θα χρησιμοποιηθούν να είναι πεδίο έρευνας που θα εξαρτάται και από τη φύση των δεδομένων. Όμως καθώς αυτό το πεδίο έρευνας παρουσιάζει ενδιαφέρον έχει ήδη μελετηθεί και δίνεται βαρύτητα και στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας, αξίζει να αναφερθούν οι τιμές των παραμέτρων ανά μέθοδο που εμφανίζουν τα βέλτιστα αποτελέσματα ανά δείκτη σφάλματος.

Πιο συγκεκριμένα όταν εφαρμόζεται η μέθοδος εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου για πρόβλεψη της χρονοσειράς των μεσοδιαστημάτων - intervals ή/ και για την πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης - demands οι τιμές της παραμέτρου που προτιμούνται είναι από 0.1 έως και 0.2. Ενίοτε, εμφανίζει πολύ καλά αποτελέσματα και η χρήση υπολογισμού της παραμέτρου με το κριτήριο ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Οι τιμές που αναφέρθηκαν για την παράμετρο εξομάλυνσης ισχύουν ανεξαρτήτως του συνδυασμού που θα υλοποιηθεί ή αν η μέθοδος αυτή θα εφαρμοστεί για την πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης του μεσοδιαστήματος ή και των δύο. Ομοίως, σχετικά με τη μέθοδο Holt Exponential Smoothing, παρουσιάζει ενδιαφέρον ότι γενικότερα η εφαρμογή της μεθόδου για πρόβλεψη της τιμής του μεσοδιαστήματος δεν ενδείκνυται για κανένα συνδυασμό λόγω των μεγάλων τιμών του σφάλματος που προκύπτουν. Αντιθέτως η χρήση της μεθόδου για την πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης παρουσιάζει πιο καλά αποτελέσματα όταν συνδυάζεται με άλλες μεθόδους για την παραγωγή της τελικής πρόβλεψης. Οι τιμές των παραμέτρων που παρουσιάζουν καλύτερα αποτελέσματα όταν χρησιμοποιείται η αυτή η μέθοδος είναι για την σταθερά εξομάλυνσης του επιπέδου,  $\alpha = 0.2$  ενώ για την σταθερά εξομάλυνσης της τάσης είναι η τιμή  $\beta = 0.05$ . Συνεχίζοντας εξετάζοντας τις μεθόδους που υλοποιήθηκαν, η απόδοση της damped θεωρείται γενικότερα αξιόλογη καθώς δίνει αρκετά μικρές τιμές για τους περισσότερους συνδυασμούς. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι ενδείκνυται για χρήση και μόνο για την πρόβλεψη των μεσοδιαστημάτων αλλά και για πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης ή και ταυτόχρονα αλλά και στις δύο περιπτώσεις. Οι τιμές των παραμέτρων που φαίνεται να παράγουν τα καλύτερα αποτελέσματα είναι γενικότερα μικρές, δηλαδή για την σταθερά εξομάλυνσης του επιπέδου είναι της τάξης του  $\alpha = 0.05$ ,  $0.1$  και ομοίως και για την σταθερά εξομάλυνσης της τάσης ενδείκνυται χρήση μικρών τιμών όπως:  $b = 0.02$ . Για τη σταθερά εξομάλυνσης  $\phi$ , δεν έχουν εξεταστεί περισσότερες τιμές προς της εξαγωγή κάποιου συμπεράσματος. Ωστόσο, υπάρχουν σημαντικές υποψίες για την επίδραση της καθώς η εφαρμογή του αλγορίθμου της μεθόδου με χρήση παραμέτρων που προκύπτουν από την βελτιστοποίηση και των τριών

παραμέτρων βάσει της ελαχιστοποίησης του MSE, δίνει από τα καλύτερα αποτελέσματα. Πρέπει να αναφερθεί προφανώς πως η μικρότερη τιμή για την προκατάληψη που έχει παρουσιαστεί και στον πίνακα των αποτελεσμάτων προκύπτει από την εφαρμογή της μεθόδου damped τόσο για την παραγωγή της πρόβλεψης του μεγέθους της ζήτησης όσο και το υπολογισμού του μεσοδιαστήματος.

Οι τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν για την εξαγωγή των εν λόγω αποτελεσμάτων είναι  $a=0,05$   $b=0,05$   $\varphi = 0,5$  για την πρόβλεψη των intervals και  $a=0,2$   $b=0,02$   $\varphi = 0,5$  για την πρόβλεψη των demands. Σημαντικό όμως είναι ότι ανεξάρτητα από την μικρότερη τιμή του μέσου σφάλματος που εμφανίζεται για κάποιο συγκεκριμένο συνδυασμό, πρέπει η εφαρμογή μίας μεθόδου να αξιολογείται από την γενικότερη απόδοση της σε περισσότερους συνδυασμούς και σε περισσότερους δείκτες σφάλματος. Ένα παράδειγμα γενικότερης καλής πορείας σχετικά με την προκατάληψη σε πρώτο επίπεδο είναι η μέθοδο πρόβλεψης Theta. Γενικότερα παρουσιάζει μικρές τιμές για τους περισσότερους συνδυασμούς που έχουν υλοποιηθεί. Σε συγκεκριμένους συνδυασμούς επίσης με την damped μέθοδο πρόβλεψης όπως επίσης και με την ίδια παράγει από τα μικρότερα δυνατά σφάλματα. Καθώς η πρόβλεψη που παράγεται από τη μέθοδο Theta, προϋποθέτει και την εφαρμογή της μεθόδου SES, υπάρχει και σε αυτή τη μέθοδο επίδραση από την τιμή της σταθεράς εξομάλυνσης του επιπέδου που θα προκύψει. Βέβαια δεν πρέπει να επικρατήσει κάποια σύγχυση με τη σταθερά εξομάλυνσης που χρησιμοποιεί η απλή εφαρμογή της εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου. Η μέθοδος theta χρησιμοποιεί την πρόβλεψη της SES αλλά σε τιμές της χρονοσειράς  $\theta = 2$  οπότε και διαφορετικές από αυτές των πραγματικών χρονοσειρών. Οπότε δεν μπορεί να εξαχθεί άμεσα κάποια σχέση μεταξύ των δύο παραμέτρων εξομάλυνσης του επιπέδου. Συγκεκριμένα, σχετικά με την προκατάληψη, η μέθοδος theta για την παραγωγή μικρότερων μέσου σφάλματος απαιτεί μικρές τιμές για τη σταθερά εξομάλυνσης του επιπέδου, τάξης του 0.05 αντιθέτως με τη SES που έδινε καλύτερα αποτελέσματα για μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή εξομάλυνσης του επιπέδου.

Δεν είναι δυνατή κάποια οπτική αναπαράσταση της επίδρασης της μεταβολής των παραμέτρων εξομάλυνσης για όλους τους δυνατούς συνδυασμούς που έχουν υλοποιηθεί. Ο λόγος είναι το μεγάλο πλήθος των διαστάσεων του προβλήματος καθώς για να αναπαρασταθεί η επίδραση αυτή θα απαιτούσε την υλοποίηση σχήματος τουλάχιστον τεσσάρων διαστάσεων. Οι διαστάσεις του προβλήματος γίνονται αισθητές αν σκεφτεί κανείς πόσες μέθοδοι επηρεάζονται και από πόσες μεταβλητές όπως επίσης και το γεγονός ότι η κάθε μέθοδος εφαρμόζεται σε δύο διαφορετικές χρονοσειρές για την παραγωγή του τελικού αποτελέσματος. Συνεπώς, θα εξεταστεί η μεταβολή της προκατάληψης από την εφαρμογή διαφορετικών τιμών παραμέτρων στις αντίστοιχες μεθόδους που τις χρησιμοποιούν όμως εφαρμόζοντας στον αριθμητή ( μέγεθος ζήτησης) και στον παρανομαστή (μεσοδιαστήματα μη μηδενικών ζητήσεων) την ίδια μέθοδο πρόβλεψης αλλά με διαφορετικές τιμές για τις παραμέτρους. Οπότε συνολικότερα για τις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης και το μοντέλο THETA, που χρησιμοποιούν παραμέτρους εξομάλυνσης προκύπτουν τα γραφήματα των επόμενων σελίδων.

Παρακολουθώντας την εξέλιξη του ύψους της στήλης ανά χρώμα, φαίνεται η επίδραση της αύξησης της παραμέτρου  $a$  στην προκατάληψη όταν η παράμετρος αυτή αλλάζει τιμή για την πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης, δηλαδή για τον αριθμητή. Επιπλέον, η αλλαγή του ύψους των στηλών ανά Ζάδα παρατηρήσεων δείχνει την αλλαγή του ύψους της προκατάληψης για εφαρμογή των διαφορετικών τιμών της παραμέτρου στην

μέθοδο που εφαρμόζεται για την πρόβλεψη του μεσοδιαστήματος στο οποίο θα εμφανιστεί η ζήτηση, δηλαδή του παρανομαστή.

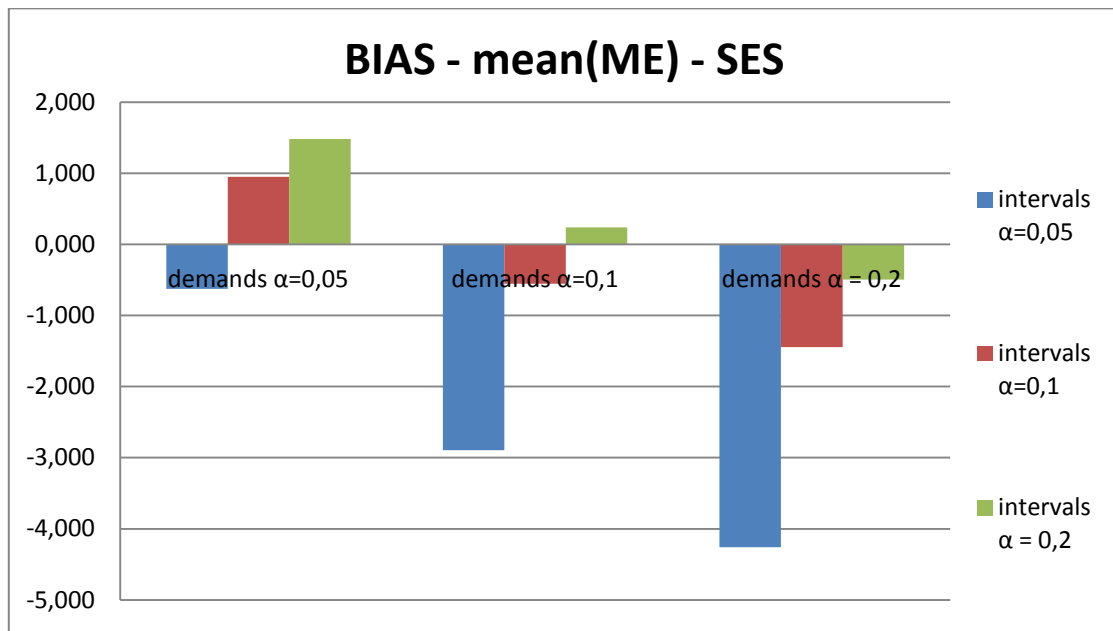


Figure 10 - BIAS (mean(ME)) – SES - automotive

Ακολουθώντας ακριβώς την ίδια μέθοδο παρουσιάζεται και η επίδραση στην προκατάληψη της μεταβολής της παραμέτρου εξομάλυνσης του επιπέδου χρησιμοποιώντας ως μέθοδο πρόβλεψης και για τις δύο χρονοσειρές που προκύπτουν από την εξομάλυνση τη μέθοδο theta ( $\theta = 2$ ). Από την σύγκριση των δύο γραφημάτων είναι εμφανής η καλύτερη απόδοση της Theta έναντι της SES, ενώ ενδιαφέρον παρουσιάζει ότι ελαχιστοποιείται η προκατάληψη στον ίδιο συνδυασμό των παραμέτρων

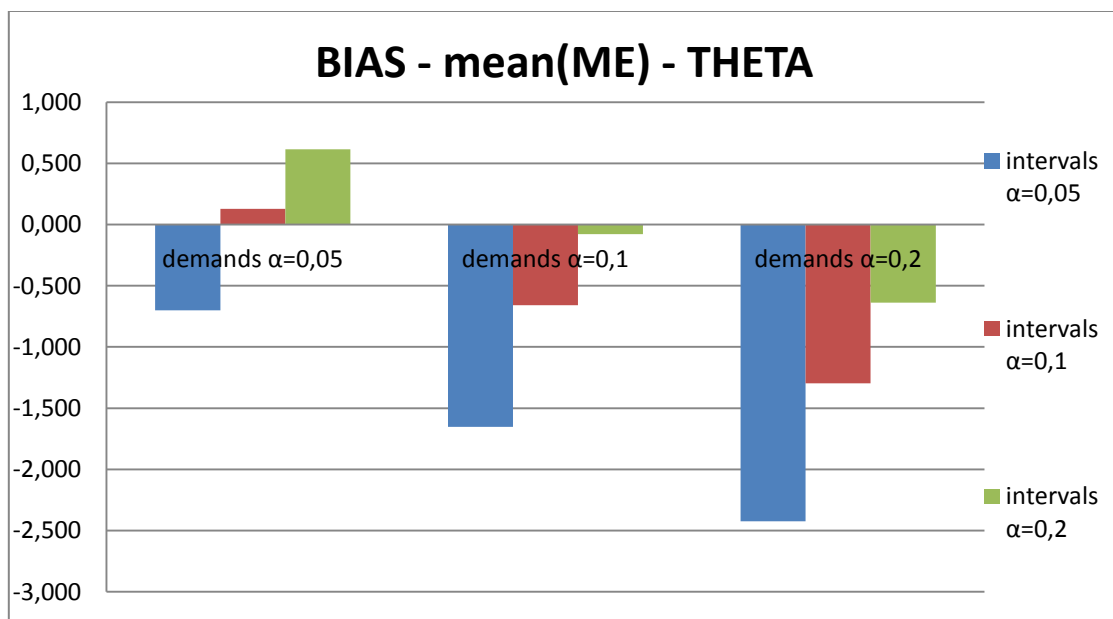


Figure 11 - BIAS (mean(ME)) – THETA - automotive

Ομοίως έπονται και τα διαγράμματα για τη μέθοδο εκθετικής εξομάλυνσης γραμμικής τάσης – HOLT και φθίνουσας τάσης DAMPED.

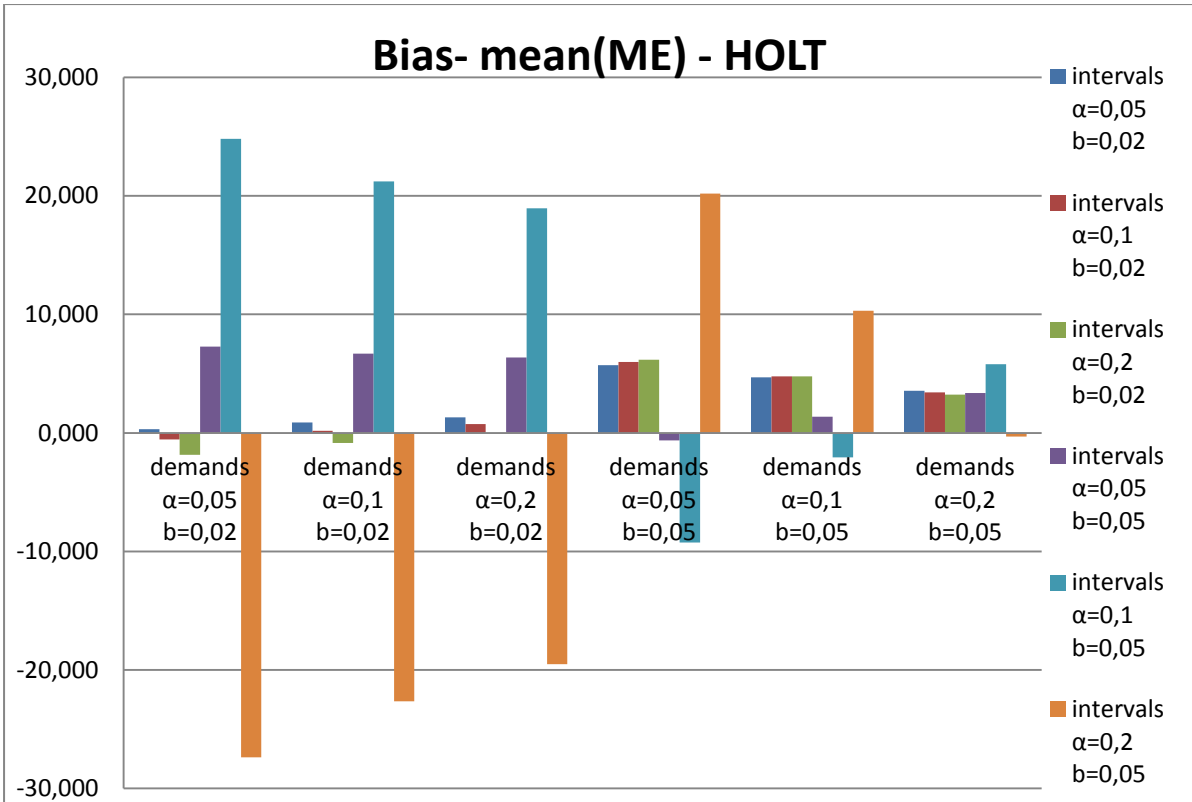


Figure 12 - Bias (mean(ME)) – HOLT- automotive

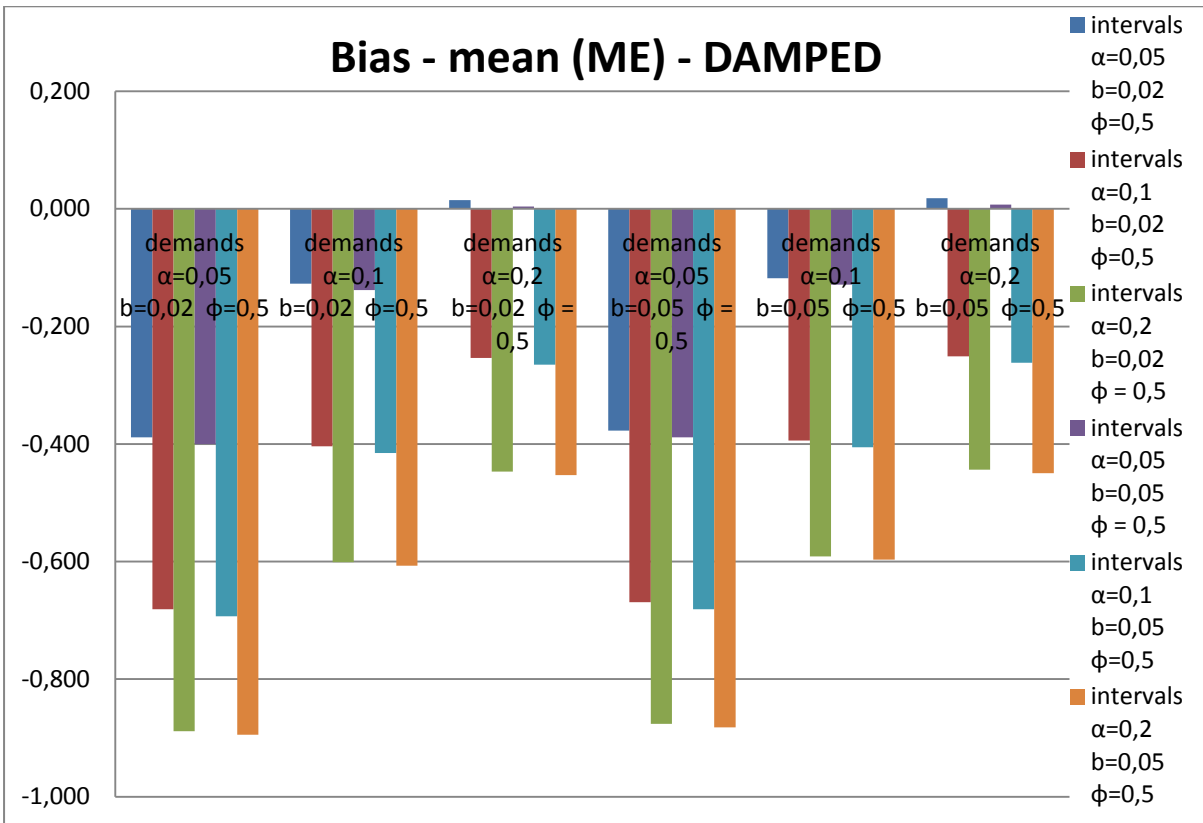


Figure 13 - Bias (mean (ME)) – DAMPED - automotive

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η ύπαρξη έξι 6-άδων - στηλών ανά μέθοδο. Το γεγονός αυτό αιτιολογείται λόγω των δύο τιμών παραμέτρων που χρησιμοποιούνται στην μέθοδο HOLT και ότι εξετάζονται για την παράμετρο εξομάλυνσης επιπέδου οι τιμές  $\alpha = 0.05, 0.1$  και  $0.02$  και για την παράμετρο εξομάλυνσης τάσης  $b = 0.02$  και  $0.05$ . Για την υλοποίηση της μεθόδου DAMPED, χρησιμοποιούνται τρεις παράμετροι. Παρ' όλα αυτά, δεν υπάρχει διαφοροποίηση από τη μέθοδο HOLT, καθώς έχουν υλοποιηθεί οι αντίστοιχοι αλγόριθμοι για της ίδιες τιμές των παραμέτρων εξομάλυνσης επιπέδου και τάσης ενώ για την παράμετρο εξομάλυνσης  $\phi$  έχει εξεταστεί μόνο μία τιμή της  $\phi = 0.5$ . Σε αυτό το σημείο αξίζει να τονιστεί ότι εν γένει παρουσιάζονται αρκετά καλά αποτελέσματα σχετικά με την προκατάληψη της μεθοδολογίας όταν χρησιμοποιείται και ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης της μεθόδου DAMPED άρα και μεταβάλλεται και η τιμή της παραμέτρου  $\phi$ .

Ένας άλλος μετρητικός δείκτης που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση της μεθόδου είναι η ακρίβεια. Ο δείκτης σφάλματος που είναι συνδεδεμένος με την ακρίβεια είναι το μέσο απόλυτο σφάλμα. Ακολουθώντας την ίδια αλγοριθμική διαδικασία, υπολογίζεται το απόλυτο σφάλμα από τις παραχθείσες προβλέψεις και τις αντίστοιχες πραγματικές. Υπολογίζεται ο μέσος όρος τους ανά διαφορετικό SKU και έπειτα χρησιμοποιώντας την σχέση που αναφέρθηκε γι τα 3000 SKUs προκύπτουν τα αποτελέσματα του πίνακα 15 στο παράρτημα, για το μέσο όρο των μέσων απόλυτων σφαλμάτων. Οι καλύτερες τιμές που δίνονται ανά μέθοδο, ανεξαρτήτως των τιμών των παραμέτρων φαίνονται ακολούθως:

<b>Croston</b>	Naïve	SMA	SES	Holt	Damped	Theta
Naïve	4,024	3,612	3,136	4,174	3,551	3,348
SMA	3,797	3,378	3,137	3,820	3,326	3,208
SES	3,871	3,444	<b>3,090</b>	3,963	3,390	3,245
Holt	3,489	3,407	3,183	3,100	3,367	3,350
Damped	3,629	3,246	3,095	3,788	3,206	3,145
Theta	3,684	3,298	3,110	3,911	3,262	3,186

Table 7 - mean (MAE) ανά διαφορετική μέθοδο automotive

Τα αποτελέσματα για την ακρίβεια δεν διαφέρουν ιδιαίτερα εκείνα για την προκατάληψη. Και στον παραπάνω πίνακα φαίνεται ότι την καλύτερη απόδοση σχετικά με την ακρίβεια την παρουσιάζει η μέθοδος DAMPED και THETA εξετάζοντας στο σύνολο τις αντίστοιχες γραμμές και στήλες. Όμως πρέπει να τονιστεί η ακρίβεια της μεθόδου SES. Παρουσιάζει τη μικρότερη τιμή του μέσου απόλυτου σφάλματος ενώ γενικότερα η εφαρμογή της ιδίως στην πρόβλεψη του αριθμητή φαίνεται να είναι σημαντικά πιο ακριβής συγκρινόμενη με άλλες μεθόδους. Συνολικότερα για την ακρίβεια, προκύπτει ότι οι καλύτεροι συνδυασμοί είναι μεταξύ DAMPED, THETA και μεταξύ τους, όπως επίσης και η πρόβλεψη του αριθμητή με SES ανεξαρτήτως μεθόδου εφαρμογής πρόβλεψης του παρανομαστή. Επίσης και η πιο απλή μέθοδος του βέλτιστου μέσου όρου παρουσιάζει σχετικά ακριβή συμπεριφορά είτε εφαρμόζεται στον παρανομαστή είτε στον αριθμητή.

Συνεχίζοντας, αναφέρεται η επίδραση της αλλαγής των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται στις μεθόδους πρόβλεψης όσον αφορά την ακρίβεια. Σχετικά με τη μέθοδο εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου, παρατηρείται ότι καλύτερη ακρίβεια άρα και μικρότερες τιμές του μέσου απόλυτου σφάλματος, παρουσιάζει για σχετικά μικρές τιμές της σταθεράς εξομάλυνσης, δηλαδή της τάξης του  $0.05$  και για την πρόβλεψη του παρανομαστή και για τον αριθμητή. Στην συνέχεια η μέθοδος HOLT εμφανίζει σχετικά μικρή ακρίβεια

καθώς παρουσιάζει τις μεγαλύτερες τιμές του μέσου απόλυτου σφάλματος. Πιο χαμηλές τιμές εμφανίζει σε συνδυασμούς πάλι με HOLT για τις μικρότερες δυνατές τιμές και των δύο παραμέτρων εξομάλυνσης, δηλαδή για  $\alpha = 0.05$  και  $b = 0.02$ . Η μέθοδος DAMPED σχετικά και με την ακρίβεια αλλά και γενικότερα παρουσιάζει καλή απόδοση όταν συνδυάζεται με την ίδια αλλά και με άλλες μεθόδους με εξαίρεση τη μέθοδο HOLT με την οποία εμφανίζει χειρότερη ακρίβεια. Ομοίως, η εφαρμογή μικρών τιμών παραμέτρων ( $\alpha = 0.05$ ,  $b = 0.02$  και  $\phi = 0.5$ ) για παραγωγή της πρόβλεψης βοηθάει σημαντικά στην καλύτερη ακρίβεια. Τέλος η μέθοδος THETA ομοίως παράγει ακριβείς προβλέψεις όταν εφαρμόζεται είτε στο αριθμητή είτε στον παρανομαστή είτε για την πρόβλεψη και των δύο μεγεθών όταν χρησιμοποιεί ομοίως μικρές τιμές για την παράμετρο εξομάλυνσης της τάξης του 0.05.

Ακολούθως παρουσιάζεται διαγραμματικά η επίδραση της μεταβολής των τιμών της παραμέτρου εξομάλυνσης του επιπέδου στην ακρίβεια όταν εφαρμόζεται η μέθοδος SES και THETA και στις δύο χρονοσειρές των demands και intervals.

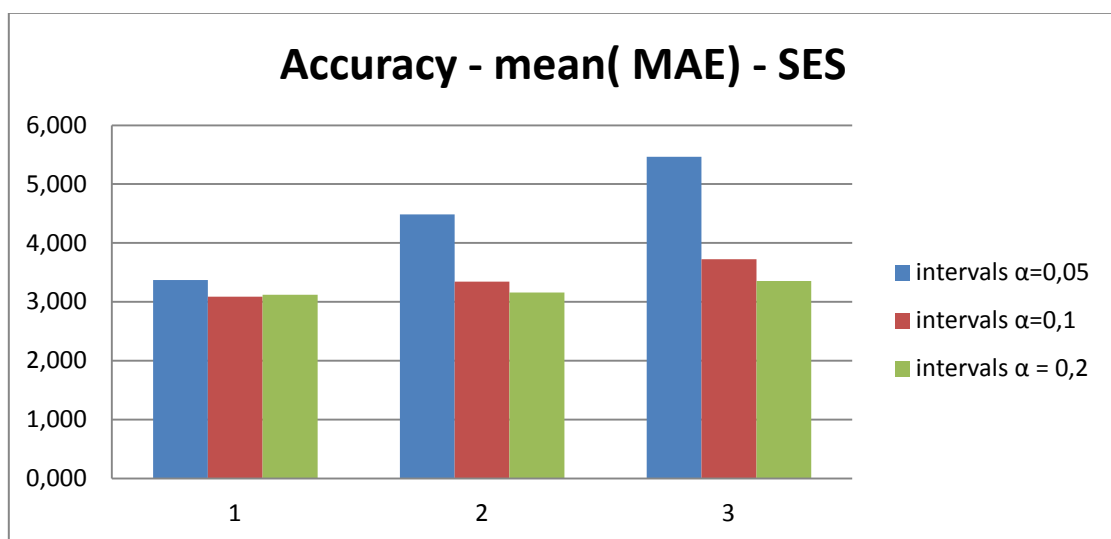


Figure 14 - Accuracy (mean(MAE)) - SES- automotive

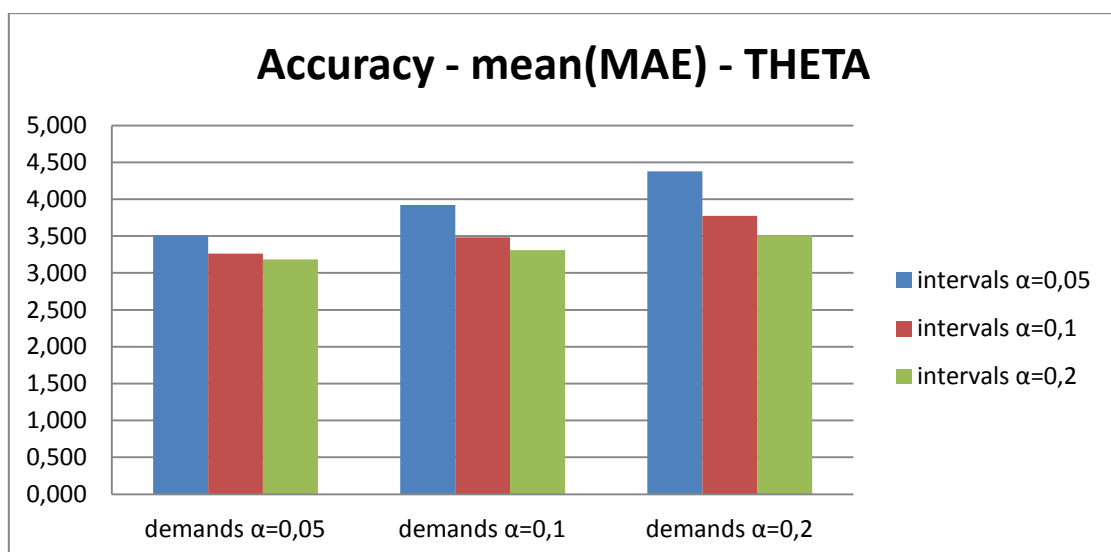


Figure 15 - Accuracy (mean(MAE)) - THETA - automotive



Ομοίως παρουσιάζεται και η επίδραση της παραμέτρου εξομάλυνσης επιπέδου αλλά και της παραμέτρου εξομάλυνσης της τάσης στις μεθόδους HOLT και DAMPED.

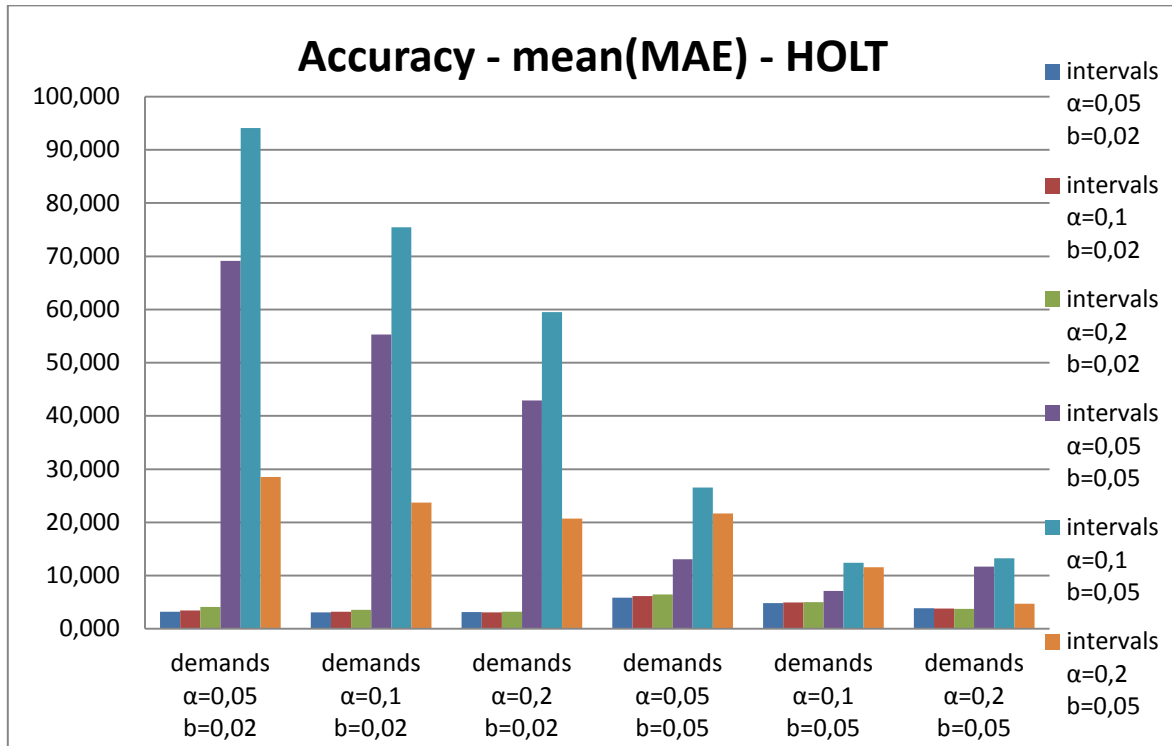


Figure 16 - Accuracy (mean(MAE)) - HOLT automotive

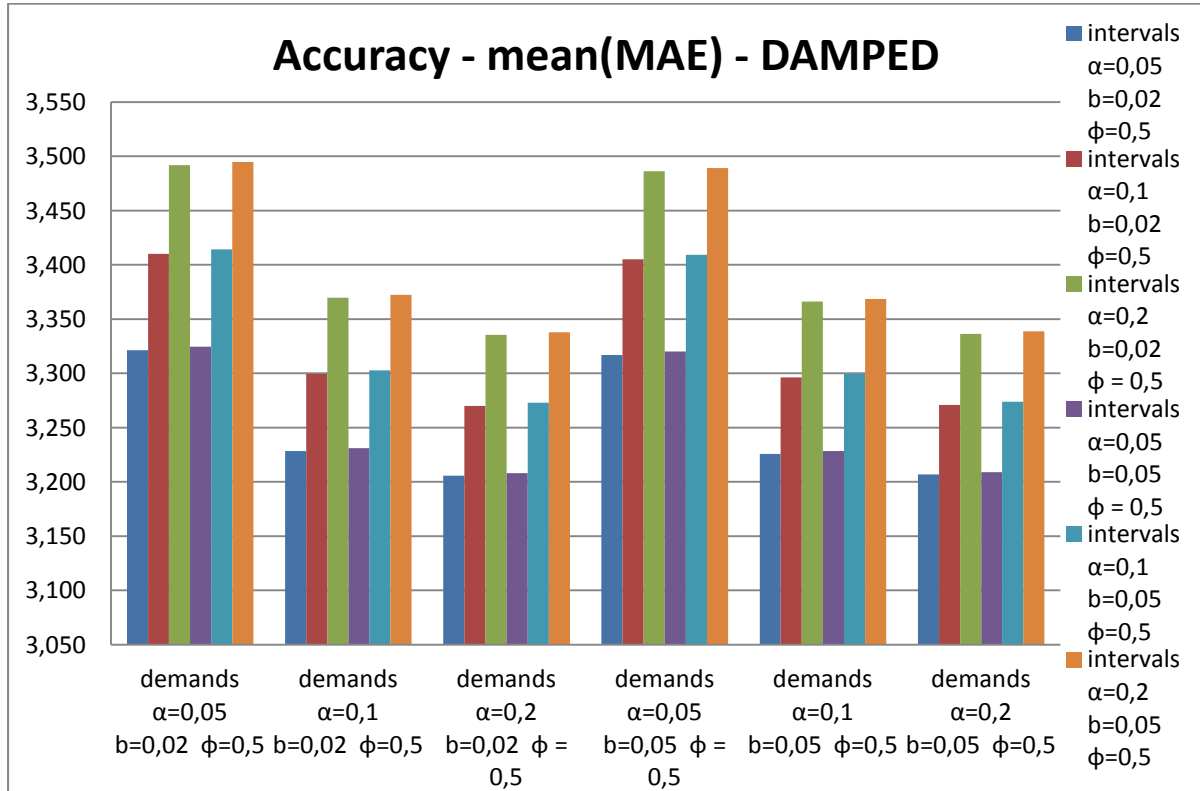


Figure 17 - Accuracy (mean(MAE)) - DAMPED - automotive

Τα προηγούμενα γραφήματα είναι ανάλογα με αυτά που παρουσιάστηκαν και για την επίδραση της αλλαγής των παραμέτρων στην προκατάληψη, με την διαφορά ότι εδώ απεικονίζεται η επίδραση τους στην ακρίβεια. Προφανώς ανάλογα με το κριτήριο που υπάρχει ανά φορά επιλέγεται και ο αντίστοιχος δείκτης που πρέπει να παρακολουθείται.

