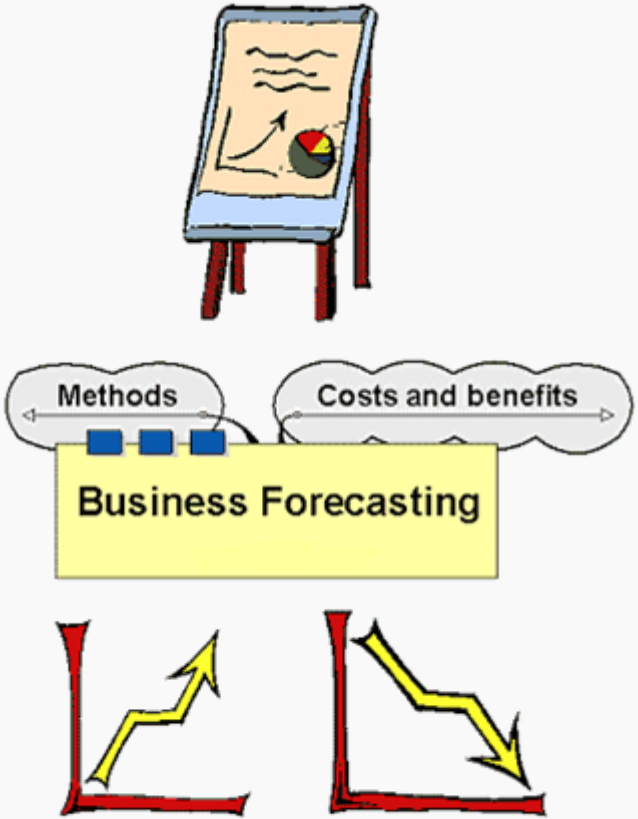
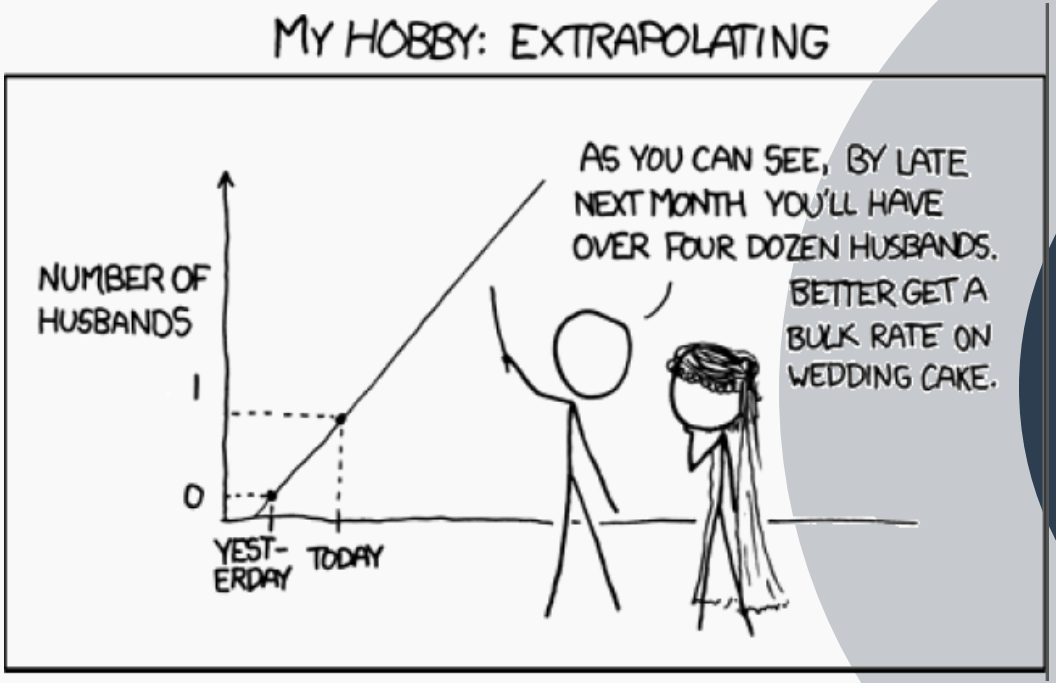
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Μονάδα Προβλέψεων & Στρατηγικής
Forecasting & Strategy Unit