Για να παρατηρηθεί η επίδραση της αλλαγής της κάθε παραμέτρου που έχει γίνει στην εφαρμογή της πρόβλεψης για τον αριθμητή πρέπει κανείς να παρακολουθεί το ύψος της αντίστοιχης στήλης που αναπαριστά το μέσο απόλυτο σφάλμα, ενώ για την επίδραση από την αλλαγή στον παρανομαστή, επιλέγει τις αντίστοιχες παραμέτρους του αριθμητή και εξετάζει τα ύψη των στηλών στην ίδια εξάδα.

Ο επόμενος δείκτης που εξετάζεται είναι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Για τους λόγους των διαστάσεων που έχουν αναφερθεί για την ακρίβεια παρουσιάζεται ο πίνακας που αφορά τη μέση τιμή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος.

<b>Croston</b>	<b>Naïve</b>	<b>SMA</b>	<b>SES</b>	<b>Holt</b>	<b>Damped</b>	<b>Theta</b>
Naïve	142,16	98,57	88,16	122,62	93,67	91,80
SMA	124,77	89,49	86,35	104,29	87,19	88,33
SES	129,56	90,84	85,51	110,83	88,08	88,09
Holt	111,51	94,03	86,38	<b>84,45</b>	90,21	89,30
Damped	113,77	85,61	85,65	106,69	84,63	87,44
Theta	116,98	87,97	86,19	110,16	86,23	8,87 <sup>8</sup>

Table 8 - mean (MSE) ανά διαφορετική μέθοδο automotive

Τα αποτελεσμένα που παρουσιάζονται στον παραπάνω πίνακα φαίνεται να είναι αρκετά ανάλογα με εκείνα του μέσου απόλυτου σφάλματος αν και φαίνεται ότι ο συνδυασμός με το μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα είναι ο συνδυασμός της μεθόδου HOLT με τη μέθοδο HOLT. Σε γενικές γραμμές ομοίως έχουν πολύ καλή απόδοση οι μέθοδοι THETA, SES και DAMPED μεταξύ τους αλλά και οι συνδυασμοί τους. Εξαίρεση παρουσιάζει συνδυασμό της HOLT με την ίδια που δίνει απρόσμενα καλό μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα είναι ένα μέτρο που κατά κάποιο τρόπο αντιπροσωπεύει την διασπορά των σφαλμάτων, δηλαδή πόσο κοντά είναι οι προβλέψεις από τις πραγματικές τιμές. Δεν αντικαθιστά την ακρίβεια, διότι ακριβώς επειδή υψώνει στο τετράγωνο το σφάλμα, μεγενθύνει εν γένει τη διαφορά έτσι ώστε να δίνει πιο σαφή εικόνα των αποκλίσεων και επίσης ενδείκνυται για εντοπισμό των outliers δηλαδή των ειδικών τιμών της χρονοσειράς.

Αναφέροντας την έννοια της διασποράς, είναι καλό να εξεταστεί σε αυτό το σημείο πόσο αντιπροσωπευτικός δείκτης είναι ο μέσος όρος των σφαλμάτων ο οποίος και αξιολογείται. Ο μέσος όρος μπορεί να επηρεαστεί πολύ από κάποια πολύ μεγάλη τιμή σφάλματος η να αγνοήσει ομοίως μία μεγάλη τιμή. Το πρόβλημα εν γένει προκύπτει αν υπάρχει πολύ μεγάλη ανομοιογένεια μεταξύ των τιμών των σφαλμάτων και έτσι η τιμή του μέσου όρου των σφαλμάτων δεν είναι αντιπροσωπευτική καθώς οι τιμές των σφαλμάτων θα ήταν πολύ αραιές. Δηλαδή αν οι τιμές του σφάλματος αναπαρίσταντο σε κάποιο διάγραμμα, θα βρίσκονταν πολύ αραιά μεταξύ τους και μακριά σχετικά από την τιμή του μέσου όρου.

Ο λόγος επιλογής του κάθε δείκτη αναφέρεται στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων όπου θα αναφερθούν και οι μικρότερες τιμές και γενικές διαπιστώσεις από την εφαρμογή τους. Αξιοπρόσεκτο σημείο όμως είναι ότι ο κάθε δείκτης σφάλματος αναφέρεται σε μία

χρονοσειρά, οπότε για το αρχείο της Royal Air Force προκύπτουν πέντε πίνακες διαστάσεων 5000x1 για κάθε διαφορετικό δείκτη σφάλματος και ομοίως για κάθε δείκτη για την αυτοκινητοβιομηχανία προκύπτουν άλλοι πέντε πίνακες διαστάσεων 3000x1. Προφανώς τέτοιοι πίνακες δεν έχουν νόημα να παρουσιαστούν καθώς οι διαστάσεις τους δεν βοηθάνε ούτε στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων ούτε στην σύγκριση τους με όμοιους πίνακες όλων των δυνατών συνδυασμών που θα προκύψουν για την αξιολόγηση τους. Το πρόβλημα διαχείρισης του μεγάλου όγκου αποτελεσμάτων διαχειρίστηκε χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του μέσου όρου όπως επίσης και της διαμέσου για την εξαγωγή μίας τιμής για κάθε σφάλμα για κάθε δυνατό συνδυασμό.

Μαζί με τους πίνακες των σφαλμάτων των μέσων σφαλμάτων παρουσιάζονται και δύο πίνακες που αναπαριστούν την μέση τιμή του μέσου απλού σφάλματος και του μέσου απόλυτου σφάλματος. Οι δείκτες αυτοί, δεν παρέχουν κάποια άμεση πληροφορία για την προκατάληψη ή την ακρίβεια των προβλέψεων. Χρησιμοποιούνται εν γένει για την αξιολόγηση των σφαλμάτων. Όπως έχει ήδη αναφερθεί τα μέσα σφάλματα είναι ο μέσος όρων των αντίστοιχων μέσων σφαλμάτων που έχουν εξαχθεί για κάθε διαφορετικό SKU σε κάθε τομέα. Άμεση συνέπεια αυτής της διαδικασίας είναι ότι τα μειονεκτήματα που παρουσιάζουν οι μέσοι όροι, δηλαδή να επηρεάζονται πολύ από μία τυχαία μεγάλη τιμή που μπορεί να αντιπροσωπεύει ένα special event ή ένα outlier, που ίσως να μην έπρεπε καν να ληφθεί υπόψη. Όποια και να είναι η αιτία όμως, πρέπει με κάποιο τρόπο να εξασφαλιστεί η εγκυρότητα του αντίστοιχου δείκτη ως μέτρο σφάλματος. Αυτός είναι και ο κύριος λόγος υπολογισμού των διαμέσων των σφαλμάτων. Αν λοιπόν, οι διάμεσοι είναι κοντά στις τιμές των αντίστοιχων μέσων σφαλμάτων τότε σημαίνει ότι οι τιμές των σφαλμάτων δεν αποκλίνουν πολύ μεταξύ τους, δηλαδή παρουσιάζουν μικρή διακύμανση άρα είναι και αντιπροσωπευτικός δείκτης σχετικά με την ακρίβεια, την προκατάληψη ή ότι αντιπροσωπεύει. Για να πραγματοποιηθεί η εν λόγω σύγκριση γίνεται αφαίρεση των στοιχείων των πινάκων που του μέσου σφάλματος με εκείνα της διαμέσου του μέσου σφάλματος και αντίστοιχα γίνεται το ίδιο και για το μέσο απόλυτο σφάλμα και την αντίστοιχη διάμεσο του.

Από τη σύγκριση λοιπόν των πινάκων απλού μέσου σφάλματος και της αντίστοιχης διαμέσου που προκύπτει δεν παρουσιάζονται μεγάλες αποκλίσεις με εξαίρεση τους συνδυασμούς που συμπεριλαμβάνουν την μέθοδο HOLT. Η παρατήρηση αυτή θα μπορούσε να δικαιολογεί και τα μεγάλα μεγέθη σφάλματα που παρουσιάζουν οι συνδυασμοί που την περιέχουν. Έχει αναφερθεί πως η HOLT δεν ενδείκνυται για πρόβλεψη δεδομένων αυτής της φύσης. Αυτή η παρατήρηση όμως σε συνδυασμό με τη διάμεσο του σφάλματος να διαφέρει σημαντικά από τη μέση τιμή δεν μπορεί να θεωρηθεί έγκυρη, καθώς είναι πιθανή η ύπαρξη λίγων ίσως και σε μία χρονοσειρά τιμή που η πρόβλεψη της να αποκλίνει πολύ από αυτήν. Είναι δυνατό λοιπόν αυτές οι λίγες τιμές, αν είναι πολύ μεγάλες να επηρεάζουν πολύ το μέγεθος του μέσου όρου. Με αυτόν τον τρόπο ο μέσος όρος καθίσταται μη αντιπροσωπευτικός δείκτης σφάλματος και δεν μπορούν να εξαχθούν σημαντικά συμπεράσματα για την απόδοση της εν λόγω μεθόδου πρόβλεψης. Εφαρμόζοντας την ίδια διαδικασία και για τους πίνακες του μέσου απόλυτου σφάλματος και της αντίστοιχης διαμέσου για το απόλυτο σφάλμα, φαίνεται ομοίως να παρουσιάζονται σημαντικές αποκλίσεις στα σφάλματα που σχετίζονται με τη μέθοδο HOLT. Δεν θα μπορούσε βέβαια να παραληφθούν και διαφορές που δεν θεωρούνται αμελητέες και σχετίζονται με την SES για μικρές παραμέτρους και με την naive. Η SES είναι η μέθοδος που παρουσιάζει την καλύτερη ακρίβεια βάσει του μέσου απόλυτου σφάλματος. Παρ' όλα

αυτά φαίνεται πως τα σφάλματα δεν κυμαίνονται όλα γύρω από τη μέση τιμή αλλά παρουσιάζουν κάποιες αποκλίσεις. Παρ' όλα αυτά, αν παραληφθούν οι μεγάλες διαφορές που προκύπτουν από τη σύγκριση της μέσης τιμής του μέσου σφάλματος και μέσου απόλυτου σφάλματος με τις αντίστοιχες διαμέσους, εν γένει δεν παρατηρούνται αξιολογικές διαφορές αν ληφθεί υπόψη και το ύψος της αντίστοιχης ζήτησης όταν αυτή εμφανίζεται. Οπότε γενικά από την εικόνα που παρέχεται για την προκατάληψη και την ακρίβεια από τους μέσους όρους των σφαλμάτων, θα μπορούσε να θεωρηθεί μία καλή αρχική προσέγγιση της αξιολόγησης διατηρώντας επιφύλαξη για την απόδοση της μεθόδου HOLT.

Ένας άλλος μετρητικός δείκτης που έχει επιλεγεί να εξεταστεί ως μέτρο αξιολόγησης της μεθοδολογίας είναι το μέσο απόλυτο κανονικοποιημένο σφάλμα – Mean Absolute Scaled Error. Όλοι οι δείκτες σφάλματος που έχουν αναπτυχθεί ως τώρα, μετριούνται σε μονάδες προϊόντος, δηλαδή οι μονάδες τους είναι εκφρασμένες στην ίδια κλίμακα με εκείνες των χρονοσειρών. Το γεγονός αυτό δεν είναι πάντα επιθυμητό, ιδίως όταν σκοπός εύρεσης των δεικτών είναι πέρα από την αξιολόγηση της μεθόδου και η σύγκριση της απόδοσης της μίας μεθόδου πρόβλεψης με την απόδοση της ίδιας μεθόδου σε άλλη χρονοσειρά. Ένας τρόπος σύγκρισης της εφαρμογής των μεθόδων σε διαφορετικές χρονοσειρές, είναι η εύρεση ποσοστιαίων σφαλμάτων. Αυτό όμως όπως έχει ήδη αναφερθεί δεν ενδείκνυται στην περίπτωση της διακοπτόμενης ζήτησης λόγω ύπαρξης μηδενικών παρατηρήσεων. Αντιθέτως, ένας δείκτης σφάλματος που έχει προταθεί (Hyndman and Koehler, 2005) είναι το MASE, το οποίο αποτελεί ένα μέτρο για την ακρίβεια της πρόβλεψης όπου το αντίστοιχο σφάλμα βέβαια είναι κανονικοποιημένο από το in – sample σφάλμα που προκύπτει από την εφαρμογή της απλοϊκής μεθόδου πρόβλεψης naïve. Η χρήση αυτού του μετρητικού δείκτη, είναι ευρέως αποδεκτή και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όλες τις περιπτώσεις πέραν των χρονοσειρών που αποτελούνται παρατηρήσεις ίδιου μεγέθους σε κάθε χρονική στιγμή. Τιμές μεγαλύτερες της μονάδος αυτού του σφάλματος συνεπάγεται πως οι παραχθείσες προβλέψεις είναι κατά μέσο όρο χειρότερες από τις προβλέψεις που θα μπορούσαν να παραχθούν με την απλή μέθοδο naïve με πρόβλεψη ενός βήματος μπροστά, δηλαδή για πρόβλεψη να λαμβανόταν η τιμή της τελευταίας παρατήρησης.

<b>Croston</b>	Naïve	SMA	SES	Holt	Damped	Theta
Naïve	0,996	0,923	0,819	1,110	0,908	0,855
SMA	0,939	0,855	0,806	0,969	0,843	0,820
SES	0,957	0,873	0,801	1,038	0,860	0,830
Holt	0,918	0,905	0,842	0,800	0,894	0,884
Damped	0,903	0,823	<b>0,799</b>	0,981	0,814	0,807
Theta	0,922	0,845	0,808	1,029	0,836	0,822

**Table 9 - mean (MASE) ανά διαφορετική μέθοδο automotive**

Από τον πίνακα των αποτελεσμάτων παρατηρείται η καλή ακρίβεια του συνόλου της μεθοδολογίας που έχει επιλεγεί. Παρατηρείται η ύπαρξη τριών μόνο συνδυασμών μεθόδων για τις οποίες η απλοϊκή μέθοδος naïve θα παρουσίαζε καλύτερα αποτελέσματα, και αυτοί οι συνδυασμοί περιλαμβάνουν την πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης σύμφωνα με τη μέθοδο HOLT. Όμοια και με τα προαναφερόμενα σφάλμα, παρατηρείται καλή απόδοση στην ακρίβεια για συνδυασμούς των μεθόδων SES, DAMPED και THETA. Συγκεκριμένα το

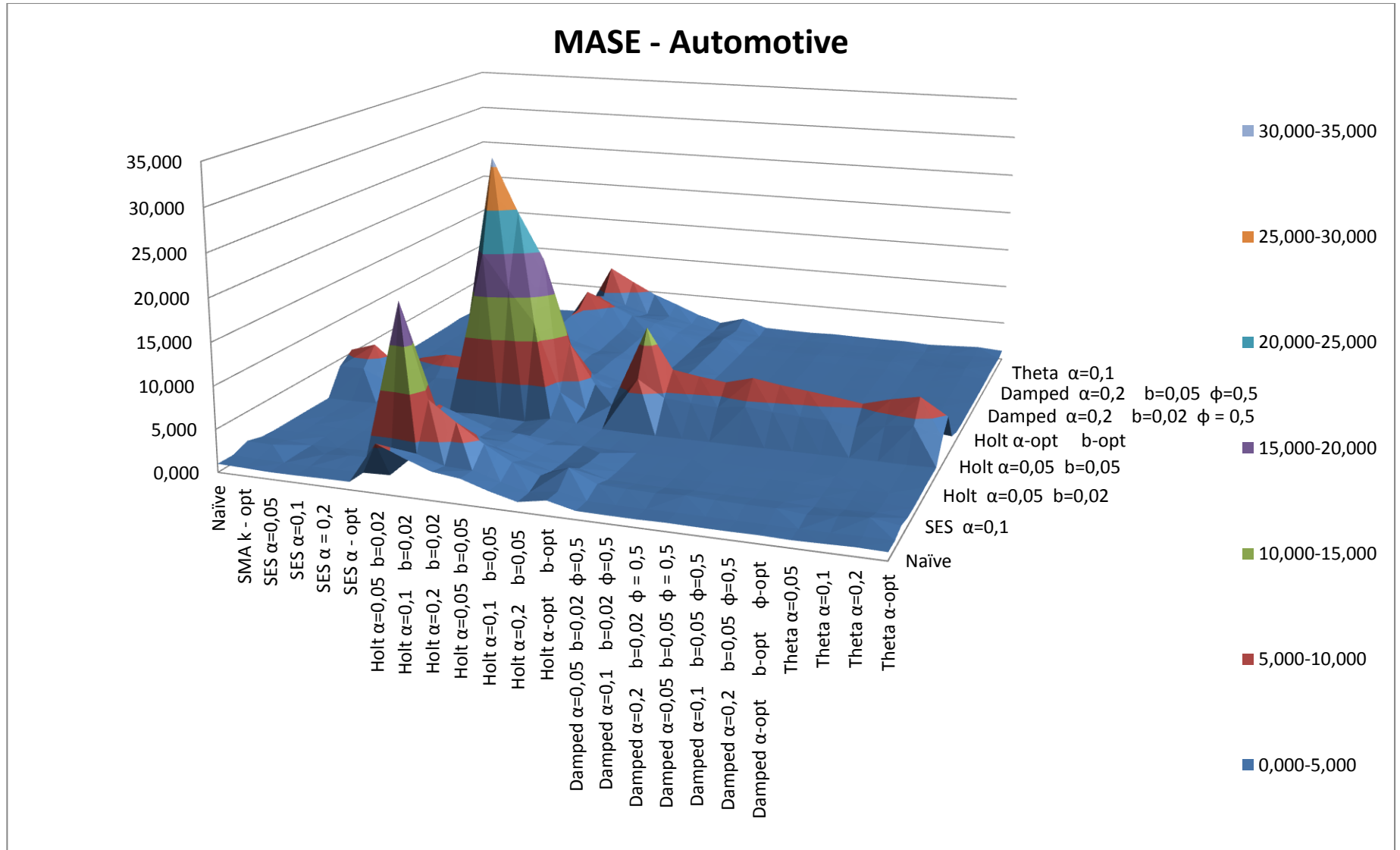
μικρότερο δείκτη σφάλματος τον παρουσιάζει η ο συνδυασμός της μεθόδου SES για πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης με εφαρμογή της μεθόδου DAMPED για πρόβλεψη των αντίστοιχων μεσοδιαστημάτων. Αξιόλογη είναι όμως η απόδοση όλων των δυνατών συνδυασμών των τριών αυτών μεθόδων πρόβλεψης.

Καθώς αυτός ο δείκτης θα χρησιμοποιηθεί για την σύγκριση της απόδοσης της μεθοδολογίας σχετικά με την ακρίβεια μεταξύ των εφαρμογών της σε δύο διαφορετικά αρχεία δεδομένων διακοπόμενης ζήτησης, δηλαδή στα δεδομένα της αυτοκινητοβιομηχανίας και της Royal Air Force που θα αναφερθούν στη συνέχεια, θα δοθεί ιδιαίτερη σημασία στη συνολικότερη εικόνα του. Θα παρουσιαστεί ένα γράφημα επιφάνειας με όλους τους συνδυασμούς που έχουν εξεταστεί (24 x24) και την τιμή του αντίστοιχου σφάλματος που έχει προκύψει με σκοπό την αντιπαράθεση του με το αντίστοιχο γράφημα για τα δεδομένα της Royal Air Force. Σε αυτό το γράφημα θα είναι εμφανής τόσο η επίδραση της αλλαγής των παραμέτρων στις αντίστοιχες μεθόδους πρόβλεψης όσο και η επίδραση από την εφαρμογή διαφορετικών συνδυασμών για την αντίστοιχη πρόβλεψη.

Επίσης καθώς ο αριθμητής που υπάρχει προς τον υπολογισμό της τιμής του αντίστοιχου δείκτη είναι ουσιαστικά το μέσο απόλυτο σφάλμα διαιρεμένο με το in sample σφάλμα που προκύπτει από την χρήση της naïve, η επίδραση της αλλαγής των παραμέτρων είναι παρεμφερής με εκείνη που έχει ήδη σημειωθεί στο μέσο απόλυτο σφάλμα. Παρ' όλα αυτά θα ακολουθήσει μία σύντομη αναφορά σχετικά με τις παραμέτρους εξομάλυνσης, η εφαρμογή των οποίων επιφέρει καλύτερα αποτελέσματα. Σχετικά με την μέθοδο SES, η εφαρμογή μικρής τιμής φαίνεται να παράγει τις πιο ακριβείς προβλέψεις ( $\alpha = 0.1$ ) και για ακόμα μικρότερες τιμές της παραμέτρου υπήρξε ομοίως καλή ακρίβεια από την εφαρμογή της μεθόδου  $\theta$  ( $\alpha = 0.05$ ). Τα παραπάνω προφανώς ισχύουν για όλους τους συνδυασμούς που εμπεριέχουν τις αντίστοιχες μεθόδους είτε για την πρόβλεψη του αριθμητή της μεθόδου Croston είτε για τον παρανομαστή είτε και για τα δύο. Τέλος για τις άλλες μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης HOLT και DAMPED προτείνεται για την βελτίωση της ακρίβειας η χρήση μεγαλύτερης τιμής της παραμέτρου εξομάλυνσης του επιπέδου ( $\alpha = 0.2$ ) και αρκετά μικρή για την παράμετρο εξομάλυνσης της τάσης ( $b = 0.02$ ). Η χρήση εν τούτοις των πιο απλών μεθόδων όπως της μεθόδου naïve και του βέλτιστου κινητού μέσου όρου, παρατηρείται να έχει μία σταθερή πορεία όχι με την μικρότερη ακρίβεια αλλά με μικρές σχετικά διακυμάνσεις για τις τιμές του σφάλματος. Έπεται το αντίστοιχο γράφημα κατά το οποίο παρουσιάζεται η επίδραση όλων των δυνατών συνδυασμών στην ακρίβεια της μεθοδολογίας που παρουσιάζεται.

Από τους πίνακες που παρουσιάζονται στο παράρτημα, μπορεί να παρατηρηθεί η μεγάλη τιμή του αντίστοιχου σφάλματος που λαμβάνεται σε κάποιους συνδυασμούς που εμπεριέχουν τη μέθοδο HOLT. Το πρόβλημα αυτών των συνδυασμών στην παρουσίαση της ακρίβειας της συνολικής μεθοδολογίας βασιζόμενη στο MASE, είναι η απώλεια πληροφορίας καθώς επηρεάζονται οι αντίστοιχες κλίμακες που θα καταταχθούν οι υπόλοιπες παρατηρήσεις.

Figure 18 - MASE - Automotive



### 6.3 Δεδομένα Royal Air Force – στρατιωτικός τομέας

Τα διαθέσιμα δεδομένα από της Royal Air Force αφορούν τα μηνιαία στοιχεία της ζήτησης 5000 Stock Keeping Units στο βάθος επτά ετών. Από τις 84 αυτές παρατηρήσεις των 5000 διαφορετικών χρονοσειρών που προκύπτουν έχουν προκύψει δύο διαφορετικά μέρη, το πρώτο με τα  $\frac{3}{4}$  των παρατηρήσεων και το δεύτερο μέρος με το υπόλοιπο  $\frac{1}{4}$  των παρατηρήσεων. Το πρώτο μέρος των παρατηρήσεων, 61 στο πλήθος χρησιμοποιείται για την προσαρμογή της αντίστοιχης μεθόδου πρόβλεψης στα δεδομένα (in sample) και το δεύτερο μέρος χρησιμοποιείται για την αντίστοιχη αξιολόγηση της μεθόδου (out of sample). Συνεπώς από το δεύτερο μέρος των 21 παρατηρήσεων και τις παραχθείσες τιμές πρόβλεψης προκύπτουν οι αντίστοιχες τιμές για τους δείκτες του σφάλματος. Με αυτόν τον τρόπο, προκύπτει η εξαγωγή πινάκων 5000 x 21 ο καθένας, για τον απλό σφάλμα (error) και απόλυτο σφάλμα (absolute error) από την αξιολόγηση των μεθόδων που λαμβάνει χώρα στα πλαίσια της αλγοριθμικής διαδικασίας που έχει αναπτυχθεί. Η διαδικασία που έχει αναφερθεί ως τώρα είναι ίδια ακριβώς με τη διαδικασία που έχει ήδη περιγραφεί και υλοποιηθεί στα δεδομένα της αυτοκινητοβιομηχανίας με αλλαγή στο πλήθος των στοιχείων και των παρατηρήσεων. Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθεί και η σημασία των περισσότερων παρατηρήσεων ανά διαφορετική χρονοσειρά, δηλαδή μεγαλύτερο βάθος παρελθόντος που στα συγκεκριμένα δεδομένα υπάρχει. Η σημασία του φαίνεται ιδιαίτερα στην προσαρμογή των αντίστοιχων μεθόδων που προκύπτει από τα in sample errors αλλά και η καλύτερη αξιολόγηση που γίνεται να λάβει χώρα λόγω του μεγαλύτερου πλήθους παρατηρήσεων που θεωρούνται άγνωστες άρα και της καλύτερης εφαρμογής της κυλιόμενης πρόβλεψης.

Από αυτούς τους πίνακες των σφαλμάτων που υπολογίστηκαν λοιπόν, προκύπτει ομοίως για κάθε Stock Keeping Unit το μέσο σφάλμα, το μέσο απόλυτο σφάλμα, το γεωμετρικό σφάλμα και το μέσο απόλυτο κανονικοποιημένο σφάλμα. Όμως καθώς οι τιμές αυτές προκύπτουν για κάθε διαφορετικό Stock Keeping Unit, καθώς προκύπτει ένας δείκτης για κάθε χρονοσειρά. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος για κάθε ένα δείκτη λαμβάνεται η αντίστοιχη μέση τιμή του βάσει της σχέσης:

$$\frac{1}{5000} \cdot \sum_{i=1}^{5000} \text{error}$$

Η αξιολόγηση κάθε δείκτη σφάλματος βασιζόμενοι αποκλειστικά και μόνο στην μέση τιμή του, εγκυμονεί κινδύνους. Κύριος λόγος είναι η πιθανή διασπορά των παρατηρήσεων, η οποία και χάνεται με την αξιολόγηση αποκλειστικά της μέσης τιμής. Συνεπώς κρίθηκε σκόπιμη η εύρεση και της διαμέσου σχετικά με το μέσο σφάλμα και την τιμή του μέσου απόλυτου σφάλματος για τον σχηματισμό μίας πιο πλήρους εικόνας της απόδοσης κάθε μεθόδου.

Αρχικά λοιπόν παρουσιάζεται ο πίνακας των μέσων τιμών του μέσου σφάλματος που προκύπτει από όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των μεθόδων που έχουν υλοποιηθεί.

Croston	Naïve	SMA	SES	Holt	Damped	Theta
Naïve	-1,836	-2,137	0,129	-3,017	-1,359	-2,050
SMA	-0,583	-0,797	0,198	-1,266	-0,238	-0,718
SES	-0,942	-1,215	0,009	-1,784	-0,509	-1,152
Holt	0,121	0,106	-0,079	-0,023	-0,107	0,015
Damped	-0,374	-0,548	-0,059	-0,975	-0,114	-0,482
Theta	-0,010	-0,076	<b>-0,002</b>	-0,370	0,024	-0,003

Table 10 - mean (ME) ανά διαφορετική μέθοδο Royal Air Force

Με έντονα γραφή παρουσιάζεται η μικρότερη τιμή του πίνακα ενώ με πλάγια γραμματοσειρά παρουσιάζεται η δεύτερη μικρότερη τιμή. Σε αυτό το σημείο πρέπει να διασαφηνιστεί ότι με τον όρο μικρότερη τιμή, εννοείται κατά απόλυτη τιμή, διότι ενδιαφέρον παρουσιάζει η τιμή του σφάλματος που πλησιάζει όσο το δυνατόν περισσότερο τη μηδενική.

Αντιθέτως με τις τιμές του σφάλματος της αυτοκινητοβιομηχανίας, από την εφαρμογή της ίδιας μεθοδολογίας στα δεδομένα από την Royal Air Force, παρατηρείται μεγαλύτερη διακύμανση μεταξύ των τιμών. Υπάρχουν στον παραπάνω πίνακα τόσο τιμές πολύ αξιόλογες που δείχνουν σχεδόν μηδενική προκατάληψη, αλλά δείχνουν ομοίως και μεγαλύτερες τιμές που συνεπάγονται την μεγάλη προκατάληψη κατόπιν χρήσης κάποιων μεθόδων. Πιο συγκεκριμένα όταν η μέθοδος naïve εφαρμόζεται για πρόβλεψη των μεσοδιαστημάτων μεταξύ μη μηδενικών τιμών της ζήτησης υπάρχει μεγάλη προκατάληψη και με εξαίρεση της εφαρμογή για πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης την SES με όλες τις άλλες μεθόδους παρουσιάζει πολύ μεγάλες αρνητικές τιμές άρα μεγάλη αισιοδοξία. Οι υπόλοιποι συνδυασμοί γενικότερα δεν παρουσιάζουν κάποια αξιόλογη προκατάληψη. Ενδιαφέρον όμως παρουσιάζει το γεγονός της μεγάλης σχετικά τιμής του δείκτη του μέσου σφάλματος από την εφαρμογή της μεθόδου SES και για τον αριθμητή και για τον παρανομαστή, δηλαδή της κλασσικής μεθόδους Croston. Η μέθοδος η οποία έχει την καλύτερη απόδοση ιδίως όταν εφαρμόζεται για πρόβλεψη των intervals είναι η μέθοδος THETA ενώ οι συνολικές αποδόσεις των HOLT και DAMPED έπονται με τη σειρά που αναφέρονται και θεωρούνται αρκετά καλές.

Πέρα από την απόδοση του κάθε συνδυασμού σε γενικές γραμμές σχετικά με την προκατάληψη, ενδιαφέρον παρουσιάζει και η επίδραση της τιμής των παραμέτρων στην προκατάληψη για τις μεθόδους που χρησιμοποιούν παραμέτρους εξομάλυνσης προφανώς. Από τα αναλυτικά αποτελέσματα που εμφανίζονται στους πίνακες που βρίσκονται στο παράρτημα, φαίνονται σημαντικές αποκλίσεις στις τιμές του σφάλματος από τη χρήση διαφορετικών παραμέτρων στις μεθόδους που τις χρησιμοποιούν, δηλαδή στις: Single Exponential Smoothing, Holt Exponential Smoothing Damped Exponential Smoothing και Theta. Στον παραπάνω πίνακα έχει αναφερθεί η μικρότερη τιμή σφάλματος που έχει παραχθεί για τις τιμές των παραμέτρων που έχουν εξεταστεί. Αυτή είναι και η μέθοδος παρουσίασης σφαλμάτων που ήδη έχει πραγματοποιηθεί στα δεδομένα της αυτοκινητοβιομηχανίας. Όμως ενδιαφέρον παρουσιάζει και εδώ η δυνατότητα εξαγωγής διαφορετικών συμπερασμάτων για την επιλογή των παραμέτρων που θα χρησιμοποιηθούν στις αντίστοιχες μεθόδους.



Αρχικά αναφορικά με τη μέθοδο εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου γενικότερα καλύτερα αποτελέσματα αξιολογώντας το δείκτη μέσου σφάλματος παρουσιάζει για μεγαλύτερες τιμές της παραμέτρου εξομάλυνσης του επιπέδου μεγέθους  $\alpha = 0.2$  για πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης ενώ για την πρόβλεψη των αντίστοιχων μεσοδιαστημάτων προτείνεται λίγο μικρότερη τιμή  $\alpha = 0.1$ . Για τη μέθοδο HOLT γενικότερα προτείνονται ομοίως υψηλότερες τιμές τόσο για την παράμετρο εξομάλυνσης του επιπέδου όσο και της τάσης τιμών  $\alpha = 0.1$ ,  $0.2$  και για την τάση  $\beta = 0.05$ . Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός των καλών αποτελεσμάτων στην προκατάληψη που προκύπτουν από την εφαρμογή του αλγορίθμου βελτιστοποίησης και για τις δύο παραμέτρους της HOLT. Συγκεκριμένα τα αποτελέσματα που αναγράφονται στον παραπάνω πίνακα προκύπτουν από την εφαρμογή του αλγορίθμου βελτιστοποίησης των αντίστοιχων παραμέτρων. Για τη μέθοδο εξομάλυνσης φθίνουσας τάσης όταν εφαρμόζεται στον παρανομαστή παρουσιάζουν τις μικρότερες τιμές του μέσου όρου σφάλματος οι παράμετροι που ομοίως έχουν εξαχθεί από την αντίστοιχη βελτιστοποίηση, ενώ όταν εφαρμόζεται στο αριθμητή, οι τιμές που συνοδεύονται από την μικρότερη προκατάληψη είναι μικρές τιμές τόσο της παραμέτρου εξομάλυνσης του επιπέδου όσο και της τάσης, δηλαδή,  $\alpha = 0.05$  και  $b = 0.02$ . Τέλος, η μέθοδος THETA, για την μικρότερη προκατάληψη χρησιμοποιεί μικρότερες τιμές παραμέτρου εξομάλυνσης επιπέδου,  $\alpha = 0.1$  συνήθως ενώ μικρές τιμές προκύπτουν και από την εφαρμογή αλγορίθμου βελτιστοποίησης για την εφαρμογή της SES στη γραμμή  $\theta = 2$ .

Όπως έχει αναφερθεί δεν είναι δυνατή κάποια οπτική αναπαράσταση της επίδρασης της μεταβολής των παραμέτρων εξομάλυνσης για όλους τους δυνατούς συνδυασμούς που έχουν υλοποιηθεί λόγω των μεγάλων διαστάσεων που λαμβάνει το πρόβλημα. Συνεπώς, ομοίως με την παρουσίαση των προηγούμενων αποτελεσμάτων θα εξεταστεί η μεταβολή της προκατάληψης από την εφαρμογή διαφορετικών τιμών παραμέτρων στις αντίστοιχες μεθόδους που τις χρησιμοποιούν όμως εφαρμόζοντας στον αριθμητή ( μέγεθος ζήτησης) και στον παρανομαστή (μεσοδιαστήματα μη μηδενικών ζητήσεων) την ίδια μέθοδο πρόβλεψης αλλά με διαφορετικές τιμές για τις παραμέτρους. Οπότε για τη μέθοδο SES προκύπτει το figure 19.

Παρακολουθώντας την εξέλιξη του ύψους της στήλης ανά χρώμα, φαίνεται η επίδραση της αύξησης της παραμέτρου  $\alpha$  στην προκατάληψη όταν η παράμετρος αυτή αλλάζει τιμή για την πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης, δηλαδή για τον αριθμητή. Επιπλέον, η αλλαγή του ύψους των στηλών ανά 3άδα παρατηρήσεων δείχνει την αλλαγή του ύψους της προκατάληψης για εφαρμογή των διαφορετικών τιμών της παραμέτρου στην μέθοδο που εφαρμόζεται για την πρόβλεψη του μεσοδιαστήματος στο οποίο θα εμφανιστεί η ζήτηση, δηλαδή του παρανομαστή.

Είναι εμφανές ότι η μικρότερη προκατάληψη παρουσιάζεται στο συνδυασμό  $\alpha = 0.2$  για την πρόβλεψη του μεγέθους ζήτησης ενώ  $\alpha = 0.1$  για την πρόβλεψη του ύψους των μεσοδιαστημάτων.