Συστήματα Λήψης Αποφάσεων
[Εισαγωγικά Στοιχεία και Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών Αποσύνθεση και Προετοιμασία Χρονοσειρών]
Διάλεξη 1



Πρόβλεψη

Επέκταση μίας ακολουθίας παρατηρήσεων στο μέλλον



https://www.otexts.org/fpp/1/9

Πρόβλεψη
Επέκταση μίας ακολουθίας παρατηρήσεων στο μέλλον

Πρόβλεψη

Η μεγαλύτερη πρόκληση στην ανάλυση χρονοσειρών είναι η πρόβλεψη, δηλαδή ο καθορισμός του τρόπου με τον οποίο μία ακολουθία παρατηρήσεων θα εξελιχθεί στο μέλλον.

Το ζητούμενο είναι να ακολουθηθεί μια διαδικασία που θα εξασφαλίσει ότι θα παραχθούν όσο το δυνατόν πιο ακριβείς προβλέψεις, αξιοποιώντας στο έπακρο όλη τη διαθέσιμη ιστορική πληροφορία.

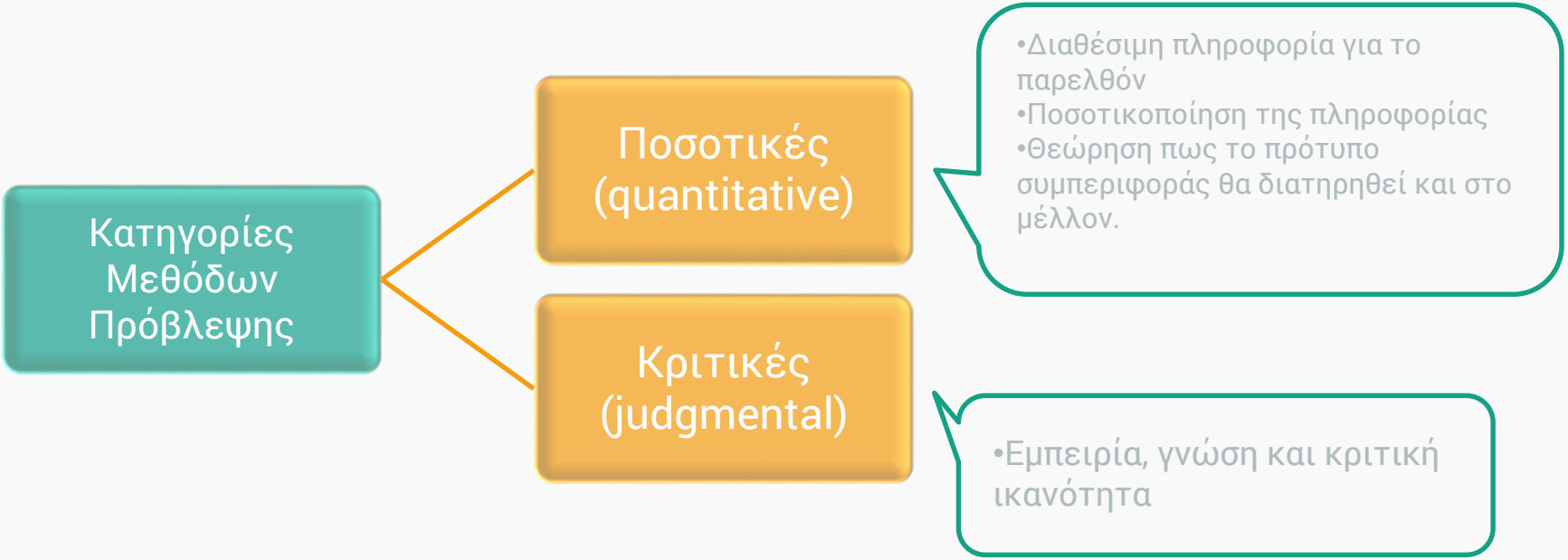
Πολύς λόγος γίνεται για την ακρίβεια των μοντέλων προβλέψεων, για τα μεγάλα σφάλματα και την αδυναμία των μοντέλων προβλέψεων να υποδείξουν επερχόμενες αλλαγές που αιφνιδίασαν όλο τον επιχειρηματικό κόσμο.