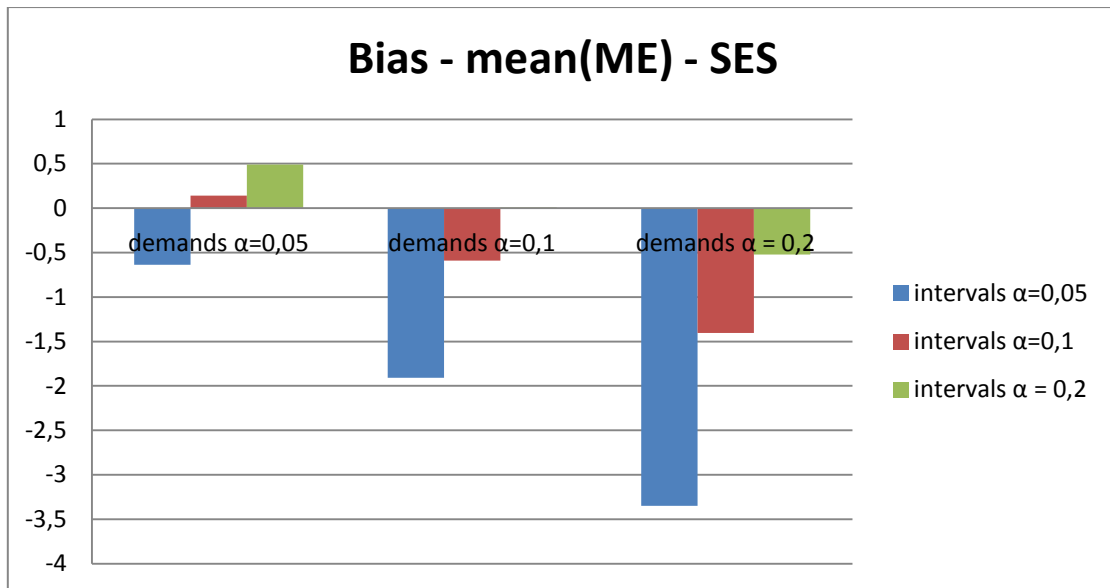


Figure 19 - Bias (mean (ME)) - SES - automotive

Ακολουθώντας ακριβώς την ίδια μέθοδο παρουσιάζεται και η επίδραση στην προκατάληψη της μεταβολής της παραμέτρου εξομάλυνσης του επιπέδου χρησιμοποιώντας ως μέθοδο πρόβλεψης και για τις δύο χρονοσειρές που προκύπτουν από την εξομάλυνση τη μέθοδο Theta. Από την σύγκριση των δύο γραφημάτων είναι εμφανής η καλύτερη απόδοση της Theta έναντι της SES, ενώ ενδιαφέρον παρουσιάζει ότι ελαχιστοποιείται η προκατάληψη στον ίδιο συνδυασμό των παραμέτρων όπως ακριβώς συνέβη και στα δεδομένα της αυτοκινητοβιομηχανίας. Επίσης από το ύψος των στηλών και την αντίστοιχη ταξινόμηση των πινάκων φυσικά είναι εύκολη και η σύγκριση των διαφορετικών τιμών του μέσου σφάλματος προκατάληψης για τα διαφορετικά πηλίκα.

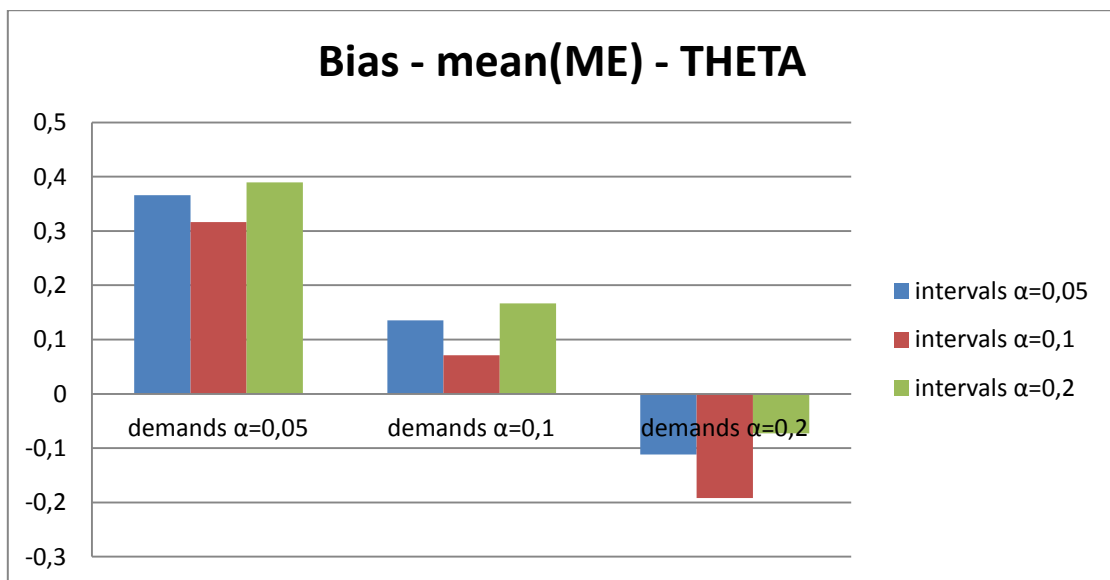


Figure 20 - Bias (mean(ME)) - THETA - Royal Air Force

Ομοίως έπεται και το διάγραμμα για τη μέθοδο εκθετικής εξομάλυνσης γραμμικής τάσης – HOLT και φθίνουσας τάσης DAMPED.

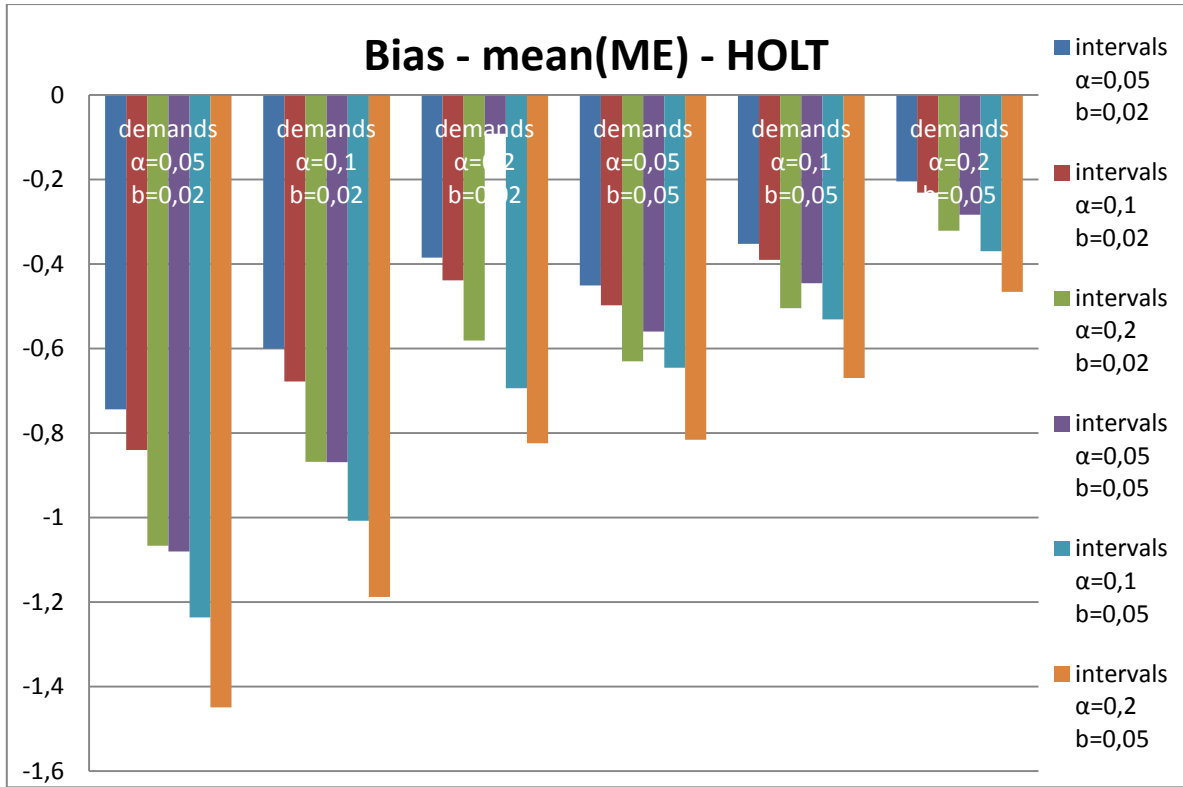


Figure 21 - Bias (mean(ME)) - HOLT - Royal Air Force

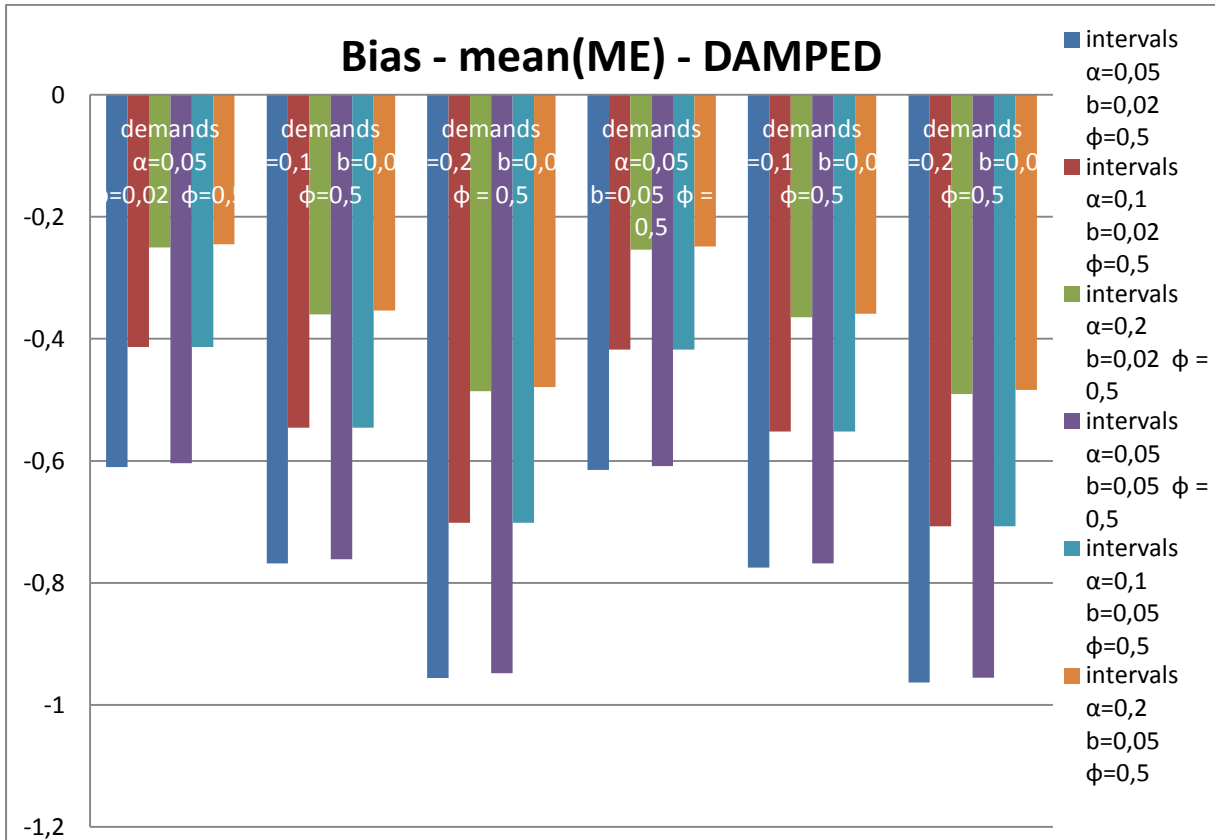


Figure 22 - Bias (mean(ME)) DAMPED - Royal Air Force

Καθώς αυξάνεται το πλήθος των παραμέτρων για τις αντίστοιχες μεθόδους πρόβλεψης αυξάνεται και το πλήθος των αντίστοιχων στηλών και οι συνδυασμοί τους όπως παρατηρείται από την προηγούμενη σελίδα. Από τα διαγράμματα αυτά, γίνεται η επαλήθευση της σχέσης των τιμών των παραμέτρων που αναφέρθηκαν με την προκατάληψη. Όπως έχει αναφερθεί το πλήθος των στηλών και των συνδυασμών των μεθόδων HOLT και DAMPED είναι το ίδιο καθώς έχουν υλοποιηθεί οι αντίστοιχοι αλγόριθμοι για της ίδιες τιμές των παραμέτρων εξομάλυνσης επιπέδου και τάσης ενώ για την παράμετρο εξομάλυνσης  $\phi$  έχει εξεταστεί μόνο μία τιμή της  $\phi=0.5$ .

Ένας άλλος μετρητικός δείκτης που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση της μεθόδου είναι η ακρίβεια. Ο δείκτης σφάλματος που είναι συνδεδεμένος με την ακρίβεια είναι το μέσο απόλυτο σφάλμα. Ακολουθώντας την ίδια αλγοριθμική διαδικασία, υπολογίζεται το απόλυτο σφάλμα από τις παραχθείσες προβλέψεις και τις αντίστοιχες πραγματικές. Υπολογίζεται ο μέσος όρος τους ανά διαφορετικό SKU και έπειτα χρησιμοποιώντας την σχέση που αναφέρθηκε για τα 3000 SKUs προκύπτουν τα αποτελέσματα του table 23 στο παράρτημα, για το μέσο όρο των μέσων απόλυτων σφαλμάτων. Οι καλύτερες τιμές που δίνονται ανά μέθοδο, ανεξαρτήτως των τιμών των παραμέτρων φαίνονται ακολούθως:

<b>Croston</b>	<b>Naïve</b>	<b>SMA</b>	<b>SES</b>	<b>Holt</b>	<b>Damped</b>	<b>Theta</b>
Naïve	3,837	4,081	2,095	4,889	3,386	4,094
SMA	2,713	2,880	1,696	3,289	2,391	2,861
SES	3,013	3,229	1,786	3,724	2,615	3,233
Holt	1,890	1,967	<b>1,406</b>	2,156	1,698	1,891
Damped	2,529	2,656	1,657	3,033	2,287	2,657
Theta	2,154	2,263	1,531	2,515	1,984	1,927

Table 11 - mean (MAE) ανά διαφορετική μέθοδο Royal Air Force

Τα αποτελέσματα για την ακρίβεια δεν διαφέρουν ιδιαίτερα εκείνα για την προκατάληψη ως προς τους συνδυασμούς των μεθόδων που παρουσιάζουν την μικρότερη ακρίβεια προφανώς και όχι σχετικά με τις αριθμητικές τους τιμές. Και στον παραπάνω πίνακα φαίνεται η μέθοδος naïve όταν εφαρμόζεται για πρόβλεψη είτε του μεγέθους της ζήτησης άρα του αριθμητή, είτε του ύψους των μεσοδιαστημάτων άρα του παρανομαστή να μην παρουσιάζει καλά αποτελέσματα σχετικά με την ακρίβεια. Αντιθέτως η εφαρμογή του βέλτιστου μέσου όρου έχει μία σταθερή στάση σχετικά με την ακρίβεια σε γενικά αποδεκτές τιμές. Ωστόσο οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης και οι συνδυασμοί μεταξύ του παρέχουν σε γενικές γραμμές πιο ακριβείς προβλέψεις. Συγκεκριμένα τις πιο ακριβείς προβλέψεις παρουσιάζει η HOLT όταν εφαρμόζεται για πρόβλεψη στον παρανομαστή όπως και η THETA, ενώ σχετικά με τον αριθμητή τα καλύτερα αποτελέσματα είναι εκείνα που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου DAMPED και SES. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός, ότι καλύτερη ακρίβεια προκύπτει από συνδυασμό της SES για τον αριθμητή και μεθόδου πρόβλεψης HOLT στον παρανομαστή.

Συνεχίζοντας, αναφέρεται η επίδραση της αλλαγής των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται στις μεθόδους πρόβλεψης όσον αφορά την ακρίβεια. Σχετικά με τη μέθοδο εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου, παρατηρείται ότι καλύτερη ακρίβεια άρα και μικρότερες τιμές του μέσου απόλυτου σφάλματος, παρουσιάζει για τιμές της σταθεράς εξομάλυνσης σχετικά μικρές, δηλαδή της τάξης του 0.05 για την πρόβλεψη της τιμής του παρανομαστή ενώ για περισσότερη ακρίβεια απαιτείται μεγαλύτερη τιμή της παραμέτρου

εξομάλυνσης για τον αριθμητή, της τάξης του  $\alpha = 0.2$ . Στην συνέχεια η μέθοδος HOLT εμφανίζει αξιοπρόσεχτη ακρίβεια καθώς παρουσιάζει από τις μικρότερες τιμές του μέσου απόλυτου σφάλματος. Πιο χαμηλές τιμές εμφανίζει σε συνδυασμούς πάλι με HOLT για τις μικρότερες δυνατές τιμές και των δύο παραμέτρων εξομάλυνσης, δηλαδή για  $\alpha = 0.05$  και  $\beta = 0.02$  ενώ το πλήθος των πιο ακριβών προβλέψεων όταν εφαρμόζεται για πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης παράγεται όταν χρησιμοποιείται αλγόριθμος βελτιστοποίησης για την εύρεση των παραμέτρων. Η μέθοδος DAMPED εμφανίζει ακριβείς σχετικά προβλέψεις όταν εφαρμόζεται για πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης σε συνδυασμό με την πρόβλεψη της ζήτησης από τη μέθοδο HOLT. Οι παράμετροι εξομάλυνσης που παρέχουν τα πιο ακριβή αποτελέσματα είναι οι μικρότερες τιμές που έχουν εξεταστεί ύψους  $\alpha = 0.05$ ,  $\beta = 0.02$  και  $\phi = 0.5$ . Ομοίως και οι προβλέψεις που παράγονται με χρήση της ίδιας μεθόδου στον αριθμητή και παρανομαστή εξάγουν μικρές τιμές του μέσου απόλυτου σφάλματος για μικρές τιμές των παραμέτρων όμως μεγαλύτερη ακρίβεια παρουσιάζεται όταν συνδυάζεται με πρόβλεψη των μεσοδιαστημάτων από τη μέθοδο THETA, χωρίς να ξεπερνάει όμως την ακρίβεια από το συνδυασμό της με τη HOLT. Επίσης, πρέπει να αναφερθεί ότι καλά αποτελέσματα σχετικά με την ακρίβεια παρέχουν και οι μεταβλητές που προκύπτουν από αλγόριθμο βελτιστοποίησης βάσει της ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Τέλος η μέθοδος THETA ομοίως παρουσιάζει μικρές τιμές του μέσου απόλυτου σφάλματος άρα και καλή ακρίβεια ιδίως σε συνδυασμούς με τη SES, την DAMPED και την ίδια για μικρές τιμές της παραμέτρου εξομάλυνσης του επιπέδου τάξης  $\alpha = 0.05$ .

Ακολούθως παρουσιάζεται διαγραμματικά η επίδραση της μεταβολής των τιμών της παραμέτρου εξομάλυνσης του επιπέδου στην ακρίβεια όταν εφαρμόζεται η μέθοδος SES και THETA και στις δύο χρονοσειρές των demands και intervals.

Παρατηρείται η αύξηση της τιμής του σφάλματος άρα η μείωση της ακρίβειας όταν αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου εξομάλυνσης για την πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης όσο και του μεσοδιαστήματος. Γενικότερα είναι εμφανής η μικρή τιμή της παραμέτρου που εξάγει πιο ακριβείς προβλέψεις. Όμοια αποτελέσματα παρουσιάζονται για την επιλογή της τιμής της παραμέτρου και για την μέθοδο Theta όπου ενδείκνυνται οι μικρότερες τιμές και για τον αριθμητή και τον παρανομαστή.

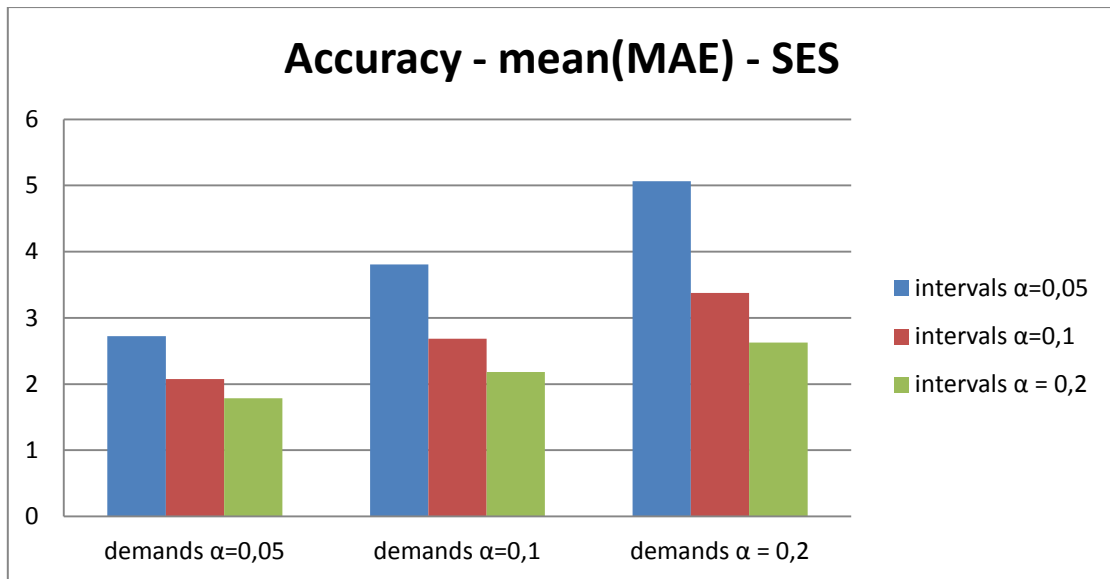


Figure 23 - Accuracy (mean(MAE)) - SES -Royal Air Force

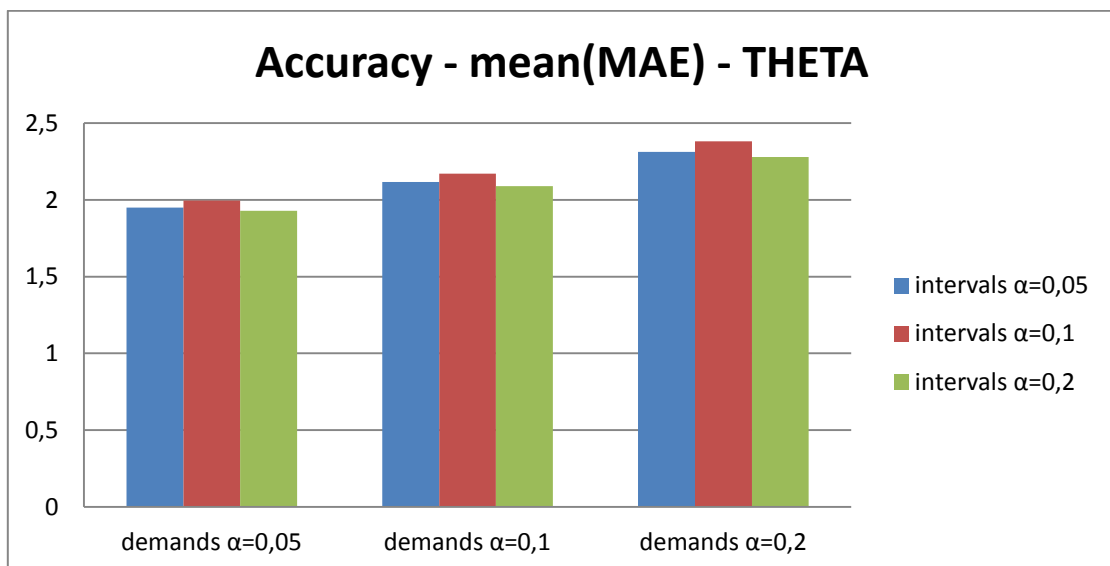


Figure 24 - Accuracy (mean(MAE)) - THETA - Royal Air Force

Ομοίως παρουσιάζεται και η επίδραση της παραμέτρου εξομάλυνσης επιπέδου αλλά και της παραμέτρου εξομάλυνσης της τάσης στις μεθόδους HOLT και DAMPED.

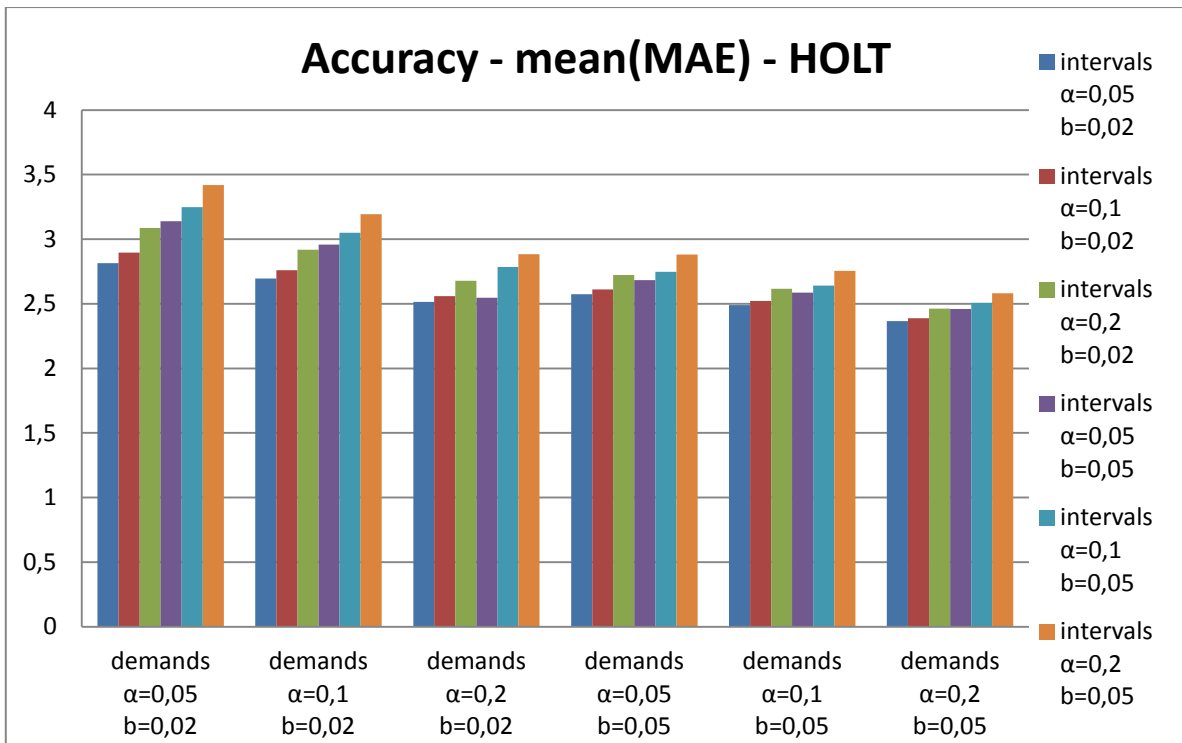


Figure 25 - Accuracy (mean(MAE)) - HOLT - Royal Air Force

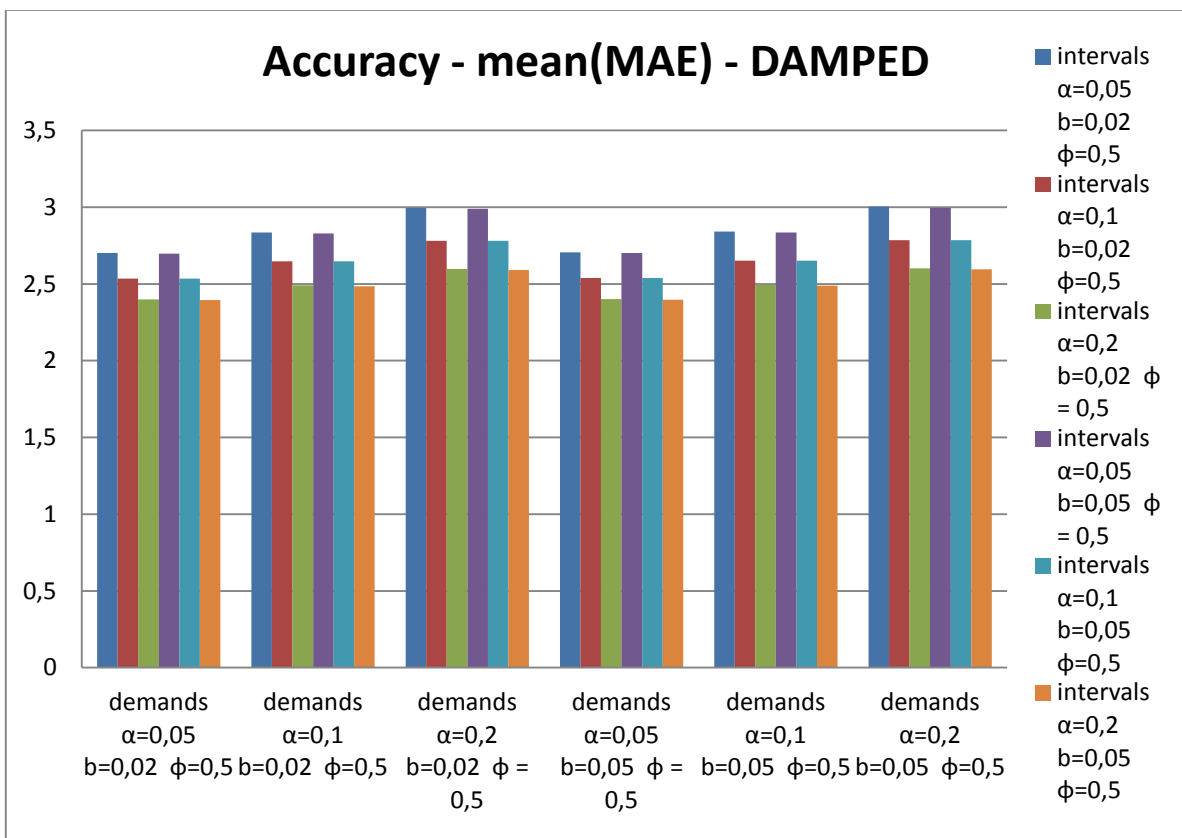


Figure 26 - Accuracy (mean(MAE)) - DAMPED - Royal Air Force

Τα προηγούμενα γραφήματα είναι ανάλογα με αυτά που παρουσιάστηκαν και για την επίδραση της αλλαγής των παραμέτρων στην προκατάληψη, με την διαφορά ότι εδώ απεικονίζεται η επίδραση τους στην ακρίβεια. Προφανώς ανάλογα με το κριτήριο που υπάρχει ανά φορά επιλέγεται και ο αντίστοιχος δείκτης που πρέπει να παρακολουθείται.

Για να παρατηρηθεί η επίδραση της αλλαγής της κάθε παραμέτρου που έχει γίνει στην εφαρμογή της πρόβλεψης για τον αριθμητή πρέπει να παρακολουθεί το ύψος της αντίστοιχης στήλης που αναπαριστά το μέσο απόλυτο σφάλμα, ενώ για την επίδραση από την αλλαγή στον παρανομαστή, επιλέγει τις αντίστοιχες παραμέτρους του αριθμητή και εξετάζει τα ύψη των στηλών στην ίδια εξάδα.

Κοιτώντας τα παραπάνω γραφήματα μπορεί να αναδειχτεί ο καλύτερος συνδυασμός των παραμέτρων για χρήση ίδια μεθόδου πρόβλεψης στον αριθμητή και παρανομαστή του πηλίκου της μεθόδου Croston. Από το διάγραμμα της μεθόδου HOLT φαίνεται πως σχετικά μεγάλες τιμές των παραμέτρων  $\alpha$  και  $b$  προτείνονται για την καλύτερη ακρίβεια ενώ για τη μέθοδο DAMPED, ενδείκνυται μικρότερη τιμή για την παράμετρο  $\alpha = 0.05$  ενώ μεγαλύτερη για την τάση  $b = 0.05$ . Επίσης από τη σύγκριση και των τεσσάρων διαγραμμάτων και του ύψους των στηλών, γίνεται να εξαχθούν συμπεράσματα για την εύρεση του μικρότερου μέσου απόλυτου σφάλματος αν επιλεγεί η χρήση ίδια μεθόδου για τον αριθμητή ή τον παρανομαστή. Αν συνεπώς υπήρχε η απαίτηση για ίδια χρήση μεθόδου πρόβλεψης στον αριθμητή και στον παρανομαστή τότε η μέθοδος που θα προτεινόταν θα ήταν η SES και η THETA, αν κριτήριο επιλογής προφανώς ήταν η ακρίβεια.

Ο επόμενος δείκτης που εξετάζεται είναι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Ακολούθως παρουσιάζεται ο πίνακας που αφορά τη μέση τιμή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος.

<b>Croston</b>	Naïve	SMA	SES	Holt	Damped	Theta
Naïve	416,60	309,31	197,32	428,75	266,78	326,44
SMA	219,29	209,03	186,61	222,95	189,56	204,85
SES	220,78	210,52	<b>185,39</b>	226,66	189,98	208,56
Holt	189,27	187,18	185,92	188,05	185,67	186,55
Damped	208,90	199,01	185,58	2166	187,78	197,34
Theta	193,96	189,97	185,92	193,43	185,89	187,63

Table 12- mean (MSE) ανά διαφορετική μέθοδο Royal Air Force

Τα αποτελεσμένα που παρουσιάζονται φαίνεται να είναι αρκετά ανάλογα με εκείνα του μέσου απόλυτου σφάλματος αν και φαίνεται ότι ο συνδυασμός με το μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα είναι ο συνδυασμός της μεθόδου SES με τη μέθοδο SES. Ενώ σε γενικές γραμμές έχουν πολύ καλή απόδοση οι μέθοδοι THETA, SES και DAMPED μεταξύ τους αλλά και οι συνδυασμοί τους. Αξιόλογη απόδοση παρουσιάζουν οι συνδυασμοί της HOLT με την SES, HOLT, DAMPED και THETA που δίνει μικρές τιμές για το μέσο τετραγωνικό σφάλμα και ιδίως ο συνδυασμός προβλέψεων της ίδιας μεθόδου και για τα δύο μεγέθη των demands και των intervals. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα είναι ένα μέτρο που κατά κάποιο τρόπο αντιπροσωπεύει την διασπορά των σφαλμάτων, δηλαδή πόσο κοντά είναι οι προβλέψεις από τις πραγματικές τιμές, μεγεθύνοντας τις μεταξύ τους διαφορές. Δεν αντικαθιστά την ακρίβεια, διότι ακριβώς επειδή υψώνει στο τετράγωνο το σφάλμα, μεγεθύνει εν γένει τη διαφορά έτσι ώστε να δίνει πιο σαφή εικόνα των αποκλίσεων και επίσης ενδείκνυται για εντοπισμό των outliers δηλαδή των ειδικών τιμών της χρονοσειράς.



Αναφέροντας την έννοια της διασποράς, είναι καλό να εξεταστεί σε αυτό το σημείο πόσο αντιπροσωπευτικός δείκτης είναι ο μέσος όρος των σφαλμάτων ο οποίος και αξιολογείται. Ομοίως λοιπόν με τη διαδικασία που περιγράφηκε στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων της αυτοκινητοβιομηχανίας συγκρίνεται η μέση τιμή του μέσου σφάλματος και του μέσου απόλυτου σφάλματος για τον έλεγχο της αντιπροσωπευτικότητας του μέσου όρου, η ίδια διαδικασία γίνεται και για τους μέσους όρους και τις διαμέσους αντίστοιχα που έχουν προκύψει από τα την εφαρμογή της μεθοδολογίας για τα δεδομένα της Royal Air Force. Αναλυτικά οι πίνακες είναι διαθέσιμοι στο παράρτημα.

Από τη σύγκριση λοιπόν των πινάκων απλού μέσου σφάλματος και της αντίστοιχης διαμέσου που προκύπτει δεν παρουσιάζονται μεγάλες αποκλίσεις. Πιο αναλυτικά για την προκατάληψη άρα το μέσο όρο του απλού σφάλματος οι διαφορές που παρουσιάζονται είναι της τάξης της μονάδας που δεν θεωρούνται σημαντικές. Μεγαλύτερες αποκλίσεις παρουσιάζουν οι συνδυασμοί της HOLT και πιο συγκεκριμένα όταν συνδυάζεται με πρόβλεψη που έχει γίνει και στον αριθμητή και στον παρανομαστή με HOLT. Το γεγονός αυτό μεταφράζεται ως εξής: οι μέσοι όροι των σφαλμάτων από τις πραγματικές τιμές και τις τιμές των προβλέψεων που έχουν παραχθεί για τα διαφορετικά SKUs διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους. Δηλαδή αν οι τιμές τοποθετούνταν σε ένα διάγραμμα τότε δεν θα ήταν κοντά κατανεμημένες με την τιμή του μέσου όρου, αντιθέτως θα βρίσκονταν μακριά σχετικά η μία από την άλλη. Σχετικά με το μέσο όρο του μέσου απόλυτου σφάλματος και την αντίστοιχη σύγκριση του με την διάμεσο του, παρουσιάζονται μεγαλύτερες αποκλίσεις σε συνδυασμούς περισσότερων μεθόδων όπως η SES, THETA και naïve. Όμως και πάλι, οι τιμές των διαφορών είναι της τάξης των 4 μονάδων. Το μέγεθος αυτό δεν είναι αμελητέο σίγουρα, όμως σε συνδυασμό με τις υψηλές τιμές γενικότερα του ύψους της ζήτησης που φαίνονται στις αντίστοιχες χρονοσειρές των δεδομένων της Royal Air Force, δεν μπορεί να αμφισβητηθεί και η αξία και αντιπροσωπευτική δύναμη του δείκτη σου μέσου απόλυτου σφάλματος ως δείκτης ακρίβειας και για αυτά τα δεδομένα.