Ο βασικότερος λόγος για αυτήν την κριτική είναι οι εσφαλμένες απαιτήσεις των χρηστών των προβλέψεων. Η πρόβλεψη δεν είναι υποκατάστατο της προφητείας. Τα σφάλματα στις προβλέψεις είναι αναπόφευκτα.

Ιδιαίτερα σημαντικό, από πρακτικής απόψεως, είναι να κατανοήσουν οι χρήστες των προβλέψεων τα ρεαλιστικά πλεονεκτήματα αλλά και τα όρια των μεθόδων προβλέψεων, καθώς και να τα λάβουν υπόψη τους όταν τις χρησιμοποιούν στον σχεδιασμό και στην λήψη αποφάσεων.

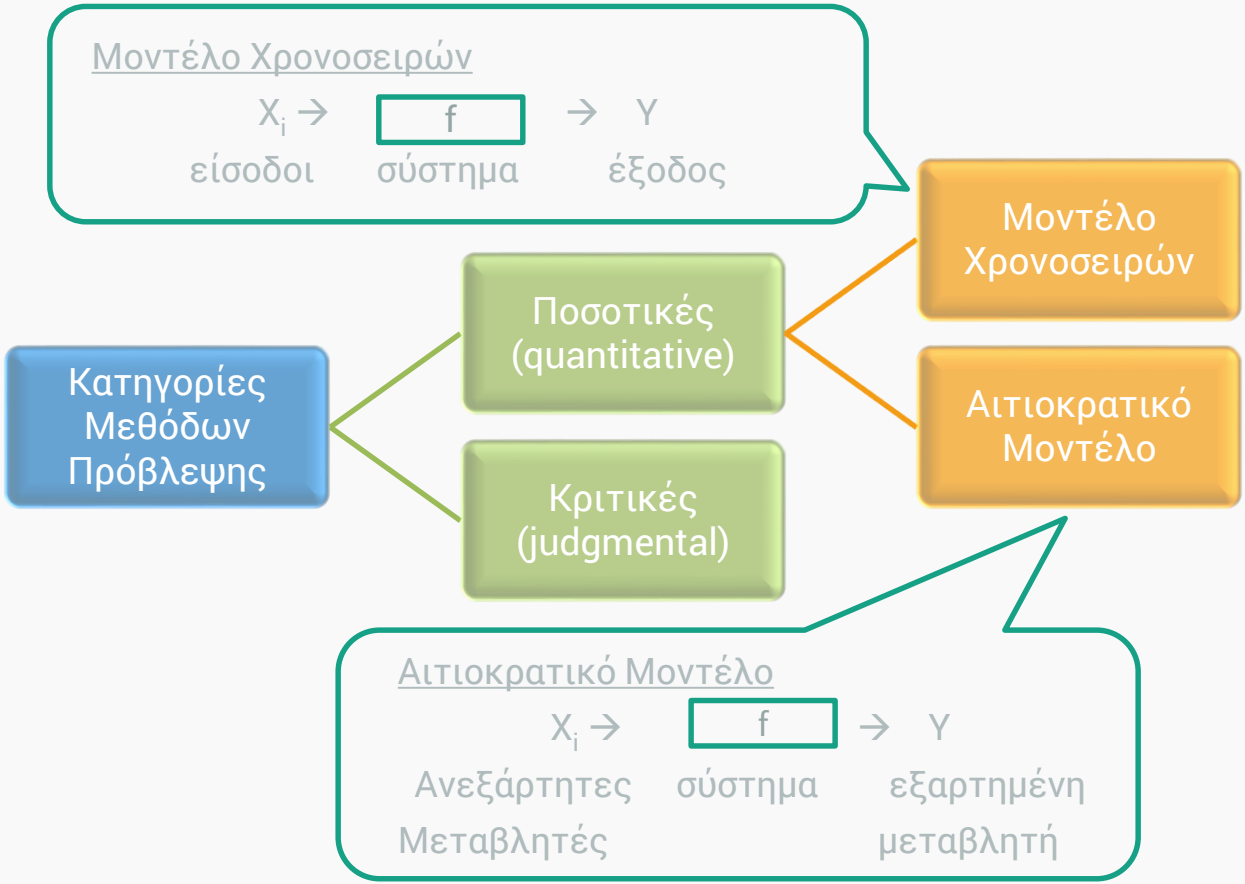
FSU

Κατηγορίες Μεθόδων Πρόβλεψης



FSU

Κατηγορίες Μεθόδων Πρόβλεψης



FSU

Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα Μεθόδων Πρόβλεψης

Πλεονεκτήματα

- ✓ Συμβάλλουν στη σωστή λήψη αποφάσεων
- ✓ Συμβάλλουν στο σχεδιασμό
- ✓ Αν τα δεδομένα είναι υψηλής ποιότητας, μπορούν και οι προβλέψεις να είναι ακριβείς

Μέθοδοι Πρόβλεψης

Μειονεκτήματα

- Τα δεδομένα δεν είναι πάντα ακριβή και αξιόπιστα
- Το παρελθόν δεν είναι πάντα ο σωστός οδηγός για το μέλλον
- Επίδραση απρόβλεπτων εξωτερικών παραγόντων, π. χ. νομοθεσία, πολιτική, φυσικές καταστροφές, special events

FSU

Αβεβαιότητα



- **Αβεβαιότητα του μετρό**
- **Αβεβαιότητα της καρύδας**

FSU

Χρονοσειρές



- Ιστορικά Δεδομένα που απαρτίζονται από διαδοχικές παρατηρήσεις μέσα σε ένα χρονικό διάστημα.
- Οι παρατηρήσεις γίνονται ανά σταθερό χρονικό βήμα και κατηγοριοποιούνται όπως φαίνεται παραπάνω