Ένας άλλος μετρητικός δείκτης που έχει επιλεγεί να εξεταστεί ως μέτρο αξιολόγησης της μεθοδολογίας είναι το μέσο απόλυτο κανονικοποιημένο σφάλμα – Mean Absolute Scaled Error. Ο δείκτης αυτός επιλέχθηκε ως τρόπος σύγκρισης της εφαρμογής των μεθόδων σε διαφορετικές χρονοσειρές λόγω της μη καταλληλότητας των ποσοστιαίων σφαλμάτων σε δεδομένα διακοπτόμενης ζήτησης. Έχει ήδη αναφερθεί η σημασία του δείκτη σφάλματος και ο τρόπος υπολογισμού του, οπότε τώρα παρουσιάζονται απευθείας τα αποτελέσματα.

<b>Croston</b>	Naïve	SMA	SES	Holt	Damped	Theta
Naïve	1,702	1,815	0,464	1,082	0,757	0,896
SMA	1,236	1,301	0,369	0,765	0,556	0,639
SES	0,631	0,776	0,408	0,935	0,652	0,764
Holt	0,396	0,463	<b>0,299</b>	0,453	0,396	0,445
Damped	0,503	0,602	0,356	0,694	0,525	0,602
Theta	0,426	0,508	0,321	0,575	0,449	0,412

Table 13- mean (MASE) ανά διαφορετική μέθοδο Royal Air Force

Από τον πίνακα των αποτελεσμάτων παρατηρείται η καλή ακρίβεια του συνόλου της μεθοδολογίας που έχει επιλεγεί. Παρατηρείται η ύπαρξη τριών μόνο συνδυασμών μεθόδων για τις οποίες η απλοϊκή μέθοδος naïve θα παρουσίαζε καλύτερα αποτελέσματα, και αυτοί οι

συνδυασμοί περιλαμβάνουν την πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης σύμφωνα με τη μέθοδο naïve όταν εφαρμόζεται για πρόβλεψη των μεσοδιαστημάτων. Προφανώς και είναι διαφορετικές οι εν λόγω χρονοσειρές που εφαρμόζεται μέθοδος naïve, από τις οποίες προκύπτουν τα απαραίτητα σφάλματα για τον υπολογισμό του MASE. Για τον υπολογισμό του mase υπολογίζεται το σφάλμα από τη μέθοδο croston για το out of sample δείγμα και η τιμή αυτή είναι ο αριθμητής του πηλίκου που δίνει την τιμή του. Παρανομαστής του πηλίκου αυτού είναι το in sample σφάλμα από της εφαρμογή της naïve στην αρχική χρονοσειρά με τα μηδενικά και όχι στις χρονοσειρές που έχουν προκύψει από την αποσύνθεση. Συνεπώς, η μέθοδος πρόβλεψης που φαίνεται και εδώ να μην παρουσιάζει ακριβή αποτελέσματα και μάλιστα χειρότερα αποτελέσματα και από το να εφαρμοζόταν η απλή μέθοδος naïve για τη λήψη των προβλέψεων (δηλαδή η πρόβλεψη να ισούται με την τελευταία τιμή της χρονοσειρά) είναι όλοι οι συνδυασμοί που χρησιμοποιούν τη naïve ως μέθοδο υπολογισμού των μεσοδιαστημάτων και οι συνδυασμοί της naïve και το βέλτιστου μέσου όρου για πρόβλεψη. Εν τούτοις, τα αποτελέσματα για σχεδόν όλους τους άλλους συνδυασμούς παρουσιάζουν τεράστιο ενδιαφέρον καθώς υποδεικνύουν πολύ καλή ακρίβεια. Μάλιστα υπάρχουν τουλάχιστον τρεις συνδυασμοί όπως είναι HOLT – naïve, Holt – SES, THETA – SES και HOLT – DAMPED που παρουσιάζουν περισσότερη ακρίβεια από τον συνδυασμό που υποδεικνύεται από την παραδοσιακή μέθοδο THETA.

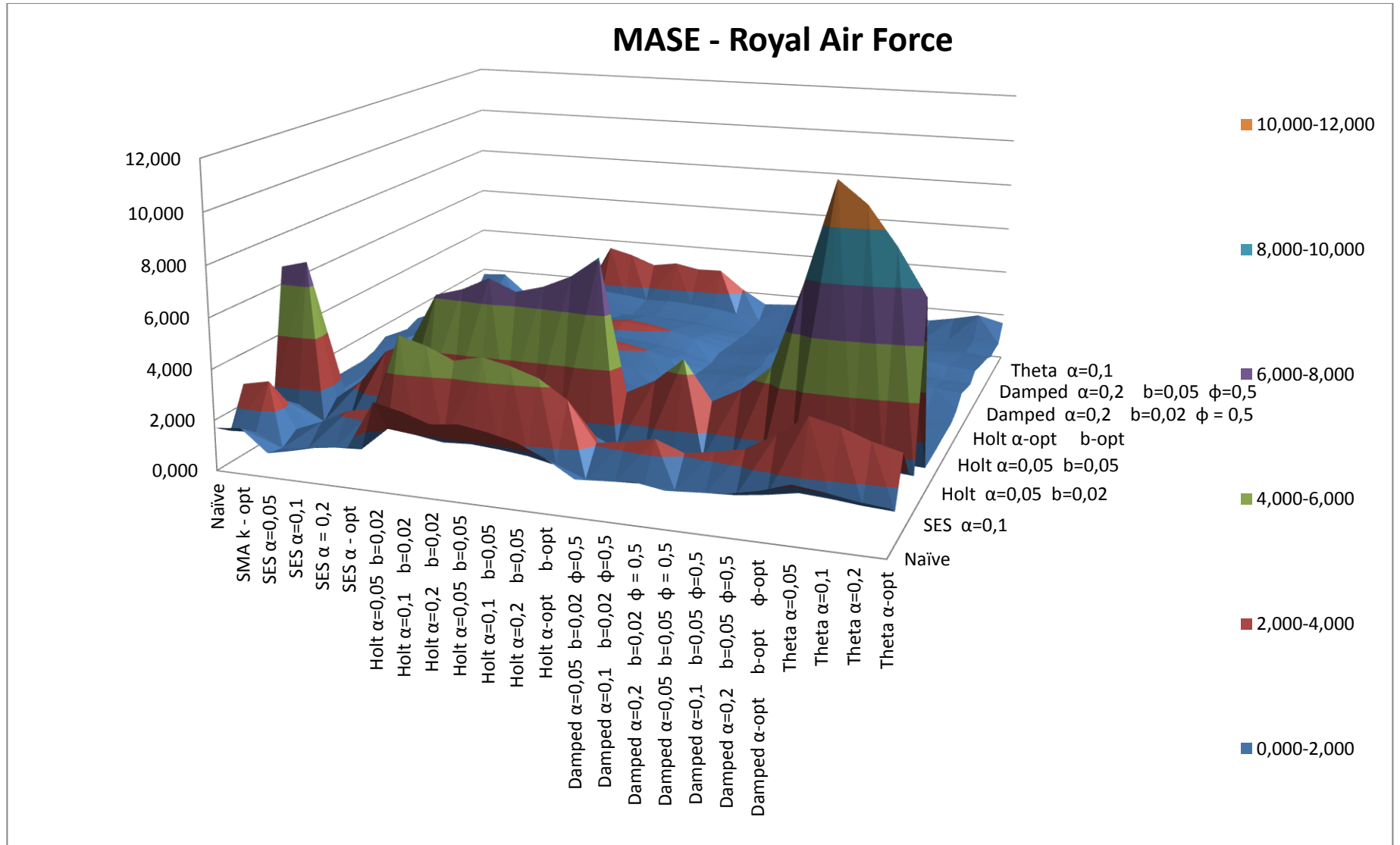
Καθώς αυτός ο δείκτης θα χρησιμοποιηθεί για την σύγκριση της απόδοσης της μεθοδολογίας σχετικά με την ακρίβεια μεταξύ των εφαρμογών της στα δύο διαφορετικά αρχεία δεδομένων διακοπτόμενης ζήτησης, θα παρουσιαστεί ένα γράφημα επιφάνειας με όλους τους συνδυασμούς που έχουν εξεταστεί (24 x24) και την τιμή του αντίστοιχου σφάλματος που έχει προκύψει. Σε αυτό το γράφημα θα είναι εμφανής τόσο η επίδραση της αλλαγής των παραμέτρων στις αντίστοιχες μεθόδους πρόβλεψης όσο και η επίδραση από την εφαρμογή διαφορετικών συνδυασμών για την αντίστοιχη πρόβλεψη καθώς περιγράφεται σε τρεις διαστάσεις.

Επίσης καθώς ο αριθμητής που υπάρχει προς τον υπολογισμό της τιμής του αντίστοιχου δείκτη είναι ουσιαστικά το μέσο απόλυτο σφάλμα διαιρεμένο με το in sample σφάλμα που προκύπτει από την χρήση της naïve, η επίδραση της αλλαγής των παραμέτρων είναι παρεμφερής με εκείνη που έχει ήδη σημειωθεί στο μέσο απόλυτο σφάλμα. Παρ' όλα αυτά ακολουθεί μία σύντομη αναφορά σχετικά με τις παραμέτρους εξομάλυνσης, η εφαρμογή των οποίων επιφέρει καλύτερα αποτελέσματα. Σχετικά με την μέθοδο SES, η εφαρμογή μεγάλης τιμής φαίνεται να παράγει τις πιο ακριβείς προβλέψεις ( $\alpha = 0.2$ ) ενώ μικρότερες τιμές τις παραμέτρου ενδείκνυνται όταν η μέθοδος εφαρμόζεται για την πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης. Στη συνέχεια, καλή ακρίβεια προκύπτει από την εφαρμογή της μεθόδου Theta για μικρές τιμές της παραμέτρου όταν χρησιμοποιείται για πρόβλεψη στον παρανομαστή σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους ( $\alpha = 0.05$ ) ενώ η βελτιστοποίηση της παραμέτρου δίνει καλύτερα αποτελέσματα όταν χρησιμοποιείται για πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης και συνδυάζεται με τις υπόλοιπες. Τέλος για τις άλλες μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης HOLT και DAMPED προτείνεται για την βελτίωση της ακρίβειας η χρήση μεγαλύτερη τιμής της παραμέτρου εξομάλυνσης του επιπέδου ( $\alpha = 0.2$ ) και για την παράμετρο εξομάλυνσης της τάσης ομοίως ( $b = 0.05$ ) ενώ για τη μέθοδο DAMPED ομοίως προτείνεται ίδια τιμή για τη παράμετρο εξομάλυνσης του επιπέδου αλλά μικρότερη τιμή για την παράμετρο εξομάλυνσης της τάσης ( $b = 0.02$ ). Η χρήση εν τούτοις των πιο απλών μεθόδων όπως της μεθόδου naïve και του βέλτιστου κινητού μέσου όρου, δεν έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς παρουσιάζει τη λιγότερη ακρίβεια.. Έπεται το αντίστοιχο

γράφημα κατά το οποίο παρουσιάζεται η επίδραση όλων των δυνατών συνδυασμών στην ακρίβεια της μεθοδολογίας που παρουσιάζεται.

Πρέπει να τονιστεί για λόγους πληρότητας ότι όταν αναφέρεται η καλύτερη ακρίβεια μίας μεθόδου κατά την εφαρμογή της για παράδειγμα μόνο στην πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης, δηλαδή για την εξαγωγή του αριθμητή του πηλίκου της τελικής πρόβλεψης βάσει της μεθοδολογίας του Croston, δεν εξετάζεται ποτέ μεμονωμένα. Θα μπορούσε η συγκεκριμένη μέθοδος να μην παράγει καθόλου ακριβή πρόβλεψη για το μέγεθος της ζήτησης, αλλά η διαίρεση της τιμής αυτής με την αντίστοιχη πρόβλεψη για το μεσοδιάστημα που έχει παραχθεί με την οποιαδήποτε μέθοδο πρόβλεψης και με χρήση οποιωνδήποτε παραμέτρων εξομάλυνσης να επιφέρει ακριβή πρόβλεψη. Γι αυτό το λόγο παρ' ότι μπορεί να αναφέρεται μεμονωμένα καλή πρόβλεψη για αριθμητή ή παρανομαστή των τιμών, ποτέ δεν εξετάζονται μόνες τους οι προβλέψεις για να ληφθεί απόφαση για την ακρίβεια η την πρόβλεψη γενικά.

Figure 27- MASE - Royal Air Force



## 6.4 Σύγκριση μεθοδολογίας στα διαφορετικά δεδομένα

Για να γίνει κάποια σύγκριση της απόδοσης της προτεινόμενης μεθοδολογίας μεταξύ των διαφορετικών χρονοσειρών θα πρέπει ο δείκτης που θα επιλεγεί να είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες των αντίστοιχων χρονοσειρών. Καθώς όμως οι ποσοστιαίοι δείκτες σφαλμάτων δεν γίνεται να εφαρμοστούν σε δεδομένα διακοπτόμενης ζήτησης λόγω της ύπαρξης των μηδενικών τιμών τους, θα αξιολογηθεί η ακρίβεια των μεθόδων στα διαφορετικά δεδομένα βάσει του δείκτη σφάλματος MASE, όπως επίσης θα γίνει και αναφορά των μεθόδων που εμφανίζονται ως πιο ακριβείς σε σχέση με τα χαρακτηριστικά των αντίστοιχων χρονοσειρών ανά τομέα με τον ίδιο δείκτη ως κριτήριο.

Αρχικά, σύμφωνα με όλους τους δείκτες σφάλματος που έχουν παρουσιαστεί και σύμφωνα με τις ελάχιστες τιμές που έχουν προκύψει ανά συνδυασμούς προκύπτει ο εξής πίνακας:

Best Method	Bias	Accuracy
Royal Air Force	$F_{\text{Demand}}$ : SES (a-opt)  $F_{\text{Intervals}}$ : Theta (a=0.2)	$F_{\text{Demand}}$ : SES (a=0.05)  $F_{\text{Intervals}}$ : Holt (a=0.05 b=0.02)
Automotive	$F_{\text{Demand}}$ : Damped (a=0.2 b=0.02 $\phi$ =0.5)  $F_{\text{Intervals}}$ : Damped (a=0.05 b=0.05 $\phi$ =0.5)	$F_{\text{Demand}}$ : SES (a=0.05)  $F_{\text{Intervals}}$ : SES (a=0.1)

Table 14- Πίνακας Συνδυασμών Μεθόδων που ελαχιστοποιούν τους δείκτες Σφάλματος

Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται στις παρατηρήσεις που σημειώθηκαν για την ακρίβεια αυτών των μεθόδων. Ο συνοπτικός αυτός πίνακας παρουσιάζεται για μία πιο σύντομη περιγραφή χωρίς όμως να συνεπάγεται γενίκευση ή ικανοποιητικό κριτήριο για την εξαγωγή συμπερασμάτων. Άλλωστε αυτές οι μέθοδοι παρουσιάζουν την ελάχιστη τιμή για τον αντίστοιχο δείκτη αλλά όχι την γενικότερη καλή απόδοση ανάλογα το εξεταστέο κριτήριο.

Συμπερασματικά, παρατηρείται ότι οι ελάχιστες τιμές για τους αντίστοιχους δείκτες, δίνονται για διαφορετικές μεθόδους πρόβλεψης του μεγέθους της ζήτησης και των αντίστοιχων μεσοδιαστημάτων ή με διαφορετική χρήση αντίστοιχων παραμέτρων εξομάλυνσης. Από την γενικότερη μεθοδολογία οι μέθοδοι που είχαν τα καλύτερα αποτελέσματα σύμφωνα με τους δείκτες ήταν οι: SES, DAMPED και THETA και στα δύο αρχεία, ενώ στα δεδομένα της Royal Air Force παρουσίασε καλή απόδοση η και η χρήση της μεθόδου HOLT. Η επίδραση των παραμέτρων εξομάλυνσης έχει παρουσιαστεί στις προηγούμενες παραγράφους και λόγω του πλήθους τους είναι δύσκολη η εξαγωγή συμπερασμάτων. Εν γένει επαληθεύεται η διαπίστωση ότι για πιο αραιά SKUs (sparse demand), δηλαδή μεγαλύτερα μεσοδιαστήματα στα οποία δεν εμφανίζεται ζήτηση και με τιμές του μεγέθους της ζήτησης μεγαλύτερες και με μεγαλύτερες διακυμάνσεις εν γένει η

χρήση παραμέτρων εξομάλυνσης μεγαλύτερων τιμών είναι πιο αποδοτική. Παράδειγμα με τέτοια δεδομένα είναι οι χρονοσειρές της Royal Air Force, στις οποίες αποδείχτηκε ενίοτε η εφαρμογή μεγαλύτερων τιμών παραμέτρων καλύτερη σχετικά με την προκατάληψη και την ακρίβεια, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι σε διάφορους συνδυασμούς δεν προτάθηκαν και μικρότερες τιμές τόσο για τις σταθερά εξομάλυνσης επιπέδου όσο και τάσης. Γεγονός είναι επίσης, ότι εν γένει χρησιμοποιηθήκαν μικρότερες τιμές των παραμέτρων εξομάλυνσης για παραγωγή ακριβέστερων προβλέψεων στα δεδομένα της αυτοκινητοβιομηχανίας τα οποία χαρακτηρίζονται από μικρότερες μεταβολές στα μεγέθη της ζήτησης όταν εμφανίζονται και την ύπαρξη λιγότερων μηδενικών.

Τέλος ακολουθεί διάγραμμα, στο οποίο φαίνεται το ύψος της τιμής του δείκτη MASE ανά συνδυασμό και ανά τομέα δεδομένων, για να αναδειχτεί η ακρίβεια του κάθε συνδυασμού συγκριτικά με τη μέθοδο naïve αν εφαρμοζόταν αντίστοιχα στα δεδομένα. Ουσιαστικά χρησιμοποιείται η εφαρμογή της μεθόδου naïve ως benchmark και για τα δύο διαφορετικής φύσης δεδομένα ώστε να προκύψει η μεταξύ τους σύγκριση.

Croston		Naïve	SMA	SES	Holt	Damped	Theta
IJF	Naïve						
RAF							
IJF	SMA						
RAF							
IJF	SES						
RAF							
IJF	Holt						
RAF							
IJF	Damped						
RAF							
IJF	Theta						
RAF							

Figure 28- Σύγκριση στα δεδομένα automotive - Royal Air Force

Από τον παραπάνω διάγραμμα, είναι εμφανής η καλύτερη ακρίβεια των ίδιων συνδυασμών όταν εφαρμόζονται στα δεδομένα της Royal Air Force παρά όταν εφαρμόζονται στα δεδομένα της αυτοκινητοβιομηχανίας. Εξαίρεση αποτελούν οι συνδυασμοί των απλών μεθόδων δηλαδή της απλοϊκή μεθόδου και του βέλτιστου μέσου όρου. Βέβαια δεν πρέπει να παραληφθεί και η αναφορά περισσότερων ιστορικών στοιχείων για τα δεδομένα της Royal Air Force, γεγονός πολύ σημαντικό για την παραγωγή των προβλέψεων και την εξαγωγή των συμπερασμάτων. Επίσης συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν και για επιλογή του καλύτερου συνδυασμού έχοντας καθολική εικόνα για την ακρίβεια που παρουσιάζει η κάθε μέθοδος πρόβλεψης ανά την εφαρμογή της στον κάθε πιθανό συνδυασμό.

## 7 Συμπεράσματα – Προοπτικές

### 7.1 Συμπεράσματα

Στα πλαίσια της παρούσης διπλωματικής εργασίας έχει γίνει προσπάθεια και μελέτη εμπειρικών δεδομένων με σκοπό της ανάδειξης της δυναμικότητας της μεθόδου Croston καθολικά. Η αποσύνθεση που προτείνεται σε αυτή τη μέθοδο είναι εξαιρετικής σημασίας και δεν μπορεί να αμφισβητηθεί η αποτελεσματικότητά της. Όντας αυτή η βάση λοιπόν και της έρευνας που πραγματοποιήθηκε, αξιολογήθηκαν συγκεκριμένοι δείκτες σφάλματος για σημαντικό πλήθος διαφορετικών προσεγγίσεων της. Η αποκλειστικότητα χρήσης της μεθόδου εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου με χρήση μίας σταθερής τιμής εξομάλυνσης έχει εν γένει αμφισβητηθεί. Σε συνδυασμό με την αποδεδειγμένη αισιοδοξία της κλασσικής μεθόδου Croston, η χρήση άλλων μεθόδων πρόβλεψης που είναι διαθέσιμες στη βιβλιογραφία αποτελεί μία καινοτόμο ιδέα που οδηγεί σε αξιόλογα συμπεράσματα ενώ ταυτόχρονα δημιουργεί ιδιαίτερα σημαντικές προοπτικές για περαιτέρω ενασχόληση και εξέλιξη της πρόβλεψης για δεδομένα που σχετίζονται με την διακοπτόμενη ζήτηση.

Η ερευνητική διαδικασία που υλοποιήθηκε, βασίστηκε στην εφαρμογή διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης πέρα από τη μέθοδο Single Exponential Smoothing. Όμως η διαφορετικότητα της μεθόδου δεν έγκειται μόνο στις διαφορετικές μεθόδους που χρησιμοποιήθηκαν όπως επίσης και στις διαφορετικές παραμέτρους που εξετάστηκαν. Αξιοπρόσεκτη είναι η επιλογή διαφορετικών συνδυασμών παραμέτρων για την εξαγωγή της τελικής πρόβλεψης. Μία σημαντική οπτική της δυναμικότητας της μεθοδολογίας της Croston είναι ότι προτείνεται για χρήση διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης για το μέγεθος του αριθμητή που αντιπροσωπεύει το μέγεθος της ζήτησης και για το μέγεθος του παρανομαστή που αντιπροσωπεύει το πλήθος των διαστημάτων που μεσολαβούν μέχρι την εμφάνιση της επόμενης μη μηδενικής ζήτησης. Πέρα από επιλογή διαφορετικής μεθόδου είναι εφικτή και η χρήση ίδιας μεθόδου για την τιμή της πρόβλεψης του μεγέθους της ζήτησης αλλά και των αντίστοιχων μεσοδιαστημάτων, με χρήση όμως διαφορετικών παραμέτρων που να προσομοιώνουν βέλτιστα τα δεδομένα της υπό εξέταση χρονοσειράς.

Κύριο συμπέρασμα από την παρούσα ερευνητική διπλωματική εργασία είναι ότι η μέθοδος Croston έχει ανεκμετάλλετες ιδιότητες η οποίες προσφέρονται για αξιοποίηση δεδομένης της μείζονος σημασίας της διακοπτόμενης ζήτησης στην αποθεματική πολιτική, στην πολιτική εφοδιασμού αλλά και σε διάφορες πτυχές της διαχείρισης μίας εταιρείας οι οποίες αντιπροσωπεύουν ένα πολύ σημαντικό μέρος του συνολικού κεφαλαίου κάθε επιχείρησης. Πιο συγκεκριμένα, υπάρχουν δύο κύριοι άξονες στους οποίους δομούνται τα γενικά συμπεράσματα από τις προσομοιώσεις των δεδομένων που υλοποιήθηκαν. Από την μία πλευρά υπάρχει η επίδραση της διαφορετικής μεθόδου πρόβλεψης που θα χρησιμοποιηθεί, ενώ από την άλλη δεν γίνεται να μην σχολιαστεί η επίδραση των τιμών των παραμέτρων στις τιμές πρόβλεψης που παράγονται. Είναι προφανές ότι και οι δύο αυτές επιδράσεις σχετίζονται ισχυρά μεταξύ τους καθώς προφανώς οι τιμές και η ύπαρξη των αντίστοιχων παραμέτρων εξαρτώνται από την επιλογή της μεθόδου πρόβλεψης. Τέλος, δεν πρέπει να παραληφθεί να αναφερθεί και η σημασία της διαφορετικής φύσης των υπό εξέταση δεδομένων. Κύριο χαρακτηριστικό και των δύο διαφορετικών τύπων χρονοσειρών στα οποία εφαρμόστηκε η διαφορετική αυτή προσέγγιση της Croston, είναι η ύπαρξη μηδενικών παρατηρήσεων. Το πλήθος όμως αυτών των μηδενικών, όπως επίσης και η

διαφορά του μεγέθους των παρατηρήσεων που παρουσιάζεται όταν δεν είναι μη μηδενικές έχουν μεγάλη επίδραση. Οι διαφορετικές τιμές των σφαλμάτων στους πίνακες που έχουν παρουσιαστεί στο προηγούμενο κεφάλαιο όπως επίσης και η συνολική διαφορετική απόδοση των ίδιων συνδυασμών από τις μεθόδους πρόβλεψης που έχουν πραγματοποιηθεί, αποδεικνύουν την ισχύ των προαναφερόμενων συμπερασμάτων.

Αναλυτικότερα, παρατηρήθηκε πως διαφορετικοί συνδυασμοί προβλέψεων στον παρανομαστή και στον αριθμητή είναι εν γένει μία καλή προσέγγιση ακόμα και όταν επρόκειτο απλά για αλλαγή των παραμέτρων εξομάλυνσης που χρησιμοποιούνται. Το γεγονός αυτό απορρέει λογικά αν ληφθεί υπόψη η διαφορετική φύση των δεδομένων του μεγέθους της ζήτησης και των χρονικών διαστημάτων που αυτή εμφανίζεται. Ως μεγέθη το ύψος της ζήτησης και το πλήθος των χρονικών διαστημάτων που δεν παρουσιάζεται ζήτηση θεωρούνται ανεξάρτητα, οπότε είναι λογικό να προσομοιώνονται καλύτερα από διαφορετικές μεθόδους, ή από μεθόδους με διαφορετικές παραμέτρους όπως αποδείχτηκε.

Ως τώρα, ενώ έχει μελετηθεί το φαινόμενο της διακοπτόμενης ζήτησης, είναι λίγες οι μελέτες που αντιμετωπίζουν το φαινόμενο αυτό με κάποια άλλη μέθοδο πέραν της εκθετικής εξομάλυνσης. Ο λόγος που προτείνεται αυτή η μέθοδος είναι διότι γίνεται η υπόθεση της σταθερότητας τόσο στις τιμές το μεγέθους της ζήτησης ή του ύψους της παραγγελίας όσο και στη περίοδο εμφάνισης της, δηλαδή του χρονικού διαστήματος που αυτή θα ζητηθεί. Όμως μία τέτοια υπόθεση σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να αποτελέσει βάση για την παραγωγή προβλέψεων και ούτε για την ανάπτυξη στρατηγικής της λειτουργίας μίας επιχείρησης. Σε αυτό το σημείο στηρίχτηκε και η ανάπτυξη της μεθοδολογίας και της διαφορετικής αυτής προσέγγισης.

Ξεκινώντας λοιπόν με πραγματικά δεδομένα από τον στρατιωτικό τομέα του Ηνωμένου Βασιλείου, δηλαδή δεδομένα για 5000 διαφορετικά SKUs από την Royal Air Force, αποδείχθηκε πως υπάρχουν διάφοροι δυνατοί συνδυασμοί που παράγουν καλύτερα από αποτελέσματα τόσο σε επίπεδο ακρίβειας όσο και προκατάληψης από την εφαρμογή εκθετικής εξομάλυνσης σταθερού επιπέδου με σταθερή παράμετρο εξομάλυνσης. Συγκεκριμένα πολύ καλές προβλέψεις παρήγαγαν διάφοροι συνδυασμοί της Holt για τον παρανομαστή με άλλες μεθόδους για τον αριθμητή όπως επίσης και της μεθόδου Theta. Για τον αριθμητή η καλύτερη μέθοδος φαίνεται να είναι η s Single Exponential Smoothing, χωρίς όμως αυτό να σημαίνει ότι δεν παρουσιάζουν και άλλες μέθοδοι παρεμφερή αποτελέσματα. Αντιθέτως για τα δεδομένα της αυτοκινητοβιομηχανίας οι ίδιοι συνδυασμοί δεν παρήγαγαν πιο βελτιωμένα αποτελέσματα από ότι θα εμφάνιζε η Croston. Πολύ καλή απόδοση παρουσίασε η μέθοδος Damped σε συνδυασμούς με τη ίδια (αλλά με διαφορετικές παραμέτρους) αλλά και με τη μέθοδο Theta. Θα ήταν επιπόλαιη η εξαγωγή συμπεράσματος για καλύτερη μέθοδο πρόβλεψης αντί της Single Exponential Smoothing, βασιζόμενοι απλά στα συγκεκριμένα αποτελέσματα που παρουσιάζονται. Το σημαντικό συμπέρασμα που προκύπτει είναι η δυνατότητα εναλλακτικών επιλογών και τα περιθώρια βελτίωσης, παρά η καθιέρωση μία συγκεκριμένης μεθόδου. Ενδιαφέρον βέβαια θα παρουσίαζε η επιλογή μίας συγκεκριμένης μεθόδου που θα εξαρτάται από την αναγνώριση συγκεκριμένων χαρακτηριστικών σε κάθε χρονοσειρά διακοπτόμενης ζήτησης. Αυτό όμως είναι πεδίο για περισσότερη μελέτη και ενασχόληση. Το συμπέρασμα που μπορεί με ασφάλεια να προκύψει όμως είναι πως η χρήση και άλλων μεθόδων εκθετικής εξομάλυνσης όπως και του μοντέλου Theta, για πρόβλεψη πέρα από την εκθετική εξομάλυνση σταθερού επιπέδου μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερα αποτελέσματα.



Ένα άλλο αξιολογικό συμπέρασμα είναι η διαπίστωση ότι η μέθοδος Theta, παρότι δεν εμφανίζει την ελάχιστη τιμή του κάποιου σφάλματος σε κάποιο συγκεκριμένο κριτήριο γενικότερα παρουσιάζει σταθερά, αρκετά καλά αποτελέσματα για την ακρίβεια αλλά και για την προκατάληψη και στα δύο δεδομένα. Υπάρχουν διακυμάνσεις ανάλογα την τιμή της παραμέτρου εξομάλυνσης, όμως η γενική συμπεριφορά της έχει το βασικό χαρακτηριστικό της σταθερότητας. Η σταθερότητα σφάλματος σε μία μέθοδο είναι σχετική προφανώς, καθώς αν επρόκειτο απλά για ένα διαρκές σφάλμα σταθερής τιμής απλά θα εξαλειφόταν. Αλλά το γεγονός ότι δεν παρουσιάζει μεγάλες αποκλίσεις από τις πραγματικές τιμές της χρονοσειράς είναι βασικό πλεονέκτημα της αντίστοιχης μεθόδου.

Σχετικά με τις παραμέτρους εξομάλυνσης, παρατηρείται σημαντική αλλαγή στην τιμή των δεικτών σφάλματος για χρήση ακριβώς ίδιου συνδυασμού των μεθόδων αλλά με μία μικρή μεταβολή στην αντίστοιχη παράμετρο. Γενικότερα για τις μεθόδους πρόβλεψης που έχουν δύο παραμέτρους εξομάλυνσης όπως είναι η Damped και η Holt, προτιμούνται μικρότερες τιμές για την παράμετρο εξομάλυνσης της τάσης - b, της τάξης του 0.02, ενώ για τις τιμές της παραμέτρου εξομάλυνσης του επιπέδου - α, τα αποτελέσματα εξαρτώνται από τη φύση των δεδομένων. Για τα δεδομένα της Royal Air Force, οι καλύτερες τιμές της παραμέτρου α είναι πιο μεγάλες της τάξης του 0.1 ή και 0.2 για τη Single Exponential Smoothing και Theta. Αντίθετα για τα δεδομένα της automotive, οι καταλληλότερες τιμές για την παράμετρο εξομάλυνσης του επιπέδου, οι καλύτερες τιμές είναι μικρότερες του 0.1. Επίσης, ένα άλλο συμπέρασμα που προκύπτει είναι η ενδεχόμενη μείωση της προκατάληψης ή αύξηση της ακρίβειας για χρήση ίδιας μεθόδου αλλά με διαφορετικές μεθόδους εξομάλυνσης για την πρόβλεψη του μεγέθους της ζήτησης και άλλη παράμετρο για την πρόβλεψη του αντίστοιχου μεσοδιαστήματος που απαιτείται για την εμφάνιση της.

Τέλος, παρατηρώντας προσεκτικά τα αποτελέσματα, κρίνεται σκόπιμη η αναφορά της απόδοσης των πιο απλών μεθόδων όπως είναι η μέθοδος naïve και η μέθοδος του μέσου όρου βέλτιστου μήκους για πρόβλεψη. Γενικά δεν παρουσιάζουν κάποια εξεζητημένα μικρά σφάλματα όμως ο συνδυασμός μεταξύ τους όπως επίσης και με την μέθοδο Single Exponential Smoothing σχηματίζει μία ενδιαφέρουσα προσέγγιση για ένα γρήγορο και εύκολο τρόπο πρόβλεψης. Γενικά, οι μέθοδοι αυτοί χρησιμοποιούνται συχνά ως μέτρο σύγκρισης για την απόδοση άλλων μεθόδων. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι κυρίως η ευκολία στον υπολογισμό της πρόβλεψης. Έτσι κρίνεται σημαντική η διαπίστωση αυτή, για να είναι δυνατή η άμεση διαμόρφωση μίας πρόχειρης εικόνας σχετικά με το ύψος της πρόβλεψης που αναμένεται.

## 7.2 Προοπτικές

Η εναλλακτική αυτή προσέγγιση της υπάρχουσας μεθοδολογίας και η εξέταση μεγάλου πλήθους παραμέτρων που επηρεάζουν ιδιαίτερα τις προβλέψεις αλλά και κατ' επέκταση σημαντικό μέρος της αγοράς και της επιχειρηματικής δραστηριότητας ανοίγει διάφορα πεδία για περεταίρω μελέτη και ενασχόληση.

Αρχικά εξετάζοντας αποκλειστικά τις εναλλακτικές μεθόδους πρόβλεψης και τη δυνατότητα επιλογής μεταξύ ενός μεγάλου εύρους δυνατών συνδυασμών, αμέσως γεννάται το ερώτημα ποιος είναι ο καλύτερος συνδυασμός και ποια είναι τα πλέον σωστά κριτήρια επιλογής τους. Προφανώς η απάντηση σε ένα τέτοιο ερώτημα δεν είναι μονοσήμαντη. Όμως η δυνατότητα περεταίρω εξέτασης του θέματος έτσι ώστε να ακολουθείται μία συγκεκριμένη

μεθοδολογία για την εύρεση της απάντησης σε ένα τέτοιο ερώτημα είμαι μία πρόκληση που δημιουργείται.

Πριν όμως προταθεί η οποιαδήποτε μεθοδολογία, πρέπει να ακολουθήσει και άλλη αξιολόγηση των διαφορετικών αυτών συνδυασμών. Έως τώρα έχει αξιολογηθεί αυτή η μεθοδολογία σε 8000 SKUs από δύο διαφορετικούς τομείς. Προφανώς η εξαγωγή έγκυρων συμπερασμάτων προϋποθέτει την εφαρμογή των μεθόδων, σε περισσότερα δεδομένα και διαφορετικής φύσης για να υπάρξει περισσότερη πληροφορία και πληρότητα. Όμως με αυτά τα δεδομένα, θα παρουσίαζε ιδιαίτερο ενδιαφέρον η εύρεση συγκεκριμένων βημάτων, βάσει των οποίων θα γινόταν η αναγνώριση σημαντικών χαρακτηριστικών τόσο στην χρονοσειρά της ζήτησης όσο και των αντίστοιχων μεσοδιαστημάτων. Αυτά τα κύρια χαρακτηριστικά θα υπαγορεύουν και τη χρήση της αντίστοιχης μεθόδου για την εξαγωγή της πρόβλεψης που θα τοποθετηθεί στον αριθμητή ή στον παρανομαστή αντίστοιχα για την εξαγωγή της τελικής πρόβλεψης. Επίσης μία άλλη συσχέτιση που θα ήταν ενδιαφέρουσα, είναι η επιλογή των τιμών των σταθερών εξομάλυνσης, ομοίως βάσει κάποιων χαρακτηριστικών των χρονοσειρών, αν και σε αυτό το τομέα έχουν διεξαχθεί ήδη αρκετές μελέτες. Όπως φάνηκε από τις αντίστοιχες προσομοιώσεις, η χρήση των παραμέτρων εξομάλυνσης είναι καθοριστικής σημασίας για την εξαγωγή της πρόβλεψης, διότι ουσιαστικά αλλάζει το βάρος που δίνεται σε διαφορετικά μεγέθη, η σύνθεση και των οποίων παράγει την τελική πρόβλεψη. Συνεπώς η επιλογή ακόμα και ενός εύρους για τις τιμές των παραμέτρων διευκολύνει την διαδικασία της πρόβλεψης, αλλά ταυτόχρονα βελτιώνει σημαντικά τα αποτελέσματα της.

Στα πλαίσια της εφαρμογής και άλλων μεθόδων πρόβλεψης διατηρώντας τη φιλοσοφία που εισήγαγε ο Croston και σε διάφορες άλλες χρονοσειρές αρκετών SKUs για την εξαγωγή συμπερασμάτων, θα ήταν ορθή και η επιλογή διαφορετικών μεθόδων αρχικοποίησης τόσο το επίπεδο όσο και της τάσης. Επίσης ενδιαφέρον θα παρουσίαζε η εύρεση του βαθμού επίδρασης της διαφορετικής αρχικοποίησης στο αποτέλεσμα της πρόβλεψης σχετικά με την διακοπτόμενη ζήτηση. Σε αυτήν την διπλωματική εργασία, προτάθηκε και έγινε η χρήση των συντελεστών της γραμμικής παλινδρόμησης, εκείνων που ελαχιστοποιούν το αντίστοιχο μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Όμως προφανώς υπάρχουν διάφοροι τρόποι που ίσως οδηγούν σε βελτίωση. Η επιλογή της αντίστοιχης αρχικοποίησης δεν γίνεται να είναι ανεξάρτητη από τη φύση των δεδομένων και των διαθέσιμων πληροφοριών.

Στη βιβλιογραφία, είναι εύκολη η εύρεση πληροφοριών σχετικών με το εύρος των τιμών που μπορεί να λάβει η σταθερά εξομάλυνσης για το επίπεδο των μεθόδων εκθετικής εξομάλυνσης. Για παράδειγμα, συγκεκριμένα για τα δεδομένα διακοπτόμενης ζήτησης, ενδείκνυται τιμές για την αντίστοιχη παράμετρο από 0.05 έως και 0.3 αν τα δεδομένα είναι αρκετά αραιά. Όμως για τις άλλες δύο παραμέτρους εξομάλυνσης της τάσης αλλά και διόρθωσης της εξομάλυνσης δεν υπάρχουν πληροφορίες. Η αιτία αυτού του γεγονότος είναι η αποκλειστική ενασχόληση της κοινότητας των προβλέψεων με τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης όσον αφορά την διακοπτόμενη ζήτηση. Τελευταία, υπάρχει η τάση εξέτασης και χρήσης άλλων μεθόδων. Οπότε, η μελέτη αυτών των τιμών και η κατηγοριοποίηση τους ανάλογα με το εύρος των τιμών που λαμβάνουν και τα αποτελέσματα που παράγουν παρουσιάζει ομοίως ενδιαφέρον. Η μελέτη των παραμέτρων εξομάλυνσης βέβαια θα μπορούσε να μελετηθεί εντονότερα και στα πλαίσια της βελτιστοποίησης τους, βασιζόμενοι στο κριτήριο ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Ήδη έχει αναφερθεί στην παρούσα διπλωματική εργασία, η εφαρμογή αλγορίθμων εύρεσης των βέλτιστων τιμών

παραμέτρων σε ένα συγκεκριμένο εύρος τιμών προς την καλύτερη προσομοίωση των δεδομένων. Έχοντας διαθέσιμα περισσότερες παρατηρήσεις ανά χρονοσειρά αλλά και δεδομένα για περισσότερα SKUs θα μπορούσε να επαληθευτεί η να αξιολογηθεί και η κατανομή των τιμών των βέλτιστων παραμέτρων ανά ορισμένα διαστήματα για τα διαφορετικής φύσης δεδομένα. Προφανώς αυτή η διαδικασία προτείνεται να πραγματοποιηθεί για όλες τις παραμέτρους.

Από την παρούσα διπλωματική εργασία δεν θα μπορούσε κανείς να γενικεύσει και να χρησιμοποιήσει κάποιο συγκεκριμένο διαφορετικό συνδυασμό και να υποστηρίξει με αυτόν τον τρόπο την παραγωγή καλύτερων προβλέψεων. Αποτελεί μία πειραματική προσέγγιση μίας διαφορετικής μεθοδολογίας που στηρίζεται σε μία αποδεδειγμένη μέθοδο. Ουσιαστικά αποτελεί προσπάθεια απόδειξης ύπαρξης μία βελτίωσης υπάρχουσας μεθόδου. Η σημασία μίας εν λόγω μελέτης όμως δεν είναι μόνο η ερευνητική εμβάθυνση σε νέες δυνατότητες που παρέχονται αλλά η βελτίωση του σχεδιασμού παραγωγικής διαδικασίας και της εφοδιαστικής αλυσίδας, όπου βρίσκει εφαρμογή οι διακοπτόμενη ζήτηση. Οι όροι αυτοί αποτελούν ξεχωριστό επιστημονικό πεδίο που μελετούνται ιδιαίτερα σε ερευνητικό επίπεδο για την βελτίωση τους, λόγω του σημαντικού κέρδους που αυτή συνεπάγεται. Αν ληφθεί υπόψη ο ρόλος που η πρόβλεψη διαδραματίζει σε αυτούς του τομείς, γίνεται εύκολα αντιληπτή η σύνδεση την πρόβλεψης με τη δυναμική του κέρδους. Αυτή η διαπίστωση όμως είναι μία άλλη προοπτική της πρόβλεψης, η οποία δεν έχει μετρηθεί με κάποιους δείκτες και δεν έχει αξιολογηθεί στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας αλλά και στη συνολικότερη βιβλιογραφία. Η ακρίβεια και η προκατάληψη είναι σημαντικοί δείκτες που υποδεικνύουν και συχνά επιβάλλουν τον χαρακτηρισμό καλής ή κακής πρόβλεψης. Όμως, όταν οι προβλέψεις επηρεάζουν την πραγματική ζωή και διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην λήψη αποφάσεων που συχνά κοστίζουν από εκατομμύρια ως και τη ζωή διάφορων επενδύσεων, τότε γίνεται αντιληπτό πως δεν είναι δυνατόν μία πρόβλεψη να κρίνεται καλή ή κακή αποκλειστικά με δείκτες ακρίβειας και γραφικές παραστάσεις. Συνεπώς ένα πολύ σημαντικό μέρος που αφήνεται για περαιτέρω μελέτη και ενασχόληση είναι η σύνδεση του κόστους που συνεπάγεται από τη χρήση των προβλέψεων στην αποθεματική πολιτική που εφαρμόζεται σχετικά με την διακοπτόμενη ζήτηση. Το κόστος αυτό μπορεί να είναι από κόστος αποθήκευσης, μεταφοράς έως και κόστος απαρχαίωσης των προϊόντων το οποίο είναι έμμεσο αλλά αρκετά σημαντικό. Μία άλλη μορφή κόστους που συνεπάγεται μία λάθος απόφαση είναι το επανομαζόμενο ill - will. Μία λάθος εκτίμηση της προβλεπόμενης ζήτησης μπορεί να οδηγήσει σε μεγαλύτερη παραγγελία από την ζήτηση οπότε και να προκαλέσει την αύξηση του κόστους αποθήκευσης ή μεταφοράς ή ακόμα και την ύπαρξη καθαρής ζημίας αν το εμπόρευμα δεν γίνεται να αποθηκευτεί. Αυτή είναι η σύνδεση της πρόβλεψης με την ύπαρξη το άμεσου κόστους. Ένα έμμεσο κόστος όμως που μπορεί να επέλθει και φαίνεται σημαντικό είναι η μη ικανοποίηση των πελατών. Αν προβλεφθεί μεγαλύτερη ζήτηση από την αναμενόμενη τότε το κόστος μετριέται σε κόστος αποθήκευσης ή μεταφοράς. Αν όμως προβλεφθεί μικρότερη ζήτηση από αυτήν που πραγματικά θα πραγματοποιηθεί, τότε το κόστος μετριέται σε απώλεια πελατών και η τιμή του μπορεί να είναι από πολύ μικρή που σε αυτήν την περίπτωση ταυτίζεται με την τιμή του προϊόντος που δεν πουλήθηκε αλλά μπορεί είναι και άπειρη, αν αυτός ο πελάτης δεν ξανά διαλέξει ποτέ το εν λόγω προϊόν. Αυτή είναι και η έννοια του ill - will. Συνεπώς μία άλλη παράμετρος βάσει της οποίας καλείται να αξιολογηθεί η εκάστοτε πρόβλεψη είναι το επίπεδο ικανοποίησης των πελατών ή Service Cycle Level. Εν γένει ο τρόπος αξιολόγησης της πρόβλεψης σύμφωνα με αυτό το κριτήριο είναι ο ορισμός ενός συγκεκριμένου ποσοστιαίου επιπέδου της τάξης του 98% και η παραγωγή προβλέψεων με γνώμονα αυτό. Η επιλογή των κριτηρίων βάσει των οποίων θα

παραχθούν και θα αξιολογηθούν οι αντίστοιχες προβλέψεις εξαρτώνται σημαντικά από το στόχο της κάθε επιχείρησης, από τη στρατηγική της και από τον λόγο για τον οποίο χρειάζεται η πρόβλεψη. Συνεπώς μία άλλη προοπτική είναι η εύρεση νέων κριτηρίων για την αξιολόγηση των μεθόδων, δεδομένων των διαφορετικών πολιτικών και στόχων της κάθε παραγωγικής δραστηριότητας.

Όμως, όποια και να είναι η χρήση της πρόβλεψης δεν πρέπει σε καμία περίπτωση να θεωρείται ένα απομονωμένο κομμάτι μελέτης που αξιολογείται αποκλειστικά με στατιστικούς δείκτες. Η πρόβλεψη κατέχει, ίσως ασυναίσθητα, πολύ μεγάλο ρόλο στην καθημερινή ζωή μας. Όμως οι διαστάσεις που λαμβάνει η σημασία της όταν επρόκειτο για αγορά και χρηματικές μονάδες είναι πολύ μεγαλύτερες. Γι αυτό το λόγο πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όλοι οι παράγοντες που την επηρεάζουν και επηρεάζει. Το πρόβλημα που εμφανίζεται είναι ότι δεν είναι πάντα εφικτή η ποσοτικοποίηση όλων των παραγόντων ή η άμεση συσχέτιση μαζί τους ή ακόμα και η ενσωμάτωση τους στις μεθόδους που εφαρμόζονται. Όμως αυτή η διαπίστωση είναι τόσο πρόβλημα όσο και πρόκληση για όλους τους ερευνητές που δραστηριοποιούνται στο πεδίο των προβλέψεων και για τα πρόσωπα που τις χρησιμοποιούν.

## 8. Βιβλιογραφία

- Abraham B. Temporal aggregation and time series (1982). "International Statistical Review 50:285–91".
- Ali M.M., Boylan J.E. (2011) "On the effect of non-optimal forecasting methods on supply chain downstream demand". IMA Journal of Management Mathematics
- Altay N., Rudisill F., Litteral LA. (2007) "Adapting Wright's modification of Holt's method to forecasting intermittent demand". International Journal of Production Economics 111:389–408.
- Aris A. Syntetos, Konstantinos Nikolopoulos, John E. Boylan, (2010) "Judging the judges through accuracy-implication metrics: The case of inventory forecasting".
- Babai Z. M. , Ali M. M., Nikolopoulos K., (Dec 2012), "Impact of temporal aggregation on stock control performance of intermittent demand estimators: empirical analysis". Omega, , Volume: 40 Issue: 6 pp.713-721
- Babai M.Z., Syntetos A.A., Teunter R. (2011) "Intermittent demand estimators: empirical performance and sensitivity to the smoothing constants used". Working paper 138-11. France :BEM—Bordeaux Management School.
- Babai, M. Z., Syntetos, A.A. , Dallery Y. and Nikolopoulos, K. (2009) "Continuous Review Inventory Control Systems with Non- Stationary Demand and Lead Time uncertainty: Analysis and Empirical Investigation", International Journal of Production Research, Vol. 47, No. 9, pp. 2461-2483.
- Boylan J.E., Syntetos A.A. (2007) "The accuracy of a modified croston procedure." International Journal of Production Economics;107:511–7.
- Boylan J.E., Syntetos A.A. (2009), "Spare parts management: a review of forecasting research and extensions". IMA Journal of Management Mathematics.
- Boylan J.E., Syntetos A.A., (2010), "Spare parts management: a review of forecasting research and extensions". IMA Journal of Management Mathematics, 21, 227-237.
- Burgin, T.A. and Wild, A.R., (1967), "Stock control experience and usable theory. Operational Research Quarterly", 18, 35-52.
- Chatfield, D.C. and Hayya, J.C., (2007), "All-zero forecasts for lumpy demand: a factorial study". International Journal of Production Research, 45, 935-950.
- Croston, J.D., (1972)." Forecasting and stock control for intermittent demand." Operational Research Quarterly, 23, 289-303.
- Dangerfield B.J., Morris J.S. (1992) "Top-down or bottom-up: aggregate versus disaggregate extrapolations." International Journal of Forecasting;8:233–41.
- Dunn D., Williams W., DeChaine T. (1976) "Aggregate versus subaggregate models in local area forecasting". Journal of the American Statistical Association;71:68–71.

- E. Hanke Dean W. Wichern , “Business Forecasting”, John Pearson International Edition.
- Eaves, A. and Kingsman, B.G., (2004). “Forecasting for ordering and stock holding of spare parts”. *Journal of the Operational Research Society*, 55, 431-437.
- Eugene L. Magad John M. Amos. “Total Materials Management – Achieving Maximum Profits Through Materials/ Logistics Operations”, *Materials Management/ Logistics Series*.
- Fildes, R., Nikolopoulos, K., Crone, S. and Syntetos, A.A., (2008). “Forecasting and operational research: a review”. *Journal of the Operational Research Society*, 59, 1150-1172.
- Gutierrez, R.S., Solis, A.O. and Mukhopadhyay, S., (2007). “Lumpy demand forecasting using neural networks”. *International Journal of Production Economics*, 111, 409-420.
- Hyndman, R. J. and Koehler A. B. (2006). "Another look at measures of forecast accuracy." *International Journal of Forecasting* volume 22 issue 4, pages 679-688.
- Jeffrey Jarret Gutenberg “Μέθοδοι Πρόβλεψης”.
- Johnston, F.R., Boylan, J.E. and Shale, E.A., (2003). “An examination of the size of orders from customers, their characterization and the implications for inventory control of slow moving items”. *Journal of the Operational Research Society*, 54, 833-837.
- Kahn K.B. (1998) “Revisiting top-down versus bottom-up forecasting”. *The Journal of Business Forecasting Methods & Systems*;17:14–8.
- Lapid L. (1998) “New developments in business forecasting”. *The Journal of Business Forecasting Methods & Systems*;17:28–9.
- Lee T.S., Cooper FW, Adam Jr. EE(1993). “The effects of forecasting errors on the total cost of operations”. *OMEGA: The International Journal of Management Science*;21:541–50.
- Nikolopoulos K., Syntetos A.A., Boylan J.E., Petropoulos F., Assimakopoulos V.(2011) “An aggregate disaggregate intermittent demand approach (ADIDA) to forecasting: an empirical proposition and analysis”. *Journal of the Operational Research Society*;62:544–54.
- Petropoulos F., Nikolopoulos K. , Assimakopoulos V.,(2008). “An evaluation of the accuracy of intermittent demand forecasting approaches”. *Proceedings of the 28th International Symposium on Forecasting, Nice (France)*
- Quintana, R. and Leung, M.T., (2007). “Adaptive exponential smoothing versus conventional approaches for lumpy demand forecasting: case of production planning for a manufacturing line”. *International Journal of Production Research*, 45, 4937-4957.

- Sani, B. and Kingsman, B.G., (1997). "Selecting the best periodic inventory control and demand forecasting methods for low demand items". *Journal of the Operational Research Society*, 48, 700-713.
- Sani, B., (1995). "Periodic inventory control systems and demand forecasting methods for low demand items." Unpublished PhD thesis, Lancaster University, UK.
- Schultz, C.R., (1987). "Forecasting and inventory control for sporadic demand under periodic review." *Journal of the Operational Research Society*, 38, 453-458.
- Shenstone, L. and Hyndman, R.J., (2005). "Stochastic models underlying Croston's method for intermittent demand forecasting". *Journal of Forecasting*, 24, 389-402.
- Spyros Makridakis, Steven C. Wheelwright Rob J. Hyndman, "Forecasting Methods and Applications "
- Syntetos, A.A. and Boylan, J.E., (2001). "On the bias of intermittent demand estimates. *International Journal of Production Economics*", 71, 457-466.
- Syntetos, A.A. and Boylan, J.E., (2005). "The accuracy of intermittent demand estimates". *International Journal of Forecasting*, 21, 303-314.
- Syntetos, A.A. and Boylan, J.E., (2006). "On the stock-control performance of intermittent demand estimators". *International Journal of Production Economics*, 103, 36-47.
- Syntetos, A.A. and Boylan, J.E., (2010). "On the variance of intermittent demand estimates". *International Journal of Production Economics*, 128, 546-555.
- Syntetos, A.A., (2001). "Forecasting of intermittent demand. Unpublished PhD thesis" , Brunel University – Buckinghamshire New University, UK.
- Syntetos, A.A., Babai, M.Z. and Altay, N. (2011). "On the demand distributions of spare parts". *International Journal of Production Research*
- Teunter, R. and Sani, B., (2009). "On the bias of Croston's forecasting method." *European Journal of Operational Research*, 194, 177-183.
- Teunter, R., Syntetos, A.A. and Babai, M.Z. (2011). "Intermittent demand: linking forecasting to inventory obsolescence", *European Journal of Operational Research*, Vol. 214, pp. 606-615.
- Teunter, R.H. and Duncan, L., (2009). "Forecasting intermittent demand: a comparative study." *Journal of the Operational Research Society*, 60, 321-329.
- Viswanathan S., Widiarta H., Piplani R. (2009) "Forecasting aggregate time series with intermittent subaggregate components: top-down versus bottom-up forecasting". *IMA Journal of Management Mathematic*;19:275–87.
- Widiarta H., Viswanathan S., Piplani R. (2009) "Forecasting aggregate demand: an analytical evaluation of top-down versus bottom-up forecasting in a production planning framework." *International Journal of Production Economics*;118:87–94.

- Willemain T.R., Smart C.N., Schwarz H.F.(2004), "A new approach to forecasting intermittent demand for service parts inventories". *International Journal of Forecasting* 20:375–87.
- Zotteri G, Kalchschmidt, Caniato F. The impact of aggregation level on forecasting performances. *International Journal of Production Economics* 2005;93:479–91.
- Φώτιος Πετρόπουλος, Βασίλειος Ασημακόπουλος 2011, "Επιχειρησιακές Προβλέψεις". εκδόσεις συμμετρία, Αθήνα



## 9. Παράρτημα

### 1. Παράθεση Πινάκων

Παρουσιάζονται οι αναλυτικοί πίνακες των σφαλμάτων για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς μεταξύ των διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης. Αναλυτικά παρατίθενται αρχικά οι πίνακες των αντίστοιχων σφαλμάτων για τα αρχεία από την αυτοκινητοβιομηχανία και παρουσιάζονται ανά 2 σελίδες ο κάθε ένας λόγω των μεγάλων διαστάσεων. Τα σφάλματα που αντιπροσωπεύονται είναι:

- Mean (Mean Error) – Automotive
- Mean (Mean Absolute Error) – Automotive
- Mean (Mean Squared Error) – Automotive
- Median (Mean error) – Automotive
- Median (Mean Absolute Error) – Automotive
- Mean (Geometrical Root Mean Squared Error) – Automotive
- Mean (Mean Absolute Scaled Error) – Automotive

Και ομοίως ακολουθούν οι τιμές των δεικτών σφαλμάτων για τα δεδομένα της Royal Air Force:

- Mean (Mean Error) – Royal Air Force
- Mean (Mean Absolute Error) – Royal Air Force
- Mean (Mean Squared Error) – Royal Air Force
- Median (Mean error) – Royal Air Force
- Median (Mean Absolute Error) – Royal Air Force
- Mean (Geometrical Root Mean Squared Error) – Royal Air Force
- Mean (Mean Absolute Scaled Error) – Royal Air Force

### 2. Παρουσίαση Κώδικα

Για την εκτέλεση των πειραμάτων και τον υπολογισμό των αποτελεσμάτων αναπτύχθηκαν οι αντίστοιχοι αλγόριθμοι στη γλώσσα προγραμματισμού: Studio Visual Basic 8. Για την πληρότητα της εργασίας, παρατίθενται οι σημαντικές αλγοριθμικές διαδικασίες στο δεύτερο μέρος του παραρτήματος.

Ακολουθεί το πρώτο μέρος. (Μέρος 1<sup>ο</sup>)

**Table 15- mean (Mean Error) - automotive (1/2)**

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha - opt$	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
IJF		Naïve	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naïve		-0,711	-0,912	1,412	0,132	-0,625	-0,649	-18,940	-14,803	-11,214	9,499
SMA	k - opt	-0,317	-0,511	1,613	0,438	-0,249	-0,263	-1,475	-13,035	-9,860	9,447
SES	$\alpha=0,05$	-4,409	-4,783	-0,627	-2,893	-4,258	-4,312	-37,954	5,438	-23,488	12,462
SES	$\alpha=0,1$	-1,539	-1,788	0,951	-0,552	-1,446	-1,475	-23,262	-18,321	-14,000	10,179
SES	$\alpha = 0,2$	-0,567	-0,771	1,482	0,239	-0,493	-0,512	-18,134	-14,154	-10,724	9,523
SES	$\alpha - opt$	-0,458	-0,653	1,542	0,330	-0,383	-0,402	-17,498	-13,638	-10,324	9,476
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	3,166	3,115	3,560	3,307	3,172	3,176	0,306	0,890	1,321	5,724
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	2,982	2,924	3,456	3,154	2,990	2,995	-0,566	0,179	0,744	5,979
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	2,751	2,685	3,332	2,967	2,764	2,766	-1,858	-0,853	-0,049	6,177
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	3,739	5,241	4,808	4,967	4,779	4,697	7,271	6,676	6,370	-0,637
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	8,773	9,509	7,374	8,732	9,350	9,301	24,822	21,228	18,939	-9,243
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	-4,567	-4,782	-0,981	-3,182	-4,335	-4,282	-27,377	-22,643	-19,505	20,180
Holt	$\alpha-opt$ $b-opt$	-0,451	-0,629	1,580	0,374	-0,346	-0,370	-17,735	-13,834	-10,410	8,782
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	0,094	-0,091	1,839	0,770	0,147	0,136	-14,836	-11,469	-8,593	8,982
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	-0,173	-0,367	1,689	0,550	-0,114	-0,126	-16,041	-12,459	-9,405	9,337
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	-0,367	-0,564	1,585	0,395	-0,300	-0,315	-16,989	-13,230	-10,017	9,506
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	0,083	-0,102	1,833	0,761	0,137	0,125	-14,883	-11,508	-8,625	8,997
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	-0,184	-0,378	1,683	0,541	-0,124	-0,137	-16,092	-12,501	-9,439	9,350
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	-0,373	-0,570	1,582	0,391	-0,306	-0,321	-17,020	-13,254	-10,036	9,508
Damped	$\alpha-opt$ $b-opt$ $\phi-opt$	-0,483	-0,678	1,531	0,312	-0,406	-0,427	-17,659	-13,767	-10,418	9,444
Theta	$\alpha=0,05$	-1,470	-1,713	0,994	-0,490	-1,376	-1,407	-22,856	-17,995	-13,745	10,065
Theta	$\alpha=0,1$	-0,507	-0,707	1,531	0,302	-0,429	-0,453	-18,118	-14,118	-10,633	9,149
Theta	$\alpha=0,2$	0,057	-0,117	1,844	0,765	0,126	0,105	-15,295	-11,812	-8,791	8,636
Theta	$\alpha-opt$	-2,237	-2,462	0,622	-1,057	-2,079	-2,124	-26,790	-21,148	-16,158	10,311

mean (Mean Error) - automotive (2/2)

$\alpha=0,1$ $b=0,05$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	$\alpha\text{-opt}$ $b\text{-opt}$	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha\text{-opt}$ $b\text{-opt}$ $\varphi\text{-opt}$	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha\text{-opt}$
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
5,294	0,459	-4,635	-1,258	-0,952	-0,788	-1,244	-0,941	-0,785	-0,754	-0,045	-0,866	-1,528	0,008
5,443	0,868	-3,994	-0,834	-0,549	-0,395	-0,821	-0,538	-0,391	-0,357	0,284	-0,471	-1,075	0,340
5,438	-2,730	11,317	-5,398	-4,857	-4,563	-5,375	-4,838	-4,557	-4,496	-3,214	-4,663	-5,843	-3,130
5,331	-0,262	-6,162	-2,197	-1,836	-1,641	-2,181	-1,823	-1,637	-1,596	-0,759	-1,721	-2,499	-0,696
5,372	0,615	-4,411	-1,109	-0,810	-0,649	-1,096	-0,799	-0,646	-0,613	0,071	-0,727	-1,367	0,128
5,398	0,728	-4,195	-0,980	-0,689	-0,534	-0,967	-0,679	-0,531	-0,501	0,165	-0,614	-1,240	0,220
4,678	3,549	2,299	3,049	3,112	3,147	3,052	3,114	3,147	3,158	3,282	3,118	2,995	3,310
4,756	3,425	1,966	2,843	2,919	2,959	2,847	2,921	2,960	2,972	3,123	2,927	2,779	3,152
4,781	3,232	1,560	2,585	2,675	2,724	2,589	2,678	2,725	2,738	2,926	2,691	2,508	2,954
1,368	3,352	5,924	5,403	5,146	4,777	5,396	5,138	4,765	3,967	4,638	4,789	4,638	4,166
-2,075	5,788	14,888	10,166	9,732	9,448	10,148	9,717	9,440	9,182	8,771	9,662	10,273	8,575
10,310	-0,302	11,397	-5,306	-4,782	-4,523	-5,282	-4,764	-4,518	-4,484	-3,425	-4,868	-5,946	-3,138
4,937	0,525	-4,113	-0,942	-0,658	-0,505	-0,930	-0,648	-0,502	-0,472	0,205	-0,568	-1,193	0,257
5,330	1,165	-3,272	-0,389	-0,127	0,015	-0,377	-0,118	0,018	0,053	0,634	-0,053	-0,600	0,691
5,436	0,986	-3,745	-0,681	-0,404	-0,254	-0,669	-0,394	-0,251	-0,216	0,403	-0,328	-0,912	0,462
5,457	0,831	-4,067	-0,889	-0,601	-0,447	-0,876	-0,591	-0,444	-0,411	0,238	-0,526	-1,137	0,296
5,335	1,158	-3,291	-0,400	-0,138	<b>0,004</b>	-0,389	-0,129	<b>0,007</b>	0,042	0,625	-0,064	-0,613	0,682
5,440	0,978	-3,764	-0,693	-0,415	-0,265	-0,681	-0,405	-0,262	-0,227	0,394	-0,340	-0,925	0,453
5,456	0,826	-4,076	-0,895	-0,607	-0,453	-0,882	-0,597	-0,450	-0,417	0,233	-0,532	-1,144	0,291
5,366	0,692	-4,226	-1,006	-0,714	-0,559	-0,993	-0,704	-0,556	-0,526	0,144	-0,639	-1,268	0,198
5,289	-0,219	-5,990	-2,107	-1,756	-1,569	-2,092	-1,743	-1,565	-1,530	-0,702	-1,653	-2,424	-0,647
5,160	0,564	-4,259	-1,034	-0,742	-0,587	-1,021	-0,732	-0,584	-0,555	0,129	-0,659	-1,296	0,176
5,098	1,031	-3,240	-0,404	-0,148	-0,012	-0,393	-0,139	-0,009	0,016	0,614	-0,078	-0,637	0,656
5,134	-0,911	-7,128	-2,868	-2,490	-2,301	-2,851	-2,477	-2,297	-2,291	-1,327	-2,404	-3,290	-1,279

**Table 16- mean (Mean Absolute Error) automotive (1/2)**

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha - opt$	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
IJF		Naïve	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naïve		4,024	3,612	3,136	3,243	3,488	3,566	19,328	15,214	11,704	11,838
SMA	k - opt	3,797	3,378	3,138	3,137	3,288	3,348	3,820	13,424	10,320	11,259
SES	$\alpha=0,05$	6,314	5,863	3,369	4,486	5,466	5,621	38,109	30,421	23,610	18,285
SES	$\alpha=0,1$	4,365	3,896	<b>3,090</b>	3,346	3,722	3,820	23,525	18,567	14,268	13,271
SES	$\alpha = 0,2$	3,898	3,463	3,119	3,159	3,355	3,425	18,477	14,506	11,127	11,627
SES	$\alpha - opt$	3,871	3,444	3,133	3,160	3,343	3,411	17,861	14,019	10,769	11,426
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	3,628	3,579	3,790	3,660	3,599	3,601	3,209	3,100	3,114	5,861
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	3,559	3,496	3,735	3,588	3,519	3,523	3,452	3,198	3,101	6,148
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	3,489	3,407	3,678	3,509	3,433	3,437	4,102	3,549	3,221	6,421
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	15,773	15,110	9,926	12,930	14,878	14,937	69,135	55,282	42,932	13,038
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	19,137	20,576	12,927	17,345	19,824	19,659	94,123	75,418	59,485	26,512
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	7,515	7,132	4,563	5,980	6,812	6,827	28,546	23,733	20,688	21,657
Holt	$\alpha-opt$ $b-opt$	4,018	3,592	3,183	3,258	3,476	3,548	18,191	14,331	11,000	11,576
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	3,629	3,246	3,164	3,095	3,182	3,229	15,253	11,924	9,136	10,599
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	3,726	3,317	3,140	3,112	3,238	3,292	16,420	12,859	9,879	11,039
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	3,812	3,389	3,130	3,136	3,295	3,357	17,351	13,606	10,457	11,319
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	3,633	3,248	3,163	3,096	3,183	3,231	15,298	11,960	9,165	10,617
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	3,730	3,321	3,140	3,113	3,241	3,295	16,470	12,899	9,911	11,057
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	3,815	3,392	3,130	3,137	3,298	3,359	17,381	13,629	10,475	11,326
Damped	$\alpha-opt$ $b-opt$ $\varphi-opt$	3,895	3,468	3,137	3,173	3,365	3,435	18,027	14,156	10,872	11,455
Theta	$\alpha=0,05$	4,369	3,907	3,110	3,362	3,735	3,833	23,127	18,256	14,036	13,125
Theta	$\alpha=0,1$	3,895	3,474	3,135	3,169	3,369	3,440	18,489	14,498	11,067	11,451
Theta	$\alpha=0,2$	3,684	3,298	3,181	3,121	3,230	3,289	15,750	12,304	9,366	10,494
Theta	$\alpha-opt$	5,078	4,637	3,312	3,852	4,412	4,529	27,123	21,481	16,505	13,906

mean (Mean Absolute Error) automotive (2/2)

$\alpha=0,1$ $\beta=0,05$	$\alpha=0,2$ $\beta=0,05$	$\alpha\text{-opt}$ $\beta\text{-opt}$	$\alpha=0,05$ $\beta=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $\beta=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $\beta=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,05$ $\beta=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $\beta=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $\beta=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha\text{-opt}$ $\beta\text{-opt}$ $\varphi\text{-opt}$	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha\text{-opt}$
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
7,559	4,174	6,748	3,746	3,597	3,551	3,739	3,593	3,552	3,692	3,348	3,619	3,956	3,639
7,189	3,888	6,210	3,481	3,360	3,326	3,475	3,356	3,327	3,459	3,208	3,390	3,644	3,478
11,043	6,141	12,311	6,347	5,899	5,699	6,327	5,884	5,698	5,862	4,804	5,842	6,824	5,225
8,289	4,464	7,837	4,110	3,894	3,817	4,101	3,887	3,817	3,973	3,488	3,905	4,375	3,833
7,395	4,005	6,495	3,581	3,445	3,405	3,574	3,441	3,406	3,545	3,247	3,475	3,772	3,534
7,286	3,963	6,353	3,551	3,424	3,390	3,546	3,420	3,391	3,529	3,245	3,459	3,743	3,526
4,821	3,859	3,567	3,550	3,574	3,588	3,551	3,574	3,588	3,605	3,651	3,575	3,526	3,684
4,934	3,812	3,547	3,462	3,489	3,506	3,463	3,490	3,507	3,529	3,578	3,495	3,441	3,619
5,034	3,753	3,543	3,367	3,396	3,418	3,368	3,397	3,419	3,446	3,500	3,408	3,350	3,549
7,123	11,693	24,214	16,376	15,599	15,268	16,341	15,569	15,263	15,680	13,319	15,265	16,997	13,213
12,381	13,265	34,676	22,516	21,174	20,336	22,460	21,126	20,318	19,838	17,733	20,598	22,861	16,644
11,583	4,691	13,634	7,569	7,116	6,929	7,547	7,101	6,926	7,065	6,164	7,284	8,176	6,276
7,549	4,310	6,444	3,696	3,572	3,535	3,690	3,568	3,536	3,662	3,359	3,586	3,876	3,621
6,875	3,788	5,697	3,321	3,228	3,206	3,317	3,226	3,207	3,321	3,145	3,255	3,437	3,378
7,074	3,829	6,020	3,410	3,299	3,270	3,405	3,296	3,271	3,396	3,175	3,329	3,557	3,429
7,210	3,889	6,248	3,492	3,370	3,335	3,486	3,366	3,336	3,471	3,211	3,402	3,666	3,483
6,883	3,789	5,709	3,325	3,231	3,208	3,320	3,228	3,209	3,323	3,146	3,258	3,442	3,380
7,082	3,831	6,034	3,414	3,303	3,273	3,409	3,300	3,274	3,400	3,176	3,332	3,562	3,432
7,214	3,892	6,255	3,495	3,372	3,338	3,489	3,369	3,339	3,473	3,212	3,405	3,670	3,485
7,312	3,997	6,387	3,578	3,449	3,414	3,572	3,445	3,415	3,554	3,262	3,484	3,774	3,545
8,226	4,479	7,727	4,100	3,895	3,828	4,091	3,888	3,829	3,987	3,510	3,920	4,378	3,857
7,361	4,092	6,394	3,580	3,454	3,421	3,575	3,451	3,422	3,558	3,264	3,482	3,775	3,550
6,874	3,911	5,681	3,362	3,278	3,262	3,358	3,275	3,263	3,388	3,186	3,311	3,512	3,435
8,645	5,009	8,854	4,853	4,617	4,541	4,841	4,609	4,542	4,713	4,085	4,667	5,271	4,424

**Table 17- mean (Mean Squared Error) - automotive (1/2)**

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha$ - opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
IJF		Naïve	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naïve		142,2	98,6	92,9	88,2	93,5	99,4	1665,9	1034,3	609,8	746,2
SMA	k - opt	124,8	89,5	94,1	86,4	87,8	92,3	104,3	737,3	447,0	689,2
SES	$\alpha=0,05$	322,7	189,7	86,7	118,7	163,5	181,0	5829,0	3659,2	2146,0	1628,8
SES	$\alpha=0,1$	160,6	103,1	87,7	86,7	96,7	104,3	2242,1	1389,9	816,3	904,8
SES	$\alpha = 0,2$	130,3	90,8	92,3	85,5	88,5	93,6	1403,4	867,3	517,9	723,8
SES	$\alpha$ - opt	129,6	91,0	93,1	86,2	88,8	93,7	1338,4	827,7	496,2	704,7
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	118,9	117,7	129,9	123,1	119,5	119,9	85,9	86,9	90,6	236,5
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	115,3	113,4	127,2	119,5	115,4	116,0	88,2	84,7	86,3	252,5
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	111,5	108,6	124,3	115,5	110,9	111,6	103,8	89,2	<b>84,5</b>	265,0
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	69653,0	29786,2	9135,0	22504,0	42530,4	44743,7	853435,4	550714,6	353300,0	24839,8
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	33145,9	42038,1	13657,5	28789,8	38225,7	36379,5	1299092,0	804381,1	473788,5	154372,6
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	1755,7	899,5	336,3	616,9	816,5	919,8	10204,5	7222,4	6036,8	8250,5
Holt	$\alpha$ -opt $b$ -opt	137,0	94,0	92,9	86,4	90,2	95,9	1631,4	1013,9	584,2	711,4
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	113,8	85,6	96,2	86,5	85,7	89,5	952,2	588,3	357,4	618,6
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	119,8	87,3	94,4	85,9	86,5	90,8	1100,0	680,2	413,4	668,8
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	125,6	89,3	93,4	85,9	87,7	92,3	1239,2	766,2	463,2	698,0
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	114,0	85,7	96,1	86,5	85,7	89,5	957,5	591,6	359,5	620,7
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	120,1	87,3	94,3	85,9	86,5	90,8	1106,7	684,3	415,9	670,8
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	125,7	89,4	93,4	85,9	87,7	92,4	1244,0	769,2	464,8	698,6
Damped	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\phi$ -opt	130,9	91,6	93,1	86,4	89,3	94,2	1374,1	849,8	507,9	705,5
Theta	$\alpha=0,05$	160,4	104,5	88,9	88,1	98,0	105,3	2183,0	1354,8	798,0	886,2
Theta	$\alpha=0,1$	129,3	91,4	93,3	86,2	88,9	94,0	1415,0	873,3	514,2	690,1
Theta	$\alpha=0,2$	117,0	88,0	97,0	87,6	87,3	91,2	1046,8	645,3	382,7	591,6
Theta	$\alpha$ -opt	253,3	154,0	94,1	108,5	135,3	145,5	3794,8	2369,1	1381,6	1039,0

mean (Mean Squared Error) - automotive (2/2)