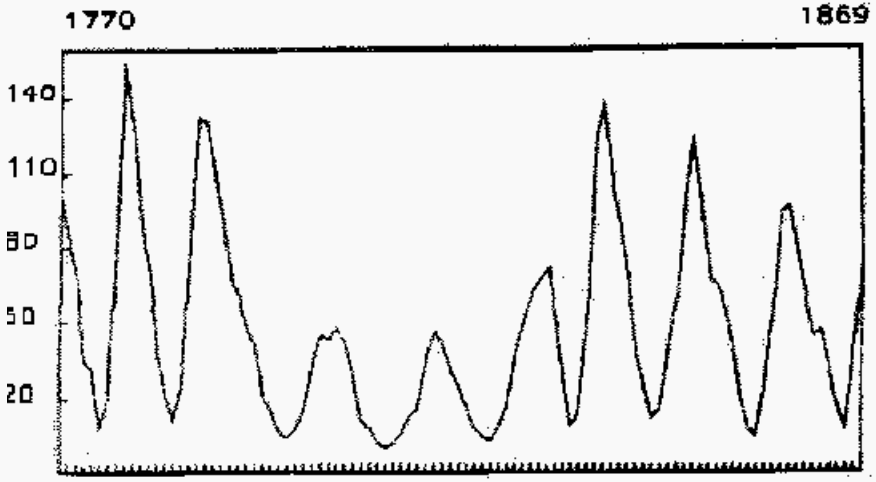
FSU

Ποιοτικά Χαρακτηριστικά Χρονοσειρών

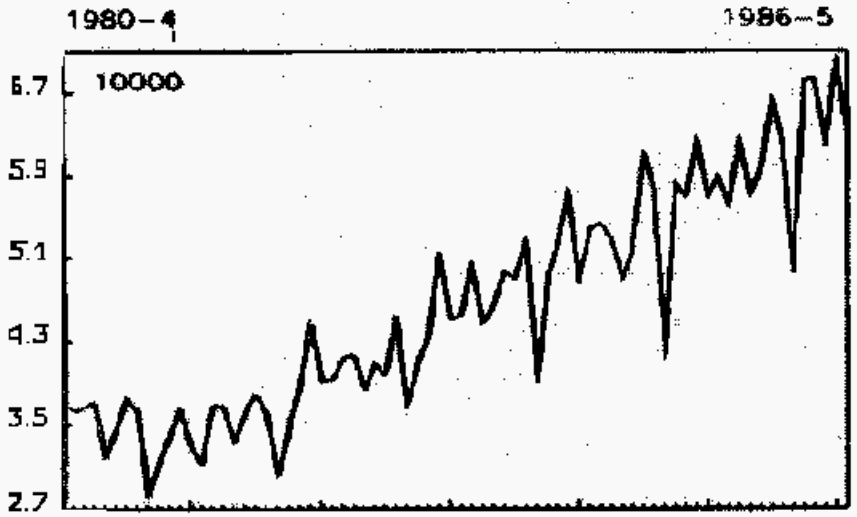
- ✓ Στασιμότητα
  Stationary
- ✓ Εποχιακότητα
  Seasonality
- ✓ Κυκλικότητα
  Cyclical
- ✓ Τάση
  Trend
- ✓ Ασυνέχειες
  Ασυνήθιστες Τιμές (Outliers)
  Αλλαγή Επιπέδου (Level Shift)