$\alpha=0,1$ $b=0,05$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	$\alpha$ -opt $b$ -opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\varphi$ -opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha$ -opt
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
322,6	122,6	322,1	97,2	93,7	94,9	97,0	93,7	95,0	108,9	91,8	98,5	111,4	107,0
300,2	109,2	278,2	89,6	87,2	88,2	89,5	87,2	88,3	98,7	88,3	91,2	99,2	101,8
604,9	217,9	965,8	192,6	173,3	173,5	191,6	172,8	173,9	218,8	137,5	186,9	250,2	175,9
367,8	126,4	416,2	103,8	98,0	99,0	103,5	97,9	99,2	117,3	92,2	104,3	123,8	111,7
310,5	111,3	293,8	91,0	88,1	89,1	90,9	88,1	89,3	101,2	88,1	92,6	102,6	102,5
304,5	110,8	281,7	91,0	88,3	89,4	90,8	88,3	89,5	101,0	88,6	92,7	102,1	102,5
174,8	130,2	114,8	117,7	118,6	118,9	117,7	118,6	117,7	118,9	122,3	118,3	115,3	124,0
179,4	127,3	112,1	113,3	114,4	114,7	113,4	114,4	114,7	114,6	118,6	114,1	110,9	120,7
182,4	123,6	109,1	108,4	109,6	110,1	108,5	109,7	110,1	110,2	114,5	109,6	106,1	117,0
3904,9	34977,8	186524,4	34756,8	35322,7	45184,0	34640,3	35342,1	45688,9	89887,7	31145,3	45944,6	70985,5	43424,6
34438,4	12413,8	196703,3	58004,6	47893,1	40773,7	57602,9	47548,8	40614,8	36385,2	28424,6	40811,8	51150,0	18847,2
2262,9	273,1	2517,4	1041,9	887,2	845,5	1034,3	881,8	844,9	1038,7	631,0	893,7	1152,7	666,7
319,1	127,0	280,1	92,9	90,3	91,4	92,8	90,2	91,5	104,2	89,3	94,2	105,0	103,7
279,8	106,7	236,5	86,0	84,6	85,5	85,9	84,6	85,6	93,6	87,5	87,8	92,4	99,0
293,6	107,2	261,2	87,7	85,7	86,6	87,6	85,7	86,7	96,2	87,4	89,4	96,1	100,1
301,8	108,5	276,2	89,6	87,1	88,1	89,4	87,1	88,2	99,0	87,9	91,2	99,6	101,4
280,4	106,7	237,5	86,1	84,7	85,6	86,0	84,7	85,7	93,7	87,5	87,8	92,5	99,0
294,1	107,2	262,2	87,8	85,8	86,7	87,7	85,7	86,8	96,3	87,5	89,4	96,2	100,2
302,0	108,5	276,5	89,7	87,2	88,1	89,5	87,1	88,3	99,1	87,9	91,3	99,8	101,5
305,0	111,7	282,5	91,6	88,9	89,9	91,4	88,8	90,1	101,8	88,9	93,3	103,1	102,9
362,7	127,1	397,7	104,7	99,1	100,2	104,4	99,0	100,4	118,6	93,6	105,5	124,8	113,1
303,2	114,2	277,8	91,1	88,5	89,6	90,9	88,5	89,8	101,5	88,9	92,9	102,5	103,2
273,8	110,2	222,3	87,5	86,2	87,3	87,4	86,2	87,4	96,0	89,0	89,5	94,8	100,6
412,2	167,5	523,3	147,5	138,0	140,9	147,0	137,8	141,3	177,6	121,8	151,0	191,5	144,5

**Table 18- median (Mean Error) - automotive (1/2)**

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha - opt$	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
IJF		Naïve	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naïve		-0,333	-0,464	0,672	1,562	-0,344	-0,351	-10,510	-8,174	-6,007	4,596
SMA	k - opt	-0,096	-0,266	0,804	0,207	-0,140	-0,156	-0,778	-7,172	-5,263	4,405
SES	$\alpha=0,05$	-2,239	-2,469	-0,367	-1,495	-2,235	-2,258	-21,181	-16,771	-12,682	6,166
SES	$\alpha=0,1$	-0,689	-0,900	0,442	-0,322	-0,742	-0,778	-12,910	-10,104	-7,483	4,843
SES	$\alpha = 0,2$	-0,214	-0,391	0,727	0,093	-0,268	-0,284	-10,008	-7,734	-5,740	4,426
SES	$\alpha - opt$	-0,154	-0,317	0,760	0,148	-0,200	-0,216	-9,674	-7,480	-5,550	4,433
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	1,678	1,641	1,855	1,723	1,663	1,667	0,039	0,353	0,652	2,745
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	1,582	1,533	1,797	1,651	1,570	1,566	-0,399	<b>0,000</b>	0,339	2,860
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	1,447	1,398	1,725	1,539	1,433	1,431	-1,102	-0,559	-0,091	2,984
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	3,259	3,526	2,985	3,331	3,469	3,426	7,277	6,478	5,929	-0,082
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	2,252	2,275	2,596	2,558	2,301	2,310	-0,983	-0,431	0,416	-0,372
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	-0,806	-0,991	0,235	-0,442	-0,865	-0,865	-12,898	-10,218	-8,032	6,632
Holt	$\alpha-opt$ $b-opt$	-0,149	-0,316	0,795	0,178	-0,184	-0,211	-9,731	-7,591	-5,648	4,270
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	0,095	-0,059	0,920	0,362	0,051	0,041	-8,270	-6,320	-4,586	4,239
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	-0,028	-0,182	0,845	0,265	-0,068	-0,081	-8,865	-6,832	-5,018	4,364
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	-0,118	-0,278	0,779	0,195	-0,163	-0,179	-9,359	-7,233	-5,340	4,368
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	0,090	-0,067	0,917	0,359	0,045	0,037	-8,292	-6,342	-4,605	4,249
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	-0,034	-0,187	0,842	0,261	-0,075	-0,086	-8,892	-6,856	-5,037	4,362
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	-0,122	-0,279	0,778	0,190	-0,167	-0,179	-9,372	-7,250	-5,349	4,367
Damped	$\alpha-opt$ $b-opt$ $\phi-opt$	-0,168	-0,333	0,757	0,140	-0,211	-0,225	-9,772	-7,549	-5,611	4,433
Theta	$\alpha=0,05$	-0,649	-0,842	0,474	-0,272	-0,676	-0,708	-12,690	-9,960	-7,451	4,730
Theta	$\alpha=0,1$	-0,185	-0,364	0,745	0,109	-0,243	-0,263	-10,075	-7,819	-5,805	4,344
Theta	$\alpha=0,2$	0,080	-0,083	0,916	0,350	0,029	0,035	-8,490	-6,537	-4,825	4,127
Theta	$\alpha-opt$	-0,879	-1,123	0,313	-0,446	-0,920	-0,970	-15,000	-11,766	-8,813	4,838



median (Mean Error) - automotive (2/2)

$\alpha=0,1$ $b=0,05$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	$\alpha$ -opt $b$ -opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi = 0,5$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi = 0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\varphi$ -opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha$ -opt
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
2,548	0,095	-1,160	-0,698	-0,542	-0,438	-0,691	-0,534	-0,433	-0,347	-0,010	-0,398	-0,719	0,138
2,585	0,286	-0,851	-0,462	-0,326	-0,230	-0,455	-0,320	-0,221	-0,127	0,148	-0,208	-0,484	0,281
2,695	-1,629	-4,106	-2,865	-2,559	-2,405	-2,854	-2,543	-2,398	-2,241	-1,645	-2,401	-3,017	-1,256
2,580	-0,303	-1,771	-1,179	-0,996	-0,856	-1,168	-0,987	-0,849	-0,760	-0,360	-0,837	-1,229	-0,184
2,547	0,154	-1,016	-0,606	-0,460	-0,357	-0,600	-0,454	-0,353	-0,262	0,040	-0,321	-0,628	0,175
2,569	0,219	-0,939	-0,538	-0,392	-0,291	-0,532	-0,388	-0,286	-0,198	0,096	-0,267	-0,547	0,237
2,331	1,833	1,339	1,591	1,629	1,649	1,592	1,629	1,648	1,666	1,719	1,648	1,595	1,748
2,381	1,758	1,195	1,476	1,513	1,550	1,478	1,525	1,550	1,567	1,645	1,545	1,482	1,669
2,382	1,637	1,001	1,312	1,377	1,413	1,315	1,379	1,411	1,434	1,523	1,410	1,320	1,551
0,794	2,407	3,911	3,685	3,581	3,502	3,686	3,575	3,504	3,381	3,271	3,509	3,617	3,174
0,265	1,171	2,131	2,326	2,296	2,227	2,325	2,295	2,230	2,262	2,433	2,343	2,190	2,263
3,541	0,135	-2,332	-1,315	-1,104	-0,979	-1,308	-1,097	-0,968	-0,855	-0,465	-0,974	-1,330	-0,166
2,526	0,359	-0,907	-0,524	-0,382	-0,268	-0,519	-0,376	-0,268	-0,184	0,129	-0,241	-0,526	0,271
2,561	0,446	-0,554	-0,247	-0,118	-0,029	-0,242	-0,112	-0,022	0,057	0,314	-0,006	-0,248	0,439
2,589	0,341	-0,737	-0,379	-0,244	-0,154	-0,373	-0,238	-0,150	-0,064	0,222	-0,128	-0,392	0,336
2,581	0,252	-0,878	-0,485	-0,350	-0,253	-0,481	-0,345	-0,248	-0,152	0,139	-0,211	-0,507	0,263
2,563	0,445	-0,558	-0,251	-0,123	-0,035	-0,245	-0,117	-0,029	0,052	0,311	-0,011	-0,255	0,434
2,591	0,338	-0,749	-0,384	-0,248	-0,158	-0,378	-0,243	-0,153	-0,068	0,220	-0,136	-0,397	0,333
2,580	0,249	-0,882	-0,487	-0,352	-0,252	-0,486	-0,350	-0,252	-0,155	0,135	-0,217	-0,512	0,259
2,551	0,205	-0,963	-0,562	-0,409	-0,294	-0,556	-0,405	-0,290	-0,208	0,085	-0,275	-0,561	0,227
2,569	-0,194	-1,771	-1,124	-0,928	-0,788	-1,118	-0,920	-0,783	-0,715	-0,316	-0,796	-1,180	-0,139
2,492	0,190	-1,009	-0,580	-0,440	-0,332	-0,574	-0,435	-0,330	-0,233	0,075	-0,297	-0,600	0,201
2,473	0,408	-0,612	-0,284	-0,155	-0,054	-0,276	-0,150	-0,051	0,042	0,315	-0,034	-0,267	0,411
2,534	-0,549	-2,279	-1,411	-1,196	-1,048	-1,406	-1,182	-1,041	-0,950	-0,485	-0,977	-1,381	-0,292

**Table 19 - median (Mean Absolute Error) - automotive (1/2)**

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha - opt$	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
IJF		Naïve	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naïve		1,917	1,735	1,533	3,614	1,671	1,724	10,625	8,299	6,141	5,693
SMA	k - opt	1,794	1,630	1,553	1,521	1,583	1,610	1,862	7,290	5,407	5,348
SES	$\alpha=0,05$	3,073	2,892	1,635	2,180	2,714	2,793	21,243	16,791	12,705	8,966
SES	$\alpha=0,1$	2,046	1,880	1,519	1,613	1,803	1,862	12,962	10,170	7,531	6,402
SES	$\alpha = 0,2$	1,847	1,654	1,543	1,529	1,598	1,641	10,070	7,824	5,852	5,528
SES	$\alpha - opt$	1,831	1,658	1,544	1,531	1,593	1,642	9,741	7,572	5,689	5,479
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	1,897	1,868	1,971	1,911	1,878	1,883	1,549	<b>1,510</b>	1,530	2,804
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	1,858	1,813	1,940	1,868	1,826	1,833	1,685	1,543	1,514	2,942
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	1,808	1,751	1,902	1,815	1,765	1,770	2,047	1,743	1,555	3,114
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	4,658	4,934	3,753	4,402	4,798	4,799	15,981	13,097	10,787	3,013
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	6,197	6,764	4,617	5,830	6,544	6,479	25,849	21,252	17,308	6,252
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	2,637	2,574	1,915	2,236	2,488	2,487	13,080	10,384	8,401	7,281
Holt	$\alpha-opt$ $b-opt$	1,969	1,775	1,600	1,630	1,715	1,748	9,888	7,741	5,838	5,688
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	1,740	1,559	1,567	1,511	1,538	1,562	8,358	6,434	4,781	5,018
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	1,780	1,594	1,554	1,514	1,553	1,583	8,955	6,910	5,158	5,215
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	1,815	1,625	1,553	1,519	1,578	1,609	9,460	7,337	5,487	5,334
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	1,742	1,559	1,567	1,511	1,538	1,563	8,376	6,452	4,795	5,026
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	1,780	1,596	1,552	1,514	1,557	1,583	8,982	6,935	5,174	5,227
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	1,816	1,626	1,553	1,519	1,578	1,609	9,471	7,341	5,499	5,332
Damped	$\alpha-opt$ $b-opt$ $\phi-opt$	1,851	1,677	1,542	1,537	1,603	1,661	9,849	7,661	5,775	5,490
Theta	$\alpha=0,05$	2,067	1,890	1,521	1,611	1,800	1,864	12,803	10,031	7,553	6,360
Theta	$\alpha=0,1$	1,850	1,656	1,550	1,525	1,594	1,652	10,144	7,902	5,948	5,523
Theta	$\alpha=0,2$	1,764	1,578	1,584	1,526	1,553	1,573	8,615	6,684	4,982	5,063
Theta	$\alpha-opt$	2,377	2,226	1,632	1,884	2,112	2,187	15,118	11,902	8,960	6,548

median (Mean Absolute Error) - automotive (2/2)

$\alpha=0,1$ $b=0,05$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	$\alpha$ -opt $b$ -opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi = 0,5$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi = 0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\varphi$ -opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha$ -opt
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
3,660	2,077	2,682	1,826	1,755	1,709	1,824	1,750	1,710	1,757	1,600	1,743	1,887	1,755
3,426	1,945	2,450	1,695	1,640	1,599	1,693	1,634	1,600	1,631	1,538	1,634	1,751	1,680
5,538	3,241	4,857	3,209	2,980	2,848	3,190	2,978	2,839	2,822	2,347	2,898	3,394	2,502
4,053	2,283	3,043	2,000	1,891	1,851	1,993	1,886	1,851	1,880	1,679	1,889	2,118	1,847
3,541	2,006	2,563	1,722	1,663	1,629	1,718	1,661	1,629	1,667	1,551	1,656	1,813	1,715
3,488	1,978	2,516	1,718	1,657	1,621	1,717	1,654	1,622	1,655	1,544	1,651	1,779	1,712
2,405	2,007	1,827	1,839	1,857	1,872	1,841	1,856	1,873	1,890	1,918	1,869	1,838	1,941
2,448	1,978	1,796	1,780	1,802	1,818	1,781	1,803	1,821	1,841	1,865	1,815	1,774	1,902
2,518	1,933	1,780	1,704	1,729	1,758	1,704	1,732	1,758	1,771	1,815	1,757	1,719	1,851
2,232	3,779	6,254	5,225	5,030	4,872	5,215	5,020	4,869	4,780	4,439	4,892	5,223	4,271
2,953	4,250	8,484	7,300	6,955	6,679	7,276	6,945	6,670	6,417	5,876	6,637	7,186	5,403
4,208	1,893	3,657	2,742	2,609	2,527	2,735	2,605	2,528	2,498	2,276	2,582	2,853	2,148
3,729	2,166	2,582	1,868	1,789	1,744	1,866	1,789	1,744	1,784	1,644	1,746	1,906	1,783
3,297	1,892	2,281	1,602	1,562	1,545	1,600	1,557	1,544	1,577	1,526	1,560	1,635	1,653
3,397	1,903	2,388	1,659	1,602	1,567	1,656	1,599	1,569	1,602	1,527	1,597	1,698	1,666
3,451	1,930	2,468	1,689	1,633	1,593	1,688	1,629	1,592	1,628	1,532	1,626	1,753	1,690
3,302	1,895	2,283	1,607	1,562	1,545	1,604	1,562	1,545	1,577	1,527	1,561	1,639	1,653
3,399	1,903	2,394	1,660	1,605	1,570	1,658	1,600	1,570	1,604	1,528	1,598	1,701	1,668
3,453	1,930	2,472	1,691	1,633	1,594	1,687	1,631	1,593	1,630	1,533	1,627	1,756	1,692
3,526	1,996	2,538	1,744	1,672	1,639	1,737	1,669	1,637	1,676	1,562	1,665	1,798	1,721
4,052	2,281	2,980	2,007	1,900	1,859	2,005	1,892	1,858	1,895	1,684	1,894	2,121	1,854
3,589	2,085	2,543	1,718	1,662	1,628	1,718	1,660	1,624	1,677	1,559	1,658	1,805	1,721
3,348	1,991	2,294	1,620	1,572	1,565	1,617	1,570	1,565	1,599	1,543	1,577	1,664	1,678
4,185	2,543	3,419	2,371	2,269	2,181	2,363	2,261	2,177	2,213	1,940	2,188	2,451	2,014

**Table 20- mean ( Geometric Root Mean Squared Error) - automotive (1/2)**

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha$ - opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
IJF		Naïve	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naïve		2,159	2,658	2,156	2,355	2,591	2,641	16,546	12,984	9,984	10,390
SMA	k - opt	2,607	2,499	2,159	2,239	2,408	2,446	2,905	11,940	9,140	10,014
SES	$\alpha=0,05$	4,369	4,794	2,529	3,582	4,445	4,475	35,073	28,363	22,345	16,511
SES	$\alpha=0,1$	2,978	2,998	2,169	2,496	2,856	2,905	21,318	16,900	13,059	11,885
SES	$\alpha = 0,2$	2,726	2,598	2,162	2,273	2,474	2,511	16,588	9,959	10,344	6,144
SES	$\alpha$ - opt	2,635	2,558	2,169	2,255	2,444	2,487	15,862	12,440	9,507	10,144
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	2,273	2,295	2,318	2,300	2,291	2,281	2,351	2,159	2,145	4,602
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	2,251	2,269	2,323	2,290	2,268	2,266	2,605	2,357	2,186	4,950
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	2,247	2,247	2,345	2,274	2,252	2,253	3,215	2,705	2,371	5,292
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	6,068	6,547	4,978	5,905	6,394	6,369	21,132	17,560	14,425	4,246
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	8,411	9,328	6,567	8,190	9,070	9,015	33,727	28,056	23,303	9,792
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	4,295	4,956	3,024	4,085	4,754	4,591	24,558	20,538	17,452	17,411
Holt	$\alpha$ -opt $b$ -opt	2,774	2,621	2,177	2,318	2,536	2,563	15,537	12,172	9,295	10,068
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	2,579	2,386	2,140	2,194	2,307	2,327	13,611	10,621	8,083	9,405
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	2,646	2,453	2,151	2,215	2,370	2,380	14,736	11,507	8,800	9,818
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	2,678	2,528	2,160	2,242	2,414	2,436	15,553	12,164	9,327	10,077
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	2,582	2,387	<b>2,139</b>	2,196	2,308	2,329	13,653	10,654	8,110	9,422
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	2,649	2,456	2,151	2,214	2,371	2,384	14,783	11,544	8,833	9,834
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	2,678	2,530	2,161	2,242	2,416	2,440	15,578	12,185	9,342	10,084
Damped	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\varphi$ -opt	2,639	2,565	2,169	2,263	2,464	2,506	15,932	12,499	9,563	10,159
Theta	$\alpha=0,05$	3,020	2,995	2,178	2,499	2,848	2,903	20,868	16,539	12,780	11,694
Theta	$\alpha=0,1$	2,740	2,609	2,171	2,271	2,501	2,513	16,534	12,931	9,831	10,150
Theta	$\alpha=0,2$	2,606	2,396	2,160	2,205	2,321	2,366	13,918	10,801	8,142	9,271
Theta	$\alpha$ -opt	3,463	3,590	2,362	2,906	3,363	3,445	24,448	19,458	14,967	12,296

mean ( Geometric Root Mean Squared Error) - automotive (2/2)

$\alpha=0,1$ $b=0,05$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	$\alpha$ -opt $b$ -opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi = 0,5$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi = 0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\varphi$ -opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha$ -opt
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
6,226	2,993	5,243	2,840	2,711	2,662	2,830	2,708	2,661	2,702	2,440	2,697	2,989	2,598
5,953	2,781	4,911	2,632	2,502	2,446	2,628	2,498	2,447	2,517	2,303	2,487	2,715	2,444
9,449	4,767	10,381	5,380	4,903	4,648	5,360	4,891	4,643	4,569	3,836	4,788	5,626	4,104
6,978	3,307	6,393	3,256	3,036	2,943	3,247	3,031	2,939	2,958	2,605	2,994	3,410	2,793
6,144	2,899	5,198	2,716	2,598	2,530	2,708	2,593	2,532	2,571	2,344	2,580	2,845	2,516
6,040	2,854	5,018	2,666	2,552	2,508	2,663	2,549	2,507	2,559	2,333	2,555	2,811	2,493
3,413	2,459	2,338	2,293	2,301	2,293	2,293	2,301	2,292	2,291	2,292	2,270	2,258	2,300
3,579	2,458	2,362	2,251	2,267	2,266	2,251	2,267	2,266	2,270	2,279	2,257	2,240	2,295
3,745	2,464	2,423	2,226	2,238	2,249	2,227	2,238	2,250	2,251	2,275	2,244	2,213	2,296
2,998	4,942	9,168	6,867	6,632	6,489	6,856	6,622	6,486	6,376	5,979	6,564	6,988	5,886
4,689	6,245	14,392	9,899	9,479	9,233	9,880	9,465	9,227	9,053	8,338	9,386	10,192	8,140
9,056	3,218	10,051	5,434	5,066	4,841	5,414	5,053	4,841	4,677	4,258	5,105	5,755	4,313
6,121	3,033	5,000	2,736	2,633	2,587	2,730	2,630	2,590	2,626	2,428	2,635	2,841	2,533
5,651	2,678	4,519	2,491	2,377	2,342	2,486	2,375	2,340	2,371	2,236	2,363	2,534	2,356
5,851	2,721	4,804	2,567	2,452	2,408	2,561	2,449	2,406	2,452	2,275	2,426	2,650	2,410
5,976	2,790	4,976	2,638	2,521	2,461	2,633	2,516	2,461	2,515	2,305	2,497	2,745	2,465
5,659	2,679	4,531	2,493	2,380	2,343	2,489	2,377	2,342	2,375	2,238	2,363	2,540	2,358
5,859	2,724	4,815	2,570	2,455	2,409	2,564	2,452	2,410	2,455	2,277	2,431	2,656	2,414
5,975	2,793	4,982	2,640	2,522	2,463	2,635	2,518	2,462	2,516	2,307	2,501	2,750	2,467
6,055	2,879	5,028	2,688	2,573	2,527	2,680	2,569	2,526	2,570	2,342	2,570	2,827	2,497
6,882	3,309	6,274	3,236	3,010	2,932	3,226	3,004	2,933	2,966	2,590	3,005	3,384	2,824
6,086	2,945	5,094	2,722	2,600	2,552	2,718	2,596	2,551	2,586	2,357	2,564	2,856	2,519
5,626	2,786	4,450	2,495	2,410	2,374	2,491	2,407	2,371	2,437	2,257	2,409	2,591	2,389
7,206	3,683	7,114	3,849	3,604	3,491	3,839	3,599	3,492	3,507	3,096	3,616	4,162	3,303

**Table 21 - mean (Mean Absolute Scaled Error)- automotive (1/2)**

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha$ - opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
IJF		Naïve	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naïve		0,996	0,923	0,819	0,832	0,890	0,912	5,650	4,405	3,264	2,891
SMA	k - opt	0,939	0,855	0,824	0,806	0,833	0,848	0,969	3,824	2,821	2,709
SES	$\alpha=0,05$	1,595	1,523	0,855	1,141	1,408	1,464	19,856	9,008	6,773	4,649
SES	$\alpha=0,1$	1,072	0,990	0,801	0,848	0,941	0,969	6,931	5,424	4,020	3,275
SES	$\alpha = 0,2$	0,961	0,875	0,817	0,809	0,848	0,866	5,357	4,161	3,068	2,816
SES	$\alpha$ - opt	0,957	0,873	0,822	0,813	0,849	0,866	5,152	3,999	2,953	2,758
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	0,960	0,953	1,004	0,974	0,958	0,957	0,825	0,802	0,813	1,427
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	0,941	0,931	0,990	0,955	0,937	0,936	0,887	0,820	0,800	1,489
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	0,918	0,905	0,975	0,933	0,911	0,910	1,073	0,917	0,822	1,551
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	4,096	4,121	2,662	3,471	3,936	3,957	20,096	15,911	12,111	3,859
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	5,371	6,349	3,910	5,305	6,020	5,880	31,114	24,711	19,178	9,064
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	1,704	1,620	1,117	1,401	1,573	1,591	6,883	5,627	4,744	4,744
Holt	$\alpha$ -opt $b$ -opt	1,025	0,950	0,842	0,859	0,915	0,937	5,410	4,228	3,134	2,880
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	0,903	0,823	0,834	<b>0,799</b>	0,809	0,820	4,408	3,403	2,495	2,547
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	0,922	0,838	0,826	0,800	0,820	0,833	4,723	3,654	2,689	2,649
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	0,941	0,856	0,822	0,805	0,834	0,849	4,984	3,864	2,850	2,719
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	0,904	0,824	0,833	0,799	0,809	0,820	4,420	3,413	2,503	2,551
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	0,923	0,839	0,826	0,801	0,821	0,834	4,736	3,665	2,698	2,653
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	0,942	0,857	0,822	0,806	0,835	0,850	4,993	3,871	2,855	2,721
Damped	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\varphi$ -opt	0,965	0,882	0,823	0,818	0,857	0,875	5,213	4,050	2,992	2,773
Theta	$\alpha=0,05$	1,084	0,999	0,809	0,859	0,951	0,980	6,806	5,327	3,951	3,245
Theta	$\alpha=0,1$	0,969	0,887	0,821	0,815	0,858	0,877	5,420	4,211	3,094	2,803
Theta	$\alpha=0,2$	0,922	0,845	0,837	0,808	0,828	0,841	4,594	3,552	2,598	2,551
Theta	$\alpha$ -opt	1,263	1,186	0,853	0,980	1,124	1,161	7,913	6,221	4,640	3,472

mean (Mean Absolute Scaled Error)- automotive (2/2)

$\alpha=0,1$ $b=0,05$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	$\alpha$ -opt $b$ -opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi = 0,5$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi = 0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\varphi$ -opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha$ -opt
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
1,902	1,110	1,696	0,964	0,925	0,908	0,962	0,924	0,908	0,930	0,855	0,918	0,999	0,930
1,782	1,013	1,543	0,884	0,855	0,843	0,883	0,854	0,843	0,864	0,820	0,857	0,913	0,888
2,956	1,811	3,130	1,674	1,550	1,482	1,669	1,546	1,481	1,496	1,220	1,490	1,752	1,334
2,122	1,224	1,967	1,053	0,997	0,970	1,051	0,995	0,970	0,991	0,882	0,982	1,098	0,972
1,847	1,056	1,620	0,910	0,876	0,862	0,908	0,875	0,862	0,884	0,876	0,876	0,943	0,901
1,812	1,038	1,586	0,904	0,873	0,860	0,903	0,872	0,860	0,884	0,830	0,875	0,938	0,901
1,210	1,007	0,940	0,946	0,952	0,955	0,946	0,952	0,955	0,957	0,971	0,952	0,939	0,976
1,234	0,993	0,931	0,922	0,929	0,933	0,923	0,929	0,933	0,936	0,952	0,931	0,916	0,958
1,254	0,972	0,926	0,894	0,902	0,907	0,894	0,902	0,907	0,910	0,929	0,905	0,888	0,937
2,034	2,947	6,506	4,525	4,244	4,047	4,514	4,233	4,041	3,961	3,485	4,000	4,409	3,347
4,225	3,745	11,933	7,079	6,574	6,188	7,060	6,555	6,178	5,796	5,332	6,226	6,877	4,875
2,594	1,117	3,081	1,729	1,634	1,596	1,724	1,631	1,596	1,618	1,442	1,673	1,861	1,488
1,950	1,192	1,658	0,981	0,949	0,934	0,980	0,947	0,934	0,954	0,884	0,941	1,015	0,954
1,700	0,981	1,420	0,844	0,822	0,814	0,843	0,821	0,814	0,834	0,807	0,825	0,863	0,865
1,748	0,993	1,496	0,864	0,838	0,827	0,863	0,837	0,827	0,849	0,812	0,841	0,889	0,876
1,784	1,012	1,554	0,885	0,856	0,844	0,884	0,855	0,844	0,866	0,820	0,859	0,916	0,889
1,702	0,982	1,423	0,845	0,823	0,814	0,844	0,822	0,814	0,834	0,807	0,826	0,864	0,865
1,750	0,994	1,499	0,865	0,839	0,828	0,864	0,838	0,828	0,849	0,812	0,842	0,890	0,876
1,786	1,013	1,555	0,886	0,857	0,844	0,885	0,856	0,844	0,867	0,821	0,859	0,917	0,889
1,824	1,052	1,599	0,914	0,882	0,869	0,913	0,881	0,869	0,893	0,836	0,883	0,949	0,909
2,113	1,234	1,945	1,055	1,002	0,978	1,053	1,000	0,978	1,002	0,895	0,993	1,107	0,986
1,862	1,095	1,611	0,919	0,887	0,873	0,917	0,886	0,873	0,895	0,837	0,886	0,954	0,911
1,723	1,029	1,434	0,864	0,843	0,836	0,863	0,842	0,836	0,857	0,822	0,846	0,891	0,885
2,232	1,374	2,270	1,260	1,193	1,163	1,257	1,191	1,163	1,187	1,033	1,180	1,335	1,129

**Table 22 - mean (Mean Error) - Royal Air Force (1/2)**

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha - opt$	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
RAF		Naïve	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naïve		-1,836	-2,137	0,129	-0,576	-1,315	-1,426	-7,582	-6,682	-5,403	-5,545
SMA	k - opt	-0,583	-0,797	0,601	0,198	-0,236	-0,309	-3,674	-3,203	-2,531	-2,610
SES	$\alpha=0,05$	-4,556	-5,327	-0,637	-1,908	-3,350	-3,606	-13,466	-12,246	-10,448	-10,924
SES	$\alpha=0,1$	-2,076	-2,508	0,140	-0,588	-1,405	-1,546	-7,308	-6,570	-5,493	-5,730
SES	$\alpha = 0,2$	-0,942	-1,215	0,490	0,009	-0,520	-0,605	-4,542	-4,009	-3,245	-3,359
SES	$\alpha - opt$	-4,522	-5,011	-0,076	-1,070	-2,445	-2,346	-7,552	-7,362	-7,119	-6,950
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	0,121	0,279	0,955	0,780	0,575	0,539	-0,744	-0,600	-0,385	-0,450
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	0,376	0,265	0,945	0,765	0,557	0,522	-0,840	-0,678	-0,438	-0,497
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	0,326	0,212	0,919	0,725	0,507	0,471	-1,067	-0,868	-0,581	-0,630
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	0,329	0,205	0,915	0,722	0,509	0,474	-1,080	-0,869	-0,091	-0,560
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	0,234	0,122	0,893	0,684	0,455	0,422	-1,236	-1,008	-0,694	-0,646
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	0,224	0,106	0,873	0,653	0,416	0,383	-1,449	-1,188	-0,824	-0,816
Holt	$\alpha-opt$ $b-opt$	-0,323	-0,502	0,650	0,291	-0,079	-0,129	-3,335	-2,844	-2,161	-2,166
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	-1,117	-1,424	0,452	-0,063	-0,641	-0,741	-4,805	-4,285	-3,528	-3,692
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	-0,837	-1,102	0,531	0,075	-0,430	-0,514	-4,199	-3,709	-3,003	-3,119
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	-0,599	-0,825	0,596	0,189	-0,253	-0,321	-3,705	-3,234	-2,564	-2,637
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	-1,109	-1,415	0,455	-0,059	-0,635	-0,734	-4,785	-4,267	-3,512	-3,674
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	-0,837	-1,102	0,531	0,075	-0,430	-0,514	-4,199	-3,709	-3,003	-3,119
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	-0,592	-0,817	0,598	0,193	-0,247	-0,315	-3,689	-3,219	-2,550	-2,621
Damped	$\alpha-opt$ $b-opt$ $\varphi-opt$	-0,374	-0,548	0,647	0,285	-0,092	-0,141	-3,341	-2,858	-2,185	-2,194
Theta	$\alpha=0,05$	0,064	-0,076	0,801	0,538	0,263	0,223	-2,082	-1,736	-1,254	-1,265
Theta	$\alpha=0,1$	-0,010	-0,158	0,776	0,496	0,203	0,162	-2,291	-1,924	-1,410	-1,425
Theta	$\alpha=0,2$	-0,207	-0,375	0,707	0,383	0,044	<b>-0,002</b>	-2,851	-2,426	-1,830	-1,855
Theta	$\alpha-opt$	-0,099	-0,291	0,761	0,463	0,132	0,106	-2,299	-1,976	-1,525	-1,507



mean (Mean Error) - Royal Air Force (1/2)

$\alpha=0,1$ $\beta=0,05$	$\alpha=0,2$ $\beta=0,05$	$\alpha\text{-opt}$ $\beta\text{-opt}$	$\alpha=0,05$ $\beta=0,02$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,1$ $\beta=0,02$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,2$ $\beta=0,02$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,05$ $\beta=0,05$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,1$ $\beta=0,05$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,2$ $\beta=0,05$ $\phi=0,5$	$\alpha\text{-opt}$ $\beta\text{-opt}$ $\phi\text{-opt}$	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha\text{-opt}$
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
-4,987	-4,200	-3,017	-1,359	-1,527	-1,704	-1,364	-1,535	-1,710	-2,123	-3,150	-2,800	-2,275	2,0499
-2,319	-1,905	-1,266	-0,238	-0,345	-0,466	-0,241	-0,350	-0,470	-0,766	-1,331	-1,142	-0,854	0,7177
10,104	-8,894	-6,856	-3,253	-3,658	-4,143	-3,266	-3,677	-4,163	-5,375	-7,277	-6,655	-5,691	5,1808
-5,246	-4,540	-3,377	-1,364	-1,586	-1,850	-1,371	-1,596	-1,860	-2,516	-3,589	-3,238	-2,695	2,4200
-3,024	-2,543	-1,784	-0,509	-0,645	-0,802	-0,513	-0,651	-0,808	-1,199	-1,890	-1,663	-1,315	1,1516
-6,900	-6,840	-6,956	-2,033	-2,562	-3,355	-2,047	-2,585	-3,388	-5,868	-9,004	-8,147	-6,718	5,2384
-0,352	-0,204	0,054	0,597	0,536	0,458	0,596	0,533	0,455	0,255	-0,025	0,066	0,208	0,2952
-0,390	-0,231	0,040	0,575	0,515	0,442	0,574	0,513	0,439	0,250	-0,028	0,062	0,203	0,2841
-0,504	-0,321	-0,023	0,518	0,459	0,389	0,516	0,457	0,386	0,209	-0,078	0,015	0,161	0,2347
-0,446	-0,283	-0,027	0,511	0,457	0,391	0,509	0,454	0,389	0,211	-0,089	0,391	0,159	0,2337
-0,531	-0,370	-0,122	0,465	0,408	0,335	0,464	0,406	0,332	0,139	-0,135	-0,043	0,100	0,1732
-0,670	-0,466	-0,161	0,416	0,359	0,292	0,414	0,356	0,289	0,116	-0,191	-0,091	0,063	0,1322
-1,879	-1,488	-0,930	-0,107	-0,185	-0,267	-0,110	-0,188	-0,270	-0,582	-0,966	-0,804	-0,560	0,4820
-3,353	-2,857	-2,039	-0,610	-0,768	-0,956	-0,615	-0,775	-0,963	-1,432	-2,189	-1,943	-1,560	1,3671
-2,808	-2,360	-1,641	-0,413	-0,546	-0,701	-0,418	-0,552	-0,707	-1,094	-1,751	-1,537	-1,206	1,0483
-2,348	-1,937	-1,303	-0,250	-0,360	-0,486	-0,254	-0,365	-0,491	-0,802	-1,375	-1,188	-0,900	0,7730
-3,336	-2,842	-2,027	-0,604	-0,761	-0,948	-0,609	-0,768	-0,956	-1,422	-2,176	-1,930	-1,550	1,3576
-2,808	-2,360	-1,641	-0,413	-0,546	-0,701	-0,418	-0,552	-0,707	-1,094	-1,751	-1,537	-1,206	1,0483
-2,332	-1,923	-1,292	-0,245	-0,354	-0,479	-0,248	-0,359	-0,484	-0,793	-1,363	-1,176	-0,890	0,7642
-1,912	-1,524	-0,975	-0,114	-0,196	-0,284	-0,117	-0,200	-0,287	-0,504	-0,995	-0,833	-0,589	0,4970
-1,062	-0,783	-0,370	0,250	0,190	0,123	0,248	0,187	0,121	-0,039	0,366	0,135	-0,112	0,2140
-1,209	-0,910	-0,473	0,189	0,125	0,055	0,187	0,122	0,052	-0,118	0,316	0,071	-0,192	0,1523
-1,603	-1,253	-0,746	0,026	-0,049	-0,130	0,024	-0,052	-0,133	-0,328	0,390	0,167	-0,073	0,2444
-1,332	-1,525	-0,613	0,149	0,064	-0,042	0,146	0,060	-0,046	-0,323	0,265	-0,003	-0,311	0,0944

**Table 23 - mean (Mean Absolute Error) - Royal Air Force (1/2)**

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha$ - opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
RAF		Naïve	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naïve		3,837	4,081	2,095	2,700	3,345	3,441	9,118	8,265	7,063	7,214
SMA	k - opt	2,713	2,880	1,696	2,029	2,393	2,456	5,372	4,953	4,362	4,443
SES	$\alpha=0,05$	6,210	6,864	2,725	3,808	5,064	5,290	14,380	13,203	11,497	11,982
SES	$\alpha=0,1$	4,000	4,353	2,075	2,684	3,379	3,501	8,614	7,937	6,960	7,195
SES	$\alpha = 0,2$	3,013	3,229	1,786	2,183	2,627	2,700	6,124	5,646	4,969	5,083
SES	$\alpha$ - opt	6,532	6,969	2,292	3,193	4,481	4,397	9,101	8,961	8,802	8,635
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	2,105	1,967	<b>1,406</b>	1,548	1,717	1,749	2,816	2,694	2,514	2,573
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	1,890	1,977	1,414	1,561	1,731	1,763	2,896	2,759	2,558	2,612
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	1,931	2,021	1,435	1,593	1,772	1,804	3,088	2,919	2,677	2,724
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	1,962	2,041	1,447	1,611	1,793	1,818	3,140	2,958	2,546	2,683
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	2,023	2,108	1,460	1,632	1,823	1,852	3,248	3,051	2,784	2,747
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	2,017	2,110	1,473	1,653	1,848	1,877	3,418	3,193	2,883	2,882
Holt	$\alpha$ -opt $b$ -opt	2,508	2,656	1,669	1,972	2,286	2,327	5,214	4,758	4,129	4,152
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	3,165	3,412	1,817	2,244	2,731	2,818	6,353	5,888	5,218	5,378
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	2,923	3,134	1,753	2,129	2,552	2,625	5,816	5,379	4,757	4,872
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	2,719	2,896	1,699	2,034	2,403	2,461	5,382	4,964	4,376	4,450
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	3,158	3,404	1,815	2,240	2,725	2,812	6,336	5,872	5,204	5,362
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	2,923	3,134	1,753	2,129	2,552	2,625	5,816	5,379	4,757	4,872
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	2,712	2,889	1,698	2,031	2,398	2,456	5,369	4,951	4,364	4,436
Damped	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\phi$ -opt	2,529	2,660	1,657	1,956	2,269	2,311	5,090	4,656	4,060	4,076
Theta	$\alpha=0,05$	2,154	2,263	1,531	1,748	1,975	2,008	3,966	3,665	3,250	3,265
Theta	$\alpha=0,1$	2,217	2,331	1,552	1,782	2,024	2,059	4,148	3,827	3,384	3,402
Theta	$\alpha=0,2$	2,385	2,514	1,608	1,875	2,156	2,195	4,644	4,267	3,747	3,776
Theta	$\alpha$ -opt	3,377	3,621	1,934	2,424	2,943	3,013	7,499	6,846	5,899	6,156

mean (Mean Absolute Error) - Royal Air Force (2/2)

$\alpha=0,1$ $\beta=0,05$	$\alpha=0,2$ $\beta=0,05$	$\alpha$ -opt $\beta$ -opt	$\alpha=0,05$ $\beta=0,02$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,1$ $\beta=0,02$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,2$ $\beta=0,02$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,05$ $\beta=0,05$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,1$ $\beta=0,05$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,2$ $\beta=0,05$ $\phi=0,5$	$\alpha$ -opt $\beta$ -opt $\phi$ -opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha$ -opt
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
6,687	5,949	4,889	3,386	3,533	3,687	3,390	3,539	3,693	4,071	4,984	4,666	4,205	4,094
4,185	3,823	3,289	2,391	2,482	2,586	2,394	2,486	2,590	2,856	3,325	3,164	2,929	2,861
11,206	10,074	8,260	4,976	5,333	5,764	4,987	5,349	5,781	6,897	8,594	8,028	7,182	6,895
6,756	6,121	5,120	3,340	3,531	3,760	3,346	3,540	3,769	4,354	5,278	4,970	4,511	4,365
4,785	4,362	3,724	2,615	2,730	2,864	2,619	2,735	2,870	3,215	3,793	3,599	3,313	3,233
8,619	8,614	8,840	4,070	4,577	5,347	4,083	4,599	5,379	7,822	10,859	10,031	8,658	7,385
2,490	2,366	2,156	1,698	1,749	1,813	1,699	1,751	1,816	1,987	2,216	2,141	2,025	1,976
2,521	2,387	2,167	1,716	1,765	1,827	1,717	1,767	1,829	1,990	2,217	2,142	2,029	1,985
2,616	2,461	2,219	1,763	1,811	1,870	1,764	1,813	1,872	2,024	2,256	2,180	2,064	2,026
2,587	2,459	2,266	1,784	1,831	1,891	1,785	1,833	1,893	2,055	2,285	1,891	2,095	2,056
2,641	2,508	2,314	1,813	1,860	1,921	1,814	1,862	1,924	2,091	2,310	2,235	2,122	2,084
2,756	2,582	2,336	1,847	1,894	1,950	1,849	1,896	1,953	2,101	2,350	2,268	2,145	2,113
3,884	3,521	3,042	2,315	2,380	2,447	2,318	2,383	2,450	2,722	3,056	2,907	2,697	2,662
5,076	4,639	3,947	2,702	2,836	2,997	2,706	2,842	3,003	3,418	4,057	3,844	3,527	3,427
4,596	4,204	3,601	2,536	2,648	2,780	2,539	2,653	2,786	3,126	3,675	3,492	3,221	3,143
4,194	3,837	3,309	2,399	2,491	2,598	2,401	2,495	2,602	2,876	3,350	3,191	2,958	2,899
5,061	4,626	3,937	2,697	2,830	2,990	2,701	2,836	2,997	3,409	4,045	3,834	3,518	3,419
4,596	4,204	3,601	2,536	2,648	2,780	2,539	2,653	2,786	3,126	3,675	3,492	3,221	3,143
4,181	3,825	3,299	2,394	2,486	2,592	2,397	2,490	2,596	2,868	3,340	3,182	2,950	2,891
3,825	3,486	3,033	2,287	2,354	2,429	2,289	2,357	2,431	2,624	3,027	2,891	2,694	2,657
3,090	2,851	2,515	1,984	2,034	2,090	1,986	2,037	2,092	2,233	1,949	2,115	2,311	2,041
3,215	2,959	2,601	2,034	2,088	2,147	2,036	2,090	2,149	2,298	1,995	2,171	2,379	2,094
3,554	3,251	2,834	2,169	2,232	2,300	2,171	2,234	2,302	2,476	1,927	2,088	2,278	2,016
5,706	5,899	4,295	2,977	3,099	3,222	2,982	3,105	3,226	3,514	2,818	3,202	3,646	3,093

**Table 24 - mean (Mean Squared Error) - Royal Air Force (1/2)**

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha$ - opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
RAF		Naive	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naive		416,6	309,3	197,3	220,8	259,7	273,4	1485,0	1164,7	809,6	820,1
SMA	k - opt	219,3	209,0	186,6	186,6	190,4	194,9	341,3	302,7	260,6	265,2
SES	$\alpha=0,05$	535,9	488,0	191,2	219,7	283,2	313,0	1655,5	1363,5	1020,3	1113,5
SES	$\alpha=0,1$	282,2	264,0	<b>185,4</b>	190,6	206,3	214,7	645,9	544,1	427,9	452,3
SES	$\alpha = 0,2$	220,8	210,5	185,7	185,9	190,3	193,3	386,1	335,2	279,4	285,2
SES	$\alpha$ - opt	3057,8	2478,7	229,7	350,4	718,4	834,8	1858,7	2080,9	2497,0	2253,5
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	192,1	188,0	189,2	187,7	186,7	186,8	192,7	190,7	188,8	190,1
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	189,4	187,6	189,0	187,4	186,4	186,5	194,6	191,7	188,9	190,1
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	189,3	187,2	188,7	187,0	186,0	186,1	200,3	195,2	190,3	191,2
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	193,4	188,6	189,0	187,9	187,8	187,3	210,0	202,5	290,2	191,3
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	327,4	324,5	191,2	194,0	202,4	205,2	254,7	240,8	238,4	192,6
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	191,0	188,0	188,2	186,7	185,9	186,1	217,3	206,6	196,2	194,7
Holt	$\alpha$ -opt $b$ -opt	225,2	215,3	190,0	194,7	203,7	207,0	572,8	475,2	364,6	384,6
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	227,9	218,4	185,6	186,2	192,0	195,6	395,1	346,7	292,2	303,8
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	216,3	208,0	185,9	185,7	189,3	192,0	356,0	313,4	266,5	272,8
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	209,1	201,0	186,2	185,6	187,9	189,8	331,1	291,8	249,6	251,5
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	227,6	218,1	185,6	186,1	191,9	195,5	393,8	345,6	291,3	302,8
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	216,3	208,0	185,9	185,7	189,3	192,0	356,0	313,4	266,5	272,8
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	208,9	200,8	186,2	185,6	187,9	189,7	330,5	291,2	249,2	250,9
Damped	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\varphi$ -opt	211,4	199,0	187,0	187,0	189,6	191,1	352,3	304,6	254,8	249,2
Theta	$\alpha=0,05$	194,0	190,0	187,5	186,1	185,9	186,5	250,2	229,9	209,3	208,1
Theta	$\alpha=0,1$	195,5	190,8	187,3	186,0	186,0	186,6	259,4	236,6	213,2	211,9
Theta	$\alpha=0,2$	201,3	194,2	187,0	186,0	186,9	187,8	293,5	261,7	228,5	227,6
Theta	$\alpha$ -opt	930,6	848,7	269,2	397,5	559,7	608,6	6964,8	5293,6	3303,6	3951,1

mean (Mean Squared Error) - Royal Air Force (2/2)

$\alpha=0,1$ $b=0,05$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	$\alpha$ -opt $b$ -opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\phi$ -opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha$ -opt
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
690,8	544,8	428,7	266,8	273,9	282,8	267,0	274,3	283,1	327,6	401,5	363,0	326,4	333,5
250,1	232,9	222,9	189,6	190,8	193,3	189,6	190,8	193,4	208,7	212,8	208,8	205,8	204,8
974,5	801,9	643,2	274,0	294,6	327,7	274,6	295,6	329,3	484,0	587,3	543,2	497,1	498,6
407,3	353,0	308,1	204,3	209,3	217,8	204,4	209,5	218,2	261,2	287,6	275,3	263,7	265,9
265,1	242,3	226,7	190,0	191,2	193,7	190,0	191,3	193,8	208,5	215,9	211,7	208,6	210,4
2490,6	2888,7	4106,1	521,4	710,4	1109,9	525,4	719,3	1128,8	3336,7	7305,9	6231,4	4677,3	3798,7
189,4	188,8	189,2	186,5	186,4	186,5	186,5	186,4	186,5	188,6	188,4	188,2	188,4	188,6
189,1	188,2	188,5	186,3	186,1	186,2	186,3	186,1	186,2	188,0	187,5	187,4	187,7	188,0
189,6	188,1	188,1	185,9	185,7	185,7	185,8	185,7	185,7	187,4	186,6	186,5	187,0	187,4
190,6	191,0	195,0	187,1	187,1	187,6	187,1	187,1	187,7	191,3	188,7	187,6	190,3	190,6
191,8	205,4	263,9	194,8	195,9	202,9	194,8	196,0	203,2	239,1	198,3	202,9	210,1	207,5
192,0	189,5	189,8	185,9	185,7	185,7	185,9	185,7	185,7	187,8	186,9	186,8	187,3	187,9
338,3	287,0	243,5	207,1	208,7	209,9	207,2	208,7	210,0	237,9	242,5	229,5	217,0	216,9
282,9	258,2	238,8	190,9	192,9	196,7	190,9	193,0	196,9	217,6	228,2	223,0	218,6	220,1
255,8	236,2	222,6	188,8	190,0	192,4	188,9	190,1	192,5	206,6	213,1	209,6	206,9	208,6
237,1	221,2	211,7	187,8	188,4	189,8	187,8	188,4	189,9	199,3	203,0	200,5	199,0	200,7
282,1	257,5	238,3	190,8	192,8	196,6	190,8	192,9	196,8	217,3	227,8	222,6	218,2	219,8
255,8	236,2	222,6	188,8	190,0	192,4	188,9	190,1	192,5	206,6	213,1	209,6	206,9	208,6
236,6	220,8	211,4	187,8	188,4	189,7	187,8	188,4	189,8	199,1	202,7	200,3	198,8	200,5
233,9	218,0	210,7	189,9	190,2	191,1	189,9	190,2	191,1	197,8	200,1	198,2	197,3	198,9
201,8	195,4	193,4	186,0	185,9	186,1	186,0	185,9	186,1	188,9	187,6	188,2	190,2	188,4
204,6	197,3	194,8	186,1	186,0	186,3	186,1	186,0	186,3	189,5	187,8	188,6	191,0	188,8
216,8	205,5	200,8	187,1	187,2	187,7	187,1	187,2	187,7	192,4	187,6	188,2	190,0	188,3
3007,7	3303,6	1981,6	665,7	687,4	673,7	667,1	688,2	672,2	677,3	425,5	589,4	780,6	709,2

**Table 25 - median (Mean Error) - Royal Air Force (1/2)**

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha - opt$	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
RAF		Naïve	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naïve		-0,211	-0,344	0,022	-0,064	-0,194	-0,228	-1,302	-1,200	-1,038	-1,056
SMA	k - opt	-0,071	-0,125	0,071	0,014	-0,052	-0,072	-0,695	-0,618	-0,508	-0,513
SES	$\alpha=0,05$	-0,897	-1,269	-0,146	-0,415	-0,808	-0,828	-3,249	-3,034	-2,693	-2,790
SES	$\alpha=0,1$	-0,362	-0,536	-0,009	-0,135	-0,300	-0,330	-1,700	-1,559	-1,364	-1,393
SES	$\alpha = 0,2$	-0,149	-0,224	0,047	-0,025	-0,118	-0,144	-0,965	-0,879	-0,728	-0,757
SES	$\alpha - opt$	-0,155	-0,256	0,027	-0,043	-0,140	-0,152	-1,227	-1,096	-0,918	-0,935
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	0,004	0,009	0,141	0,102	0,052	0,044	-0,168	-0,143	-0,110	-0,124
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	0,034	0,006	0,138	0,099	0,050	0,042	-0,181	-0,154	-0,116	-0,129
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	0,028	0,001	0,131	0,091	0,045	0,034	-0,210	-0,182	-0,137	-0,148
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	0,027	0,000	0,129	0,092	0,046	0,038	-0,204	-0,175	-0,003	-0,136
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	0,025	-0,002	0,128	0,088	0,043	0,033	-0,218	-0,193	-0,142	-0,147
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	0,016	-0,008	0,125	0,078	0,036	0,023	-0,255	-0,222	-0,168	-0,173
Holt	$\alpha-opt$ $b-opt$	-0,022	-0,057	0,087	0,035	-0,005	-0,020	-0,464	-0,408	-0,321	-0,331
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	-0,180	-0,272	0,037	-0,044	-0,145	-0,173	-1,064	-0,965	-0,810	-0,846
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	-0,136	-0,201	0,053	-0,017	-0,103	-0,129	-0,885	-0,812	-0,665	-0,693
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	-0,095	-0,148	0,066	0,003	-0,068	-0,091	-0,743	-0,668	-0,548	-0,563
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	-0,179	-0,270	0,038	-0,044	-0,144	-0,171	-1,059	-0,961	-0,805	-0,840
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	-0,136	-0,201	0,053	-0,017	-0,103	-0,129	-0,885	-0,812	-0,665	-0,693
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	-0,093	-0,146	0,067	0,004	-0,066	-0,090	-0,735	-0,662	-0,545	-0,556
Damped	$\alpha-opt$ $b-opt$ $\varphi-opt$	-0,042	-0,081	0,082	0,028	-0,025	-0,040	-0,587	-0,515	-0,404	-0,422
Theta	$\alpha=0,05$	0,008	-0,018	0,116	0,065	0,022	0,009	-0,343	-0,299	-0,225	-0,231
Theta	$\alpha=0,1$	-0,001	-0,029	0,111	0,057	0,012	<b>0,000</b>	-0,383	-0,332	-0,258	-0,268
Theta	$\alpha=0,2$	-0,023	-0,059	0,093	0,038	-0,008	-0,024	-0,488	-0,425	-0,340	-0,347
Theta	$\alpha-opt$	-0,046	-0,091	0,078	0,025	-0,027	-0,046	-0,600	-0,535	-0,427	-0,437

median (Mean Error) - Royal Air Force (2/2)

$\alpha=0,1$ $b=0,05$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	$\alpha$ -opt $b$ -opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\varphi$ -opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha$ -opt
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
-0,972	-0,842	-0,488	-0,173	-0,223	-0,281	-0,174	-0,226	-0,283	-0,364	-0,632	-0,551	-0,411	-0,304
-0,458	-0,379	-0,206	-0,050	-0,072	-0,095	-0,051	-0,072	-0,095	-0,135	-0,270	-0,228	-0,152	-0,111
-2,631	-2,364	-1,678	-0,751	-0,893	-1,048	-0,755	-0,900	-1,055	-1,289	-1,950	-1,782	-1,405	-1,095
-1,299	-1,143	-0,767	-0,291	-0,348	-0,418	-0,292	-0,350	-0,421	-0,555	-0,900	-0,803	-0,599	-0,484
-0,690	-0,585	-0,348	-0,115	-0,143	-0,174	-0,116	-0,145	-0,176	-0,246	-0,438	-0,373	-0,269	-0,207
-0,843	-0,690	-0,392	-0,139	-0,173	-0,207	-0,140	-0,174	-0,208	-0,259	-0,500	-0,424	-0,297	-0,232
-0,107	-0,085	-0,023	0,054	0,044	0,034	0,053	0,043	0,033	0,005	-0,054	-0,034	-0,007	0,023
-0,111	-0,084	-0,026	0,052	0,041	0,031	0,051	0,041	0,030	0,005	-0,057	-0,038	-0,008	0,021
-0,127	-0,098	-0,034	0,046	0,034	0,022	0,046	0,034	0,022	-0,003	-0,066	-0,047	-0,015	0,012
-0,118	-0,092	-0,033	0,047	0,036	0,025	0,047	0,036	0,025	-0,002	-0,062	0,025	-0,012	0,012
-0,125	-0,097	-0,037	0,044	0,033	0,022	0,043	0,033	0,022	-0,006	-0,066	-0,049	-0,016	0,008
-0,148	-0,110	-0,043	0,038	0,024	0,011	0,037	0,023	0,011	-0,014	-0,076	-0,057	-0,024	-0,001
-0,293	-0,235	-0,106	-0,005	-0,019	-0,037	-0,005	-0,020	-0,038	-0,074	-0,161	-0,129	-0,080	-0,047
-0,773	-0,675	-0,414	-0,141	-0,170	-0,206	-0,142	-0,171	-0,207	-0,294	-0,507	-0,441	-0,325	-0,247
-0,625	-0,532	-0,313	-0,099	-0,129	-0,156	-0,099	-0,130	-0,158	-0,222	-0,396	-0,338	-0,244	-0,183
-0,507	-0,417	-0,230	-0,067	-0,088	-0,113	-0,067	-0,090	-0,113	-0,161	-0,307	-0,256	-0,179	-0,132
-0,768	-0,670	-0,412	-0,139	-0,169	-0,204	-0,141	-0,170	-0,206	-0,292	-0,503	-0,438	-0,323	-0,246
-0,625	-0,532	-0,313	-0,099	-0,129	-0,156	-0,099	-0,130	-0,158	-0,222	-0,396	-0,338	-0,244	-0,183
-0,503	-0,413	-0,228	-0,065	-0,087	-0,111	-0,066	-0,088	-0,112	-0,159	-0,303	-0,253	-0,178	-0,131
-0,375	-0,298	-0,143	-0,024	-0,039	-0,059	-0,025	-0,040	-0,059	-0,090	-0,205	-0,172	-0,109	-0,070
-0,197	-0,148	-0,231	0,022	0,012	-0,002	0,022	0,011	-0,003	-0,021	0,056	0,018	-0,020	0,016
-0,233	-0,177	-0,068	0,013	0,002	-0,010	0,013	0,002	-0,011	-0,034	0,046	0,008	-0,033	0,005
-0,306	-0,245	-0,110	-0,006	-0,020	-0,039	-0,006	-0,021	-0,039	-0,064	0,059	0,023	-0,012	0,021
-0,390	-0,427	-0,157	-0,028	-0,045	-0,065	-0,029	-0,045	-0,065	-0,100	0,016	-0,034	-0,093	-0,043

**Table 26 - median (Mean Absolute Error) - Royal Air Force (1/2)**

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha$ - opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
RAF		Naïve	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naïve		0,762	0,927	0,464	0,608	0,763	0,775	1,886	1,755	1,574	1,628
SMA	k - opt	0,545	0,654	0,369	0,461	0,557	0,557	1,224	1,161	1,052	1,093
SES	$\alpha=0,05$	1,338	1,694	0,695	0,984	1,338	1,314	3,553	3,366	3,057	3,175
SES	$\alpha=0,1$	0,845	1,088	0,501	0,683	0,870	0,859	2,100	2,000	1,809	1,871
SES	$\alpha = 0,2$	0,631	0,776	0,408	0,527	0,657	0,647	1,472	1,398	1,265	1,306
SES	$\alpha$ - opt	0,779	0,947	0,475	0,623	0,776	0,755	1,814	1,718	1,552	1,614
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	0,432	0,463	0,300	0,350	0,403	0,400	0,728	0,707	0,654	0,679
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	0,396	0,469	<b>0,299</b>	0,352	0,406	0,403	0,736	0,712	0,666	0,685
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	0,401	0,476	0,302	0,356	0,410	0,413	0,769	0,734	0,685	0,705
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	0,404	0,475	0,301	0,356	0,409	0,409	0,758	0,727	0,453	0,691
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	0,408	0,482	0,304	0,358	0,413	0,415	0,781	0,738	0,693	0,706
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	0,418	0,486	0,310	0,365	0,425	0,426	0,813	0,774	0,715	0,728
Holt	$\alpha$ -opt $b$ -opt	0,492	0,576	0,347	0,420	0,498	0,500	1,046	0,982	0,888	0,915
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	0,669	0,838	0,423	0,554	0,698	0,684	1,562	1,486	1,351	1,400
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	0,610	0,754	0,400	0,515	0,635	0,632	1,402	1,337	1,217	1,256
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	0,561	0,692	0,380	0,479	0,584	0,573	1,281	1,205	1,105	1,124
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	0,667	0,836	0,423	0,553	0,696	0,682	1,556	1,481	1,346	1,395
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	0,610	0,754	0,400	0,515	0,635	0,632	1,402	1,337	1,217	1,256
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	0,560	0,688	0,379	0,477	0,584	0,572	1,275	1,197	1,101	1,119
Damped	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\varphi$ -opt	0,503	0,602	0,356	0,433	0,521	0,522	1,126	1,058	0,958	0,991
Theta	$\alpha=0,05$	0,426	0,508	0,321	0,386	0,446	0,443	0,887	0,840	0,759	0,774
Theta	$\alpha=0,1$	0,441	0,525	0,328	0,395	0,458	0,457	0,929	0,877	0,795	0,814
Theta	$\alpha=0,2$	0,478	0,570	0,345	0,418	0,496	0,490	1,035	0,977	0,877	0,910
Theta	$\alpha$ -opt	0,556	0,667	0,379	0,472	0,568	0,568	1,192	1,143	1,040	1,075



median (Mean Absolute Error) - Royal Air Force (2/2)

$\alpha=0,1$ $b=0,05$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	$\alpha$ -opt $b$ -opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\varphi$ -opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha$ -opt
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
1,524	1,374	1,082	0,757	0,809	0,851	0,759	0,811	0,853	0,916	1,201	1,128	0,976	0,896
1,034	0,942	0,765	0,556	0,586	0,617	0,558	0,588	0,618	0,659	0,839	0,783	0,691	0,639
3,014	2,729	2,113	1,299	1,426	1,536	1,303	1,432	1,541	1,766	2,401	2,189	1,886	1,666
1,784	1,639	1,304	0,858	0,910	0,988	0,860	0,913	0,987	1,106	1,465	1,353	1,181	1,060
1,251	1,133	0,935	0,652	0,697	0,731	0,654	0,699	0,734	0,786	1,029	0,957	0,836	0,764
1,526	1,388	1,126	0,778	0,825	0,875	0,781	0,828	0,874	0,977	1,245	1,162	1,024	0,940
0,655	0,609	0,526	0,396	0,417	0,437	0,397	0,418	0,438	0,466	0,571	0,543	0,488	0,454
0,658	0,616	0,528	0,402	0,420	0,437	0,402	0,421	0,438	0,462	0,575	0,544	0,487	0,457
0,679	0,631	0,538	0,411	0,428	0,447	0,411	0,429	0,448	0,468	0,593	0,553	0,498	0,465
0,670	0,625	0,539	0,411	0,429	0,445	0,411	0,431	0,444	0,466	0,591	0,445	0,496	0,465
0,679	0,634	0,542	0,416	0,434	0,449	0,416	0,435	0,450	0,468	0,593	0,555	0,505	0,467
0,700	0,658	0,557	0,427	0,443	0,459	0,427	0,444	0,460	0,481	0,605	0,569	0,513	0,479
0,878	0,804	0,654	0,502	0,521	0,543	0,503	0,523	0,543	0,594	0,725	0,678	0,605	0,572
1,335	1,229	1,007	0,688	0,731	0,772	0,690	0,731	0,775	0,854	1,111	1,038	0,918	0,820
1,198	1,101	0,906	0,639	0,674	0,712	0,640	0,676	0,711	0,763	1,000	0,935	0,809	0,741
1,071	0,984	0,818	0,587	0,618	0,648	0,588	0,619	0,651	0,688	0,893	0,834	0,736	0,679
1,332	1,225	1,004	0,687	0,730	0,771	0,688	0,730	0,773	0,851	1,109	1,036	0,915	0,817
1,198	1,101	0,906	0,639	0,674	0,712	0,640	0,676	0,711	0,763	1,000	0,935	0,809	0,741
1,066	0,978	0,817	0,584	0,617	0,647	0,586	0,618	0,648	0,685	0,888	0,831	0,734	0,675
0,938	0,847	0,694	0,525	0,546	0,575	0,525	0,547	0,577	0,591	0,759	0,721	0,635	0,602
0,741	0,694	0,575	0,449	0,469	0,481	0,450	0,470	0,481	0,493	0,419	0,462	0,513	0,445
0,774	0,721	0,601	0,463	0,480	0,499	0,463	0,481	0,499	0,512	0,430	0,476	0,531	0,460
0,863	0,798	0,653	0,497	0,517	0,539	0,499	0,518	0,541	0,562	0,412	0,453	0,502	0,438
1,031	1,040	0,769	0,565	0,592	0,623	0,565	0,592	0,624	0,666	0,519	0,584	0,656	0,580

Table 27- mean (Geometric Root Mean Squared Error) - Royal Air Force (1/2)

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha$ - opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
RAF		Naïve	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naïve		2,129	2,747	9,438	1,617	37,132	41,263	6,772	6,143	5,261	5,323
SMA	k - opt	1,618	1,975	0,725	1,134	1,550	1,598	4,604	4,208	3,625	3,669
SES	$\alpha=0,05$	4,882	6,070	2,018	3,230	4,545	4,687	13,750	12,566	10,862	11,329
SES	$\alpha=0,1$	2,940	3,626	1,240	1,969	2,749	2,847	8,028	7,413	6,457	6,665
SES	$\alpha = 0,2$	2,004	2,460	0,872	1,372	1,893	1,960	5,576	5,107	4,434	4,529
SES	$\alpha$ - opt	2,851	3,438	1,029	1,682	2,454	2,528	6,458	6,112	5,608	5,662
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	1,081	1,023	<b>0,339</b>	0,543	0,764	0,793	2,122	1,976	1,756	1,808
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	0,848	1,045	0,354	0,564	0,789	0,817	2,216	2,058	1,814	1,863
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	0,900	1,107	0,387	0,612	0,849	0,878	2,426	2,241	1,960	2,000
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	0,904	1,111	0,392	0,618	0,853	0,877	2,433	2,239	1,313	1,952
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	0,931	1,145	0,410	0,644	0,884	0,910	2,543	2,338	2,035	2,029
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	0,988	1,215	0,443	0,694	0,948	0,974	2,766	2,529	2,191	2,187
Holt	$\alpha$ -opt $b$ -opt	1,389	1,710	0,655	1,015	1,368	1,403	4,184	3,789	3,228	3,224
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	2,158	2,652	0,914	1,447	2,018	2,094	5,862	5,400	4,723	4,860
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	1,924	2,364	0,830	1,307	1,812	1,876	5,296	4,866	4,232	4,330
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	1,716	2,106	0,759	1,189	1,632	1,686	4,821	4,408	3,813	3,873
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	2,151	2,644	0,912	1,443	2,012	2,087	5,844	5,384	4,710	4,844
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	1,924	2,364	0,830	1,307	1,812	1,876	5,296	4,866	4,232	4,330
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	1,709	2,098	0,756	1,186	1,626	1,679	4,806	4,392	3,800	3,858
Damped	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\varphi$ -opt	1,479	1,793	0,684	1,061	1,430	1,470	4,324	3,930	3,355	3,357
Theta	$\alpha=0,05$	1,139	1,396	0,526	0,821	1,111	1,142	3,336	3,035	2,597	2,597
Theta	$\alpha=0,1$	1,201	1,471	0,555	0,865	1,170	1,204	3,516	3,197	2,740	2,737
Theta	$\alpha=0,2$	1,360	1,660	0,628	0,977	1,322	1,357	3,978	3,609	3,098	3,106
Theta	$\alpha$ -opt	1,805	2,176	0,795	1,247	1,711	1,763	5,207	4,745	4,057	4,172

mean (Geometric Root Mean Squared Error) - Royal Air Force (2/2)

$\alpha=0,1$ $b=0,05$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	$\alpha\text{-opt}$ $b\text{-opt}$	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha\text{-opt}$ $b\text{-opt}$ $\varphi\text{-opt}$	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha\text{-opt}$
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
4,935	4,391	3,447	2,225	2,365	2,512	2,229	2,371	2,518	2,826	3,626	3,372	2,973	2,841
3,417	3,053	2,443	1,554	1,654	1,765	1,557	1,658	1,769	2,001	2,549	2,376	2,109	2,014
10,574	9,470	7,524	4,466	4,837	5,259	4,477	4,853	5,275	6,197	8,021	7,456	6,562	6,208
6,233	5,612	4,464	2,711	2,921	3,166	2,717	2,930	3,175	3,693	4,744	4,414	3,908	3,705
4,230	3,796	3,036	1,883	2,019	2,164	1,887	2,025	2,168	2,498	3,184	2,976	2,639	2,518
5,453	5,136	4,574	2,328	2,587	2,920	2,335	2,599	2,935	3,828	5,245	4,821	4,126	3,552
1,706	1,558	1,268	0,746	0,809	0,885	0,748	0,812	0,888	1,059	1,358	1,267	1,119	1,046
1,753	1,593	1,291	0,774	0,836	0,910	0,776	0,839	0,913	1,074	1,375	1,283	1,135	1,067
1,875	1,693	1,365	0,842	0,903	0,973	0,844	0,906	0,976	1,128	1,440	1,347	1,194	1,130
1,834	1,673	1,377	0,847	0,906	0,977	0,849	0,909	0,980	1,135	1,447	0,977	1,201	1,137
1,904	1,727	1,417	0,882	0,942	1,010	0,884	0,944	1,013	1,162	1,481	1,385	1,231	1,169
2,044	1,844	1,500	0,950	1,012	1,079	0,952	1,014	1,082	1,227	1,562	1,462	1,300	1,241
2,984	2,653	2,113	1,388	1,466	1,546	1,390	1,469	1,549	1,807	2,194	2,042	1,812	1,752
4,554	4,098	3,277	1,992	2,146	2,319	1,997	2,153	2,326	2,716	3,467	3,238	2,867	2,724
4,047	3,637	2,914	1,796	1,928	2,075	1,800	1,934	2,081	2,405	3,061	2,858	2,540	2,420
3,611	3,238	2,594	1,628	1,738	1,862	1,631	1,743	1,867	2,131	2,711	2,530	2,252	2,151
4,539	4,083	3,267	1,986	2,139	2,311	1,990	2,146	2,318	2,706	3,456	3,227	2,858	2,715
4,047	3,637	2,914	1,796	1,928	2,075	1,800	1,934	2,081	2,405	3,061	2,858	2,540	2,420
3,596	3,225	2,583	1,622	1,732	1,855	1,625	1,737	1,860	2,122	2,700	2,519	2,242	2,142
3,111	2,774	2,223	1,448	1,526	1,616	1,450	1,531	1,619	1,803	2,294	2,139	1,906	1,835
2,410	2,148	0,575	1,123	1,187	1,255	1,125	1,190	1,258	1,396	1,043	1,257	1,492	1,154
2,544	2,267	1,808	1,184	1,252	1,322	1,186	1,255	1,325	1,471	1,097	1,322	1,570	1,216
2,875	2,568	2,045	1,337	1,414	1,494	1,339	1,418	1,497	1,663	1,015	1,224	1,453	1,123
3,860	4,057	2,685	1,721	1,833	1,952	1,725	1,838	1,957	2,191	1,577	1,912	2,289	1,777

**Table 28 - mean (Mean Absolute Scaled Error) Royal Air Force (1/2)**

croston			k - opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha - opt$	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$
RAF		Naïve	SMA	SES	SES	SES	SES	Holt	Holt	Holt	Holt
Naïve		1,702	1,815	0,954	1,187	1,459	1,566	3,447	3,208	2,853	2,977
SMA	k - opt	1,236	1,301	0,804	0,932	1,084	1,145	2,077	1,969	1,807	1,870
SES	$\alpha=0,05$	2,793	3,012	1,206	1,637	2,178	2,413	5,384	5,086	4,625	4,873
SES	$\alpha=0,1$	1,806	1,925	0,952	1,192	1,487	1,612	3,248	3,076	2,816	2,942
SES	$\alpha = 0,2$	1,358	1,432	0,837	0,989	1,171	1,246	2,317	2,196	2,015	2,088
SES	$\alpha - opt$	6,695	6,974	1,484	2,295	3,616	4,146	6,126	6,443	6,976	6,532
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$	0,980	0,983	<b>0,709</b>	0,772	0,853	0,889	1,253	1,225	1,181	1,209
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,02$	0,941	0,972	<i>0,709</i>	0,771	0,850	0,884	1,261	1,229	1,178	1,206
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,02$	0,937	0,969	0,712	0,775	0,854	0,887	1,299	1,258	1,195	1,223
Holt	$\alpha=0,05$ $b=0,05$	0,951	0,982	0,716	0,781	0,861	0,894	1,313	1,269	1,078	1,211
Holt	$\alpha=0,1$ $b=0,05$	0,954	0,984	0,717	0,783	0,863	0,895	1,329	1,281	1,214	1,221
Holt	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	0,948	0,981	0,720	0,787	0,867	0,899	1,368	1,313	1,234	1,251
Holt	$\alpha-opt$ $b-opt$	1,109	1,154	0,781	0,888	1,008	1,053	1,917	1,797	1,626	1,663
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	1,455	1,539	0,855	1,024	1,231	1,319	2,445	2,329	2,154	2,239
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	1,329	1,400	0,826	0,970	1,146	1,219	2,217	2,108	1,945	2,014
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\phi=0,5$	1,221	1,281	0,801	0,926	1,074	1,133	2,031	1,926	1,770	1,825
Damped	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	1,451	1,534	0,855	1,022	1,229	1,316	2,437	2,323	2,147	2,232
Damped	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	1,329	1,400	0,826	0,970	1,146	1,219	2,217	2,108	1,945	2,014
Damped	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\phi=0,5$	1,217	1,277	0,800	0,924	1,072	1,131	2,025	1,920	1,764	1,818
Damped	$\alpha-opt$ $b-opt$ $\phi-opt$	1,111	1,159	0,778	0,883	1,003	1,046	1,881	1,768	1,606	1,643
Theta	$\alpha=0,05$	0,958	0,992	0,731	0,805	0,888	0,918	1,490	1,414	1,304	1,331
Theta	$\alpha=0,1$	0,984	1,020	0,739	0,818	0,907	0,940	1,556	1,474	1,356	1,386
Theta	$\alpha=0,2$	1,053	1,096	0,761	0,855	0,961	1,000	1,738	1,639	1,497	1,534
Theta	$\alpha-opt$	1,757	1,834	0,981	1,228	1,504	1,613	3,617	3,351	2,951	3,127

mean (Mean Absolute Scaled Error) Royal Air Force (2/2)

$\alpha=0,1$ $b=0,05$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$	$\alpha$ -opt $b$ -opt	$\alpha=0,05$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,02$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,05$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,1$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha=0,2$ $b=0,05$ $\varphi=0,5$	$\alpha$ -opt $b$ -opt $\varphi$ -opt	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha$ -opt
Holt	Holt	Holt	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Damped	Theta	Theta	Theta	Theta
2,810	2,562	2,089	1,440	1,519	1,612	1,443	1,522	1,616	1,862	2,229	2,102	1,911	1,810
1,794	1,679	1,453	1,067	1,113	1,171	1,068	1,115	1,173	1,330	1,536	1,465	1,358	1,294
4,649	4,299	3,597	2,083	2,265	2,502	2,089	2,273	2,512	3,185	3,986	3,721	3,314	3,033
2,817	2,624	2,235	1,439	1,536	1,660	1,442	1,540	1,666	2,012	2,430	2,291	2,077	1,933
2,003	1,874	1,619	1,147	1,204	1,277	1,149	1,207	1,280	1,478	1,729	1,645	1,516	1,434
6,833	7,322	8,141	3,014	3,592	4,541	3,027	3,616	4,580	7,795	11,702	10,863	9,423	7,685
1,187	1,151	1,072	0,835	0,863	0,902	0,835	0,865	0,904	1,016	1,139	1,100	1,038	0,989
1,181	1,142	1,057	0,834	0,861	0,897	0,835	0,862	0,899	1,001	1,116	1,079	1,021	0,976
1,193	1,146	1,050	0,841	0,866	0,899	0,841	0,867	0,901	0,993	1,102	1,066	1,010	0,971
1,185	1,149	1,071	0,848	0,874	0,908	0,849	0,875	0,910	1,010	1,126	0,908	1,031	0,988
1,191	1,151	1,068	0,851	0,875	0,909	0,851	0,876	0,910	1,006	1,116	1,080	1,024	0,984
1,216	1,165	1,064	0,857	0,881	0,913	0,858	0,882	0,914	1,001	1,111	1,075	1,019	0,982
1,585	1,475	1,282	1,004	1,036	1,074	1,005	1,037	1,076	1,197	1,340	1,286	1,205	1,161
2,155	2,023	1,756	1,197	1,265	1,353	1,199	1,268	1,357	1,601	1,894	1,797	1,648	1,545
1,936	1,818	1,581	1,121	1,177	1,248	1,122	1,179	1,251	1,448	1,691	1,610	1,486	1,404
1,752	1,643	1,431	1,056	1,102	1,159	1,058	1,104	1,161	1,315	1,516	1,449	1,346	1,282
2,148	2,017	1,751	1,195	1,262	1,350	1,197	1,265	1,354	1,596	1,888	1,792	1,643	1,541
1,936	1,818	1,581	1,121	1,177	1,248	1,122	1,179	1,251	1,448	1,691	1,610	1,486	1,404
1,746	1,638	1,427	1,054	1,099	1,156	1,056	1,101	1,158	1,311	1,510	1,444	1,342	1,278
1,570	1,465	1,273	0,996	1,029	1,069	0,997	1,031	1,070	1,173	1,335	1,281	1,201	1,157
1,281	1,209	1,072	0,883	0,906	0,933	0,884	0,907	0,934	1,003	0,872	0,932	1,005	0,931
1,331	1,253	1,106	0,902	0,927	0,956	0,903	0,928	0,957	1,032	0,890	0,954	1,034	0,954
1,469	1,375	1,198	0,955	0,984	1,019	0,956	0,986	1,020	1,110	0,863	0,920	0,991	0,919
2,924	2,951	2,122	1,499	1,574	1,658	1,501	1,578	1,661	1,860	1,424	1,628	1,875	1,610

## Μέρος 2<sup>ο</sup>

### 1. Υλοποίηση αποσύνθεσης Croston

```
Public Function DemandDecomposition(ByVal roll, ByVal counter, ByVal original_data)
As Double()
```

```
    Dim demand(counter) As Double
    Dim demand_counter As Double = 0
    Dim i As Integer = 0

    For i = 0 To 17 + roll Step 1
        If (original_data(i) <> 0) Then
            demand(demand_counter) = original_data(i)
            demand_counter = demand_counter + 1
        Else
            demand(demand_counter) = 0
        End If
    Next
    Return demand
```

```
End Function
```

```
Public Function IntervalDecomposition(ByVal roll, ByVal counter, ByVal
original_data) As Double()
```

```
    Dim interval(counter) As Double
    Dim interval_counter As Double = 0
    Dim interval_data As Double = 0
    Dim firstnonzero As Boolean = True
    Dim lastnonzero As Boolean = True
    Dim firstnonzeroposition As Integer = 0
    Dim lastnonzeroposition As Integer = 0
    Dim counternonzero As Integer = 0

    For counternonzero = 0 To 17 + roll
        If (original_data(counternonzero) <> 0) And firstnonzero Then
            firstnonzeroposition = counternonzero
            firstnonzero = False
        End If
        If (original_data(17 + roll - counternonzero) <> 0) And
lastnonzero Then
            lastnonzeroposition = (17 + roll - counternonzero)
            lastnonzero = False
        End If
    Next

    If ((firstnonzeroposition <> lastnonzeroposition)) Then
        For i = (firstnonzeroposition + 1) To lastnonzeroposition Step 1
            If (original_data(i) <> 0) Then
                interval(interval_counter) = interval_data + 1
                interval_data = 0
                interval_counter = interval_counter + 1
            Else
                interval_data = interval_data + 1
                interval(interval_counter) = interval_data
            End If
        Next
    Else
        interval(interval_counter) = 0
    End If

    Return interval
End Function
```

### 2. Διάρθρωση Croston

```

Public Function croston(ByVal f_horizon As Integer, ByVal data_demand() As
Double, ByVal data_intervals() As Double) As Double()

    Dim croston_forecast(f_horizon) As Double
    For i = 0 To f_horizon
        If sesdata_intervals(i) <> 0 Then
            croston_forecast(i) = data_demand(i) / data_intervals(i)
        Else
            croston_forecast(i) = 0
        End If
    Next
    Return croston_forecast
End Function

```

### 3. Μέθοδοι Πρόβλεψης

#### Naïve

```

Public Function naivefunc(ByVal roll As Integer, ByVal original_data() As Double,
ByVal f_horizon As Integer) As Double()
    Dim nonzerocounter As Integer = 0
    Dim forecast_naive_data(f_horizon) As Double

    While original_data(nonzerocounter) <> 0 And nonzerocounter <= 18 + roll
        nonzerocounter = nonzerocounter + 1
    End While

    For i = 0 To f_horizon Step 1
        forecast_naive_data(i) = original_data(nonzerocounter - 1)
    Next
    Return forecast_naive_data
End Function

```

#### Κινητός Μέσος Όρος Βέλτιστου Μήκους

```

Public Function smaoptfunc(ByVal roll As Integer, ByVal original_data() As
Double, ByVal f_horizon As Integer) As Double()

    Dim dataCounter As Double = 0
    Dim ForecastSMA(f_horizon) As Double

    While (original_data(dataCounter) <> 0 And dataCounter <= 18 + roll)
        dataCounter = dataCounter + 1
    End While

    If dataCounter >= 1 Then
        Dim BestSmaNumber As Double = 0
        Dim ForecastSMAearly(f_horizon) As Double
        BestSmaNumber = BestSMANumberfunc(original_data, dataCounter)

        Dim ForecastSMASum As Double = 0
        For i = dataCounter - BestSmaNumber To dataCounter - 1
            ForecastSMASum = ForecastSMASum + original_data(i)
        Next

        ForecastSMAearly(0) = ForecastSMASum
        ForecastSMA(0) = ForecastSMASum / BestSmaNumber

        If f_horizon > 1 Then
            Dim endoforiginaldata As Integer = 0
            Dim sumoriginaldata As Double = 0
            For i = (dataCounter - BestSmaNumber) To dataCounter - 1
                sumoriginaldata = sumoriginaldata + original_data(i)
                endoforiginaldata = endoforiginaldata + 1
            Next
            If (endoforiginaldata <= f_horizon) Then

```

```

        For j = 1 To endoforiginaldata
            sumoriginaldata = sumoriginaldata -
original_data(dataCounter - BestSmaNumber + j - 1)
            ForecastSMAearly(j) = sumoriginaldata + ForecastSMAearly(j)
- 1)
            ForecastSMA(j) = ForecastSMAearly(j) / BestSmaNumber

        Next
    Else
        For j = 1 To endoforiginaldata
            ForecastSMAearly(j) = sumoriginaldata + ForecastSMAearly(j)
- 1)
            ForecastSMA(j) = ForecastSMAearly(j) / BestSmaNumber
            sumoriginaldata = sumoriginaldata -
original_data(dataCounter - BestSmaNumber + j)
        Next
        Dim kk As Integer = 0
        For k = endoforiginaldata To f_horizon
            ForecastSMAearly(k) = ForecastSMAearly(k - 1) -
ForecastSMA(k - endoforiginaldata) + ForecastSMA(BestSmaNumber + kk - 1)
            ForecastSMA(k) = ForecastSMAearly(k) / BestSmaNumber
            kk = kk + 1
        Next

    End If

End If

ElseIf dataCounter = 1 Then

    ForecastSMA(0) = original_data(0)

ElseIf dataCounter = 0 Then
    ForecastSMA(0) = 0
End If

Return ForecastSMA
End Function

Public Function CalculateMSESMA(ByVal original_data() As Double, ByVal
SmaNumberData() As Double, ByVal dataCounter As Double, ByVal smanumber As Integer)
As Double

    Dim msearray(dataCounter - smanumber) As Double
    Dim earray(dataCounter - smanumber) As Double
    Dim sumMSE As Double = 0
    Dim sumSE As Double = 0
    For i = 0 To dataCounter - smanumber - 1
        earray(i) = original_data(smanumber + i) - SmaNumberData(i)
        msearray(i) = earray(i) * earray(i)
        sumSE = sumSE + msearray(i)
    Next
    sumMSE = sumSE / (dataCounter - smanumber)
    Return sumMSE
End Function

Public Function BestSMANumberfunc(ByVal original_data() As Double, ByVal
dataCounter As Double) As Integer

    Dim sumMSE As Double = 0
    Dim BestMSE As Double = 1111111111111110
    Dim SmaNumberData(dataCounter) As Double
    Dim BestSMANumber As Double = 0
    For smanumber = 2 To dataCounter - 1
        For index = 0 To dataCounter - smanumber - 1
            Dim SumSmaNumber As Double = 0
            For i = 0 + index To smanumber + index - 1
                SumSmaNumber = SumSmaNumber + original_data(i)
            Next

```



```

        SmaNumberData(index) = SumSmaNumber / (smanumber)
    Next

    sumMSE = CalculateMSESMA(original_data, SmaNumberData, dataCounter,
smanumber)
    If BestMSE > sumMSE Then
        BestMSE = sumMSE
        BestSMANumber = smanumber
    End If
Next
Return BestSMANumber
End Function

```

## Μέθοδος SES

```

Public Function sesfunc(ByVal roll As Integer, ByVal a As Double, ByVal
original_data() As Double, ByVal f_horizon As Integer) As Double()

    Dim data_counter As Integer = 0

    While (original_data(data_counter) <> 0 And data_counter < (17 + roll))
        data_counter = data_counter + 1
    End While
    Dim forecast_ses_data(f_horizon) As Double
    Dim forecast_ses_data_early(data_counter - 1 + f_horizon) As Double

    If data_counter <> 0 Then

        Dim lrparameters(1) As Double
        lrparameters = LRfunc(roll, original_data, f_horizon)

        forecast_ses_data_early(0) = lrparameters(0)

        Dim index2 As Integer = 0
        For index2 = 1 To data_counter Step 1
            forecast_ses_data_early(index2) = (a * original_data(index2 - 1) +
(1 - a) * forecast_ses_data_early(index2 - 1))
        Next

        Dim f_index As Double = 0
        For f_index = 0 To f_horizon Step 1
            forecast_ses_data(f_index) = forecast_ses_data_early(data_counter)
        Next
    Else
        For f_index = 0 To f_horizon Step 1
            forecast_ses_data(f_index) = 0
        Next
    End If
    Return forecast_ses_data

End Function

```

## Μέθοδος Holt

```

Public Function holtfunc(ByVal roll As Integer, ByVal a As Double, ByVal b As
Double, ByVal original_data() As Double, ByVal f_horizon As Integer) As Double()
    Dim data_counter As Integer = 0
    Dim forecast_holt(18 + roll) As Single
    Dim error_holt(18 + roll) As Single
    Dim s_data(18 + roll) As Single
    Dim t_data(18 + roll) As Single
    Dim forecast_holt_data(f_horizon) As Double
    Dim s_datavalue As Double = 0
    Dim t_datavalue As Double = 0

    While (original_data(data_counter) <> 0 And (data_counter <= 18 + roll))
        data_counter = data_counter + 1
    End While

```

```

Dim lrparameters(1) As Double
lrparameters = LRfunc(roll, original_data, f_horizon)

s_datavalue = lrparameters(0)
t_datavalue = lrparameters(1)
forecast_holt(0) = s_datavalue + f_horizon * t_datavalue
error_holt(0) = original_data(0) - forecast_holt(0)
s_data(0) = s_datavalue + t_datavalue + a * error_holt(0)
t_data(0) = t_datavalue + b * error_holt(0)

For i = 1 To data_counter - 1 Step 1
    forecast_holt(i) = s_data(i - 1) + f_horizon * t_data(i - 1)
    error_holt(i) = original_data(i) - forecast_holt(i)
    s_data(i) = s_data(i - 1) + t_data(i - 1) + a * error_holt(i)
    t_data(i) = t_data(i - 1) + b * error_holt(i)

Next

For k = 0 To f_horizon Step 1
    forecast_holt_data(k) = s_data(data_counter - 1) + f_horizon *
t_data(data_counter - 1)
Next

Return forecast_holt_data
End Function

```

### Μέθοδος Damped

```

Public Function dampedfunc(ByVal roll As Integer, ByVal a As Double, ByVal b As
Double, ByVal fiparameter As Double, ByVal original_data() As Double, ByVal
f_horizon As Integer) As Double()
    Dim data_counter As Integer = 0
    Dim forecast_holt(18 + roll) As Single
    Dim error_holt(18 + roll) As Single
    Dim s_data(18 + roll) As Single
    Dim t_data(18 + roll) As Single
    Dim forecast_holt_data(f_horizon) As Double
    Dim s_datavalue As Double = 0
    Dim t_datavalue As Double = 0
    Dim sumfiparameter As Double = 0

    While (original_data(data_counter) <> 0 And (data_counter <= 18 + roll))
        data_counter = data_counter + 1
    End While

    'For j = 1 To f_horizon Step 1
    'sumfiparameter = sumfiparameter + fiparameter ^ j
    'Next
    sumfiparameter = fiparameter
    Dim lrparameters(1) As Double
    lrparameters = LRfunc(roll, original_data, f_horizon)
    s_datavalue = lrparameters(1)
    t_datavalue = lrparameters(0)
    forecast_holt(0) = s_datavalue + sumfiparameter * t_datavalue
    error_holt(0) = original_data(0) - forecast_holt(0)
    s_data(0) = s_datavalue + sumfiparameter * t_datavalue + a * error_holt(0)
    t_data(0) = sumfiparameter * t_datavalue + b * a * error_holt(0)

    For i = 1 To data_counter - 1 Step 1
        forecast_holt(i) = s_data(i - 1) + sumfiparameter * t_data(i - 1)
        error_holt(i) = original_data(i) - forecast_holt(i)
        s_data(i) = s_data(i - 1) + sumfiparameter * t_data(i - 1) + a *
error_holt(i)
        t_data(i) = sumfiparameter * t_data(i - 1) + b * a * error_holt(i)

    Next

```

```

    For k = 0 To f_horizon Step 1
        forecast_holt_data(k) = s_data(data_counter - 1) + sumfiparameter *
t_data(data_counter - 1)
    Next

    Return forecast_holt_data
End Function

```

### Μέθοδος Theta

```

Public Function Theta02func(ByVal roll As Integer, ByVal original_data() As Double,
ByVal f_horizon As Integer) As Double()
    Dim data_counter As Integer = 0
    While (original_data(data_counter) <> 0 And data_counter < (17 + roll))
        data_counter = data_counter + 1
    End While
    Dim line0(data_counter) As Double
    Dim line2(data_counter) As Double
    Dim LRparameters(1) As Double
    Dim theta0(f_horizon) As Double
    Dim theta2(f_horizon) As Double
    Dim forecastTheta02(f_horizon) As Double
    Dim a As Double
    If data_counter > 0 Then

        theta0 = LRforfunc(roll, original_data, f_horizon)
        LRparameters = LRfunc(roll, original_data, f_horizon)
        For i = 0 To data_counter - 1
            line0(i) = LRparameters(0) * (i) + LRparameters(1)
            line2(i) = 2 * original_data(i) - LRparameters(0) * (i + 1) -
LRparameters(1)
        Next
        'a = 0.2
        a = sesoptfunctheta(roll, line2, data_counter, f_horizon)
        theta2 = sesfunc(roll, a, line2, f_horizon)

        For i = 0 To f_horizon
            forecastTheta02(i) = (theta0(i) + theta2(i)) / 2
        Next
    Else
        For i = 0 To f_horizon
            forecastTheta02(i) = 0
        Next
    End If

    Return forecastTheta02
End Function

```

### Μέθοδος Γραμμικής Παλλινδρόμησης

```

Public Function LRforfunc(ByVal roll As Integer, ByVal original_data() As Double,
ByVal f_horizon As Integer) As Double()
    Dim data_counter As Integer = 0
    Dim time As Integer = 1
    Dim multidata As Double = 0
    Dim meant As Double = 0
    Dim meandata As Double = 0
    Dim squaremean As Double = 0
    Dim multimean As Double = 0
    Dim betamain As Double = 0
    Dim alphamain As Double = 0
    Dim forecastLR(f_horizon) As Double
    While (original_data(data_counter) <> 0 And data_counter < (17 + roll))
        data_counter = data_counter + 1
    End While

    If data_counter > 0 Then

```

```

        meant = averagetime(original_data, data_counter)
        meandata = average(original_data, data_counter)
        multimean = multi(original_data, data_counter)
        squaremean = squaretime(original_data, data_counter)
        betamain = findbeta(data_counter, data_counter, multimean, meant,
meandata, squaremean)
        alphamain = finda(original_data, data_counter, betamain, meant,
meandata)
        For i = 0 To f_horizon
            forecastLR(i) = betamain * (data_counter + 1 + i) + alphamain
        Next
    ElseIf data_counter = 1 Then
        For i = 0 To f_horizon
            forecastLR(i) = original_data(0)
        Next
    Else
        For i = 0 To f_horizon
            forecastLR(i) = 0
        Next
    End If

    Return forecastLR
End Function

Public Function multi(ByVal original_data, ByVal data_counter) As Double
    Dim time As Integer = 1
    Dim multidata As Double = 0
    For i As Integer = 0 To data_counter - 1
        multidata = multidata + time * original_data(i)
        time = time + 1
    Next
    multi = multidata / data_counter
    Return multi
End Function

Public Function average(ByVal original_data, ByVal data_counter) As Double
    Dim time As Integer = 1
    Dim averagedata As Double = 0
    For i As Integer = 0 To data_counter - 1
        averagedata = averagedata + original_data(i)
        time = time + 1
    Next
    average = averagedata / data_counter
    Return average
End Function

Public Function averagetime(ByVal original_data, ByVal data_counter) As Double
    Dim time As Integer = 1
    Dim meantime As Integer = 0

    For i As Integer = 0 To data_counter - 1
        meantime = meantime + time
        time = time + 1
    Next
    averagetime = meantime / data_counter
    Return averagetime
End Function

Public Function squaretime(ByVal original_data, ByVal data_counter) As Double
    Dim time As Integer = 1
    Dim sumsquare As Integer = 0

    For i As Integer = 0 To data_counter - 1
        sumsquare = sumsquare + (time * time)
        time = time + 1
    Next
    Return sumsquare / data_counter
End Function

```

```

        Next
        squaretime = sumsquare / data_counter
        Return squaretime
    End Function

    Public Function finda(ByVal original_data, ByVal data_counter, ByVal betaa2,
ByVal mean1, ByVal mean2) As Double
        Dim alpha As Double
        alpha = mean2 - betaa2 * mean1
        finda = alpha
        Return finda
    End Function

    Public Function findbeta(ByVal original_data, ByVal data_counter, ByVal
multimean, ByVal mean1, ByVal mean2, ByVal squaremean) As Double
        Dim beta As Double = 0

        beta = (multimean - mean1 * mean2) / (squaremean - (mean1 * mean1))
        findbeta = beta
        Return findbeta
    End Function

```

### Βελτιστοποίηση Παραμέτρου SES (χρήση και στη μέθοδο THETA)

```

Public Function sesoptfunc(ByVal roll As Integer, ByVal original_data() As Double,
ByVal f_horizon As Integer) As Double
    Dim data_counter As Integer = 0
    Dim best_a As Double = 0

    While (original_data(data_counter) <> 0 And data_counter < (17 + roll))
        data_counter = data_counter + 1
    End While

    If data_counter <> 0 Then
        Dim AB(1, 1) As Double
        Dim SesErrorMSE As Double = 0
        Dim bestmse_ses As Double = 100000000
        Dim mseSES As Double = 0

        AB(0, 0) = 0.133
        AB(0, 1) = 0.267
        Dim newV As Double = AB(0, 0) / 2
        For kk As Integer = 1 To 7
            For ii As Integer = 0 To 1

                SesErrorMSE = Calculate_MSESES(roll, AB(0, ii), original_data,
f_horizon)

                mseSES = SesErrorMSE
                If mseSES < bestmse_ses Then
                    bestmse_ses = mseSES
                    best_a = AB(0, ii)
                End If
            Next ii

            AB(0, 0) = best_a - newV
            AB(0, 1) = best_a + newV
            newV = newV / 2
        Next kk

    Else

        best_a = 0

    End If

    Return best_a

```

End Function

```
Public Function Calculate_MSESES(ByVal roll As Integer, ByVal a As Double,
ByVal original_data() As Double, ByVal f_horizon As Integer) As Double
    Dim index As Integer = 0
    Dim counter As Integer = 0
    counter = original_data.Length

    Dim mse_totalSES As Double = 0
    Dim se_totalSES As Double = 0
    Dim array_seSES(counter) As Double
    Dim array_errorSES(counter) As Double
    Dim forecast_SES_data(counter + 1) As Double
    Dim lrparameters(1) As Double
    lrparameters = LRfunc(roll, original_data, f_horizon)

    forecast_SES_data(0) = lrparameters(0)
    array_errorSES(0) = original_data(0) - forecast_SES_data(0)
    array_seSES(0) = array_errorSES(0) * array_errorSES(0)
    se_totalSES = se_totalSES + array_seSES(0)

    For i = 1 To counter - 1 Step 1
        forecast_SES_data(i) = (a * original_data(i - 1) + (1 - a) *
forecast_SES_data(i - 1))
        array_errorSES(i) = original_data(i) - forecast_SES_data(i)
        array_seSES(i) = array_errorSES(i) * array_errorSES(i)
        se_totalSES = se_totalSES + array_seSES(i)
    Next
    mse_totalSES = se_totalSES / counter

    Return mse_totalSES

End Function
```

### Βελτιστοποίηση Παραμέτρων Holt

```
Public Function OptaabHoltAlternative(ByVal roll As Integer, ByVal original_data()
As Double, ByVal f_horizon As Integer) As Double()
    Dim Holtparameters(1) As Double

    Dim data_counter As Integer = 0
    While (original_data(data_counter) <> 0 And data_counter < (17 + roll))
        data_counter = data_counter + 1
    End While

    If data_counter <> 0 Then

        Dim AB(1, 1) As Double

        Dim bestalpha_Holt As Double = 0
        Dim bestbeta_Holt As Double = 0

        Dim sumsqerror As Double = 0
        Dim dampedHoltlevel(data_counter + 1) As Double
        Dim dampedHolttrend(data_counter + 1) As Double
        Dim DampedHoltf(data_counter) As Double
        Dim bestmse_dampedHolt As Double = 111111111122111110
        Dim mse As Double = 0

        AB(0, 0) = 0.133
        AB(0, 1) = 0.267
        AB(1, 0) = 0.067
        AB(1, 1) = 0.133
        Dim newV1 As Double = AB(0, 0) / 2
        Dim newV2 As Double = AB(1, 0) / 2
```

```

Dim lrparameters(1) As Double
lrparameters = LRfunc(roll, original_data, f_horizon)

dampedHoltlevel(0) = lrparameters(1)
dampedHolttrend(0) = lrparameters(0)
DampedHoltf(1) = dampedHoltlevel(0) + dampedHolttrend(0)

For kk As Integer = 1 To 7
    For ii As Integer = 0 To 1
        For jj As Integer = 0 To 1

            For k = 1 To data_counter - 1
                dampedHoltlevel(k) = AB(0, ii) * original_data(k) + (1
- AB(0, ii)) * (dampedHoltlevel(k - 1) + dampedHolttrend(k - 1))
                dampedHolttrend(k) = AB(1, jj) * (dampedHoltlevel(k) -
dampedHoltlevel(k - 1)) + (1 - AB(1, jj)) * dampedHolttrend(k - 1)
                DampedHoltf(k + 1) = dampedHoltlevel(k) +
dampedHolttrend(k)
                sumsqerror = sumsqerror + (original_data(k) -
DampedHoltf(k)) ^ 2
            Next k
            mse = sumsqerror / data_counter
            If mse < bestmse_dampedHolt Then
                bestmse_dampedHolt = mse
                bestalpha_Holt = AB(0, ii)
                bestbeta_Holt = AB(1, jj)
            End If
            sumsqerror = 0

        Next jj
    Next ii

    AB(0, 0) = bestalpha_Holt - newV1
    AB(0, 1) = bestalpha_Holt + newV1
    AB(1, 0) = bestbeta_Holt - newV2
    AB(1, 1) = bestbeta_Holt + newV2

    newV1 = newV1 / 2
    newV2 = newV2 / 2
Next kk

Holtparameters(0) = bestalpha_Holt
Holtparameters(1) = bestbeta_Holt

Else
    Holtparameters(0) = 0
    Holtparameters(1) = 0

End If
Return Holtparameters
End Function

```

## Βελτιστοποίηση Παραμέτρων Damped

```

Public Function dampedfuncopt(ByVal roll As Integer, ByVal original_data() As
Double, ByVal f_horizon As Integer) As Double()
    Dim data_counter As Integer = 0
    Dim Dampedparameters(2) As Double
    While (original_data(data_counter) <> 0 And (data_counter <= 18 + roll))
        data_counter = data_counter + 1
    End While

    Dim AB(2, 2) As Double
    'a
    AB(0, 0) = 0.133
    AB(0, 1) = 0.267
    'b

```

```

AB(1, 0) = 0.067
AB(1, 1) = 0.133
'fe
AB(2, 0) = 0.333
AB(2, 1) = 0.667
Dim newV As Double = AB(0, 0) / 2
Dim newV1 As Double = AB(1, 0) / 2
Dim newV2 As Double = AB(2, 0) / 2

Dim bestalpha_dampedHolt As Double = 0
Dim bestbeta_dampedHolt As Double = 0
Dim bestpsi_dampedHolt As Double = 0
Dim DampedSquaredErrorMSE As Double = 0
Dim sumsqerror As Double = 0
Dim dampedHoltlevel(data_counter) As Double
Dim dampedHolttrend(data_counter) As Double
Dim DampedHoltf(data_counter) As Double
Dim mse As Double = 0
Dim bestmse_dampedHolt As Double = 1111111100011011111

Dim lrparameters(1) As Double
lrparameters = LRfunc(roll, original_data, f_horizon)

dampedHoltlevel(0) = lrparameters(1)
dampedHolttrend(0) = lrparameters(0)
DampedHoltf(1) = dampedHoltlevel(0) + 0.5 * dampedHolttrend(0)

For kk As Integer = 1 To 7
    For ii As Integer = 0 To 1
        For jj As Integer = 0 To 1
            For ll As Integer = 0 To 1
                For k = 1 To data_counter - 1
                    dampedHoltlevel(k) = AB(0, ii) * original_data(k) + (1
- AB(0, ii)) * (dampedHoltlevel(k - 1) + AB(2, ll) * dampedHolttrend(k - 1))
                    dampedHolttrend(k) = AB(1, jj) * (dampedHoltlevel(k) -
dampedHoltlevel(k - 1)) + (1 - AB(1, jj)) * AB(2, ll) * dampedHolttrend(k - 1)
                    DampedHoltf(k + 1) = dampedHoltlevel(k) + AB(2, ll) *
dampedHolttrend(k)
                    sumsqerror = sumsqerror + (original_data(k) -
DampedHoltf(k)) ^ 2
                Next k
                mse = sumsqerror / data_counter - 1
                If mse < bestmse_dampedHolt Then
                    bestmse_dampedHolt = mse
                    bestalpha_dampedHolt = AB(0, ii)
                    bestbeta_dampedHolt = AB(1, jj)
                    bestpsi_dampedHolt = AB(2, ll)
                End If
                sumsqerror = 0
            Next ll
        Next jj
    Next ii

    AB(0, 0) = bestalpha_dampedHolt - newV
    AB(0, 1) = bestalpha_dampedHolt + newV
    AB(1, 0) = bestbeta_dampedHolt - newV1
    AB(1, 1) = bestbeta_dampedHolt + newV1
    AB(2, 0) = bestpsi_dampedHolt - newV2
    AB(2, 1) = bestpsi_dampedHolt + newV2
    newV = newV / 2
    newV1 = newV1 / 2
    newV2 = newV2 / 2
Next kk

Dampedparameters(0) = bestalpha_dampedHolt
Dampedparameters(1) = bestbeta_dampedHolt
Dampedparameters(2) = bestpsi_dampedHolt

```



```

Return Dampedparameters
End Function

```

## Συναρτήσεις Υπολογισμού Σφαλμάτων

```

Public Function SimpleErrorfunc(ByVal data_array() As Double, ByVal croston_data()
As Double, ByVal ts As Integer, ByVal roll As Integer, ByVal f_horizon As Integer)
As Double

    Dim SimpleError(numberts, 5) As Double

    SimpleError(ts, roll) = data_array(18 + roll) - croston_data(f_horizon - 1)

    Return SimpleError(ts, roll)
End Function

Public Function AbsoluteErrorfunc(ByVal SimpleError(,) As Double, ByVal ts As
Integer, ByVal roll As Integer) As Double

    Dim AbsoluteError(numberts, 5) As Double

    If SimpleError(ts, roll) >= 0 Then
        AbsoluteError(ts, roll) = SimpleError(ts, roll)
    ElseIf SimpleError(ts, roll) < 0 Then
        AbsoluteError(ts, roll) = -SimpleError(ts, roll)

    End If
    Return AbsoluteError(ts, roll)
End Function

Public Function SquaredErrorfunc(ByVal SimpleError(,) As Double, ByVal ts As
Integer, ByVal roll As Integer) As Double
    Dim SquaredError(numberts, 5) As Double
    'For i = 0 To 2999
    'For j = 0 To 5
    SquaredError(ts, roll) = SimpleError(ts, roll) * SimpleError(ts, roll)
    'Next
    'Next

    Return SquaredError(ts, roll)
End Function

Public Function AvarageForEachtsfunc(ByVal ErrorArray(,) As Double, ByVal ts
As Integer) As Double
    Dim AvarageForEachts(3000) As Double
    Dim sumerror As Double = 0

    For k = 0 To 5
        sumerror = sumerror + ErrorArray(ts, k)
    Next
    AvarageForEachts(ts) = sumerror / 6
    Return AvarageForEachts(ts)
End Function

Public Function AverageForAllIJFfunc(ByVal ErrorArray() As Double) As Double
    Dim AverageForAll As Double = 0
    Dim sumErrorAll As Double = 0

    For i = 0 To numberts-1
        'For k = 0 To 5
        sumErrorAll = sumErrorAll + ErrorArray(i)
        'Next
    Next
    AverageForAll = sumErrorAll / (numberts)
    Return AverageForAll
End Function

Public Function VarianceForAllIJFfunc(ByVal DataArray() As Double, ByVal
AverageForAllprevious As Double) As Double

```

```

        Dim VarForAll As Double = 0
Dim sumVarAll As Double = 0

For i = 0 To numberts-1
    'For k = 0 To 5
        sumVarAll = sumVarAll + (dataArray(i) - AverageForAllprevious) ^ 2
    'Next
Next
VarForAll = sumVarAll / (numberts)
Return VarForAll
End Function

Public Function MedianForEachtsfunc(ByVal ErrorArray(,) As Double, ByVal ts As
Integer) As Double
    'Dim counterlenght As Integer = 0
Dim MedianForEachts As Double
Dim SortingForEachts(5) As Double
'counterlenght = ErrorArray(ts, ).lenght
For i = 0 To 5
    SortingForEachts(i) = ErrorArray(ts, i)
Next
Array.Sort(SortingForEachts)

MedianForEachts = (SortingForEachts(3) + SortingForEachts(4)) / 2

Return MedianForEachts

End Function
Public Function GeometricRootSquaredErrorfunc(ByVal SquaredError(,) As Double,
ByVal ts As Integer) As Double

    Dim GeometricRootSquaredError(numberts) As Double
    'For ts = 0 To numberts
Dim SquaredErrorMulti As Double = 1
'For j = 0 To 5
    SquaredErrorMulti = (SquaredError(ts, 0) * SquaredError(ts, 1) *
SquaredError(ts, 2) * SquaredError(ts, 3) * SquaredError(ts, 4) * SquaredError(ts,
5)) ^ (1 / 12)
'Next
    GeometricRootSquaredError(ts) = SquaredErrorMulti
'Next
Return GeometricRootSquaredError(ts)
End Function

Public Function MedianForAlltsfunc(ByVal AvearageForEachts() As Double) As
Double
    Dim counterlenght As Integer = 0
Dim MedianForAllts As Double
Dim SortingForEachts(3000) As Double
Dim swapped As Boolean = True
Dim bubble As Double = 0
counterlenght = AvearageForEachts.Length
'For i = 0 To counterlenght - 1
'SortingForEachts(i) = AvearageForEachts(i)
'Next
For i = 0 To 2999
    SortingForEachts(i) = AvearageForEachts(i)
Next

Array.Sort(SortingForEachts)
'If (counterlenght Mod 2 = 0) Then
'MedianForEachts = (SortingForEachts((counterlenght / 2) - 1) +
SortingForEachts(counterlenght / 2)) / 2
'ElseIf (counterlenght Mod 2 <> 0) Then
'MedianForEachts = SortingForEachts(((counterlenght / 2) + 0.5) - 1)
'End If
MedianForAllts = (SortingForEachts(1499) + SortingForEachts(1500)) / 2

```

```

Return MedianForAllts
End Function

Public Function MaseForEachTsfunc(ByVal data_array() As Double, ByVal
AbsoluteError(,) As Double, ByVal ts As Integer, ByVal roll As Integer) As Double
Dim errornaive(24) As Double
Dim sumerrornaive As Double = 0
Dim absoluteerrornaive(24) As Double
Dim meanabsoluteerrornaive(3000) As Double
Dim MaseErrorForEachts As Double
Dim SumAbsolteErrorPerMethodTs As Double = 0
For i = 0 To 17 + roll
errornaive(i) = data_array(i + 1) - data_array(i)
If errornaive(i) >= 0 Then
absoluteerrornaive(i) = errornaive(i)
Else
absoluteerrornaive(i) = -errornaive(i)
End If
sumerrornaive = sumerrornaive + absoluteerrornaive(i)
Next
meanabsoluteerrornaive(ts) = sumerrornaive / (18 + roll)
MaseErrorForEachts = AbsoluteError(ts, roll) / meanabsoluteerrornaive(ts)
Return MaseErrorForEachts
End Function

```

Ιδιαίτερη προσοχή κατά την ανάγνωση του κώδικα απαιτεί ότι οι συγκεκριμένες συναρτήσεις περιέχουν σταθερές τιμές που σχετίζονται με την υλοποίηση τους στα δεδομένα της αυτοκινητοβιομηχανίας. Ο λόγος παράθεσης του συγκεκριμένου κώδικα και όχι γενικότερης μορφής του είναι η επιθυμία για παράθεση συγκεκριμένων συναρτήσεων ακριβώς όπως υλοποιήθηκαν καθώς οι αλλαγές για την εφαρμογή τους σε οποιοδήποτε δεδομένα απαιτεί μικρές διαφοροποιήσεις. Επίσης πρέπει να τονιστεί ότι γίνεται αποσπασματική αναφορά μέρους του κώδικα και όχι το ολόκληρωμένη παράθεση του.