- ✓ Τυχαιότητα
  Irregular Random

FSU

Forecasting Data and Methods



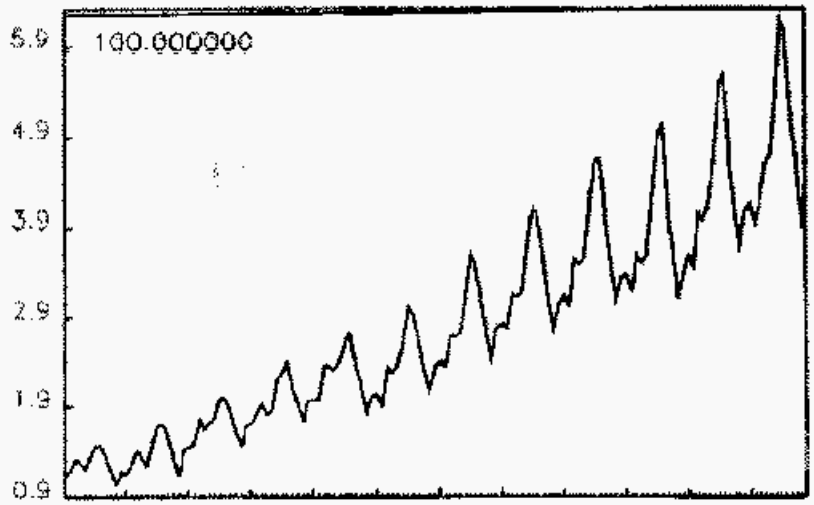
Forecasting Data and Methods



Telephone Connection per Month

FSU

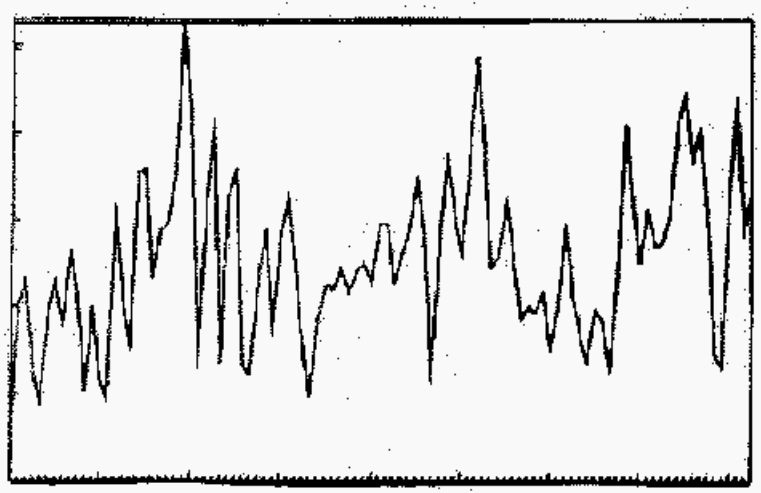
Forecasting Data and Methods



International Airline Passengers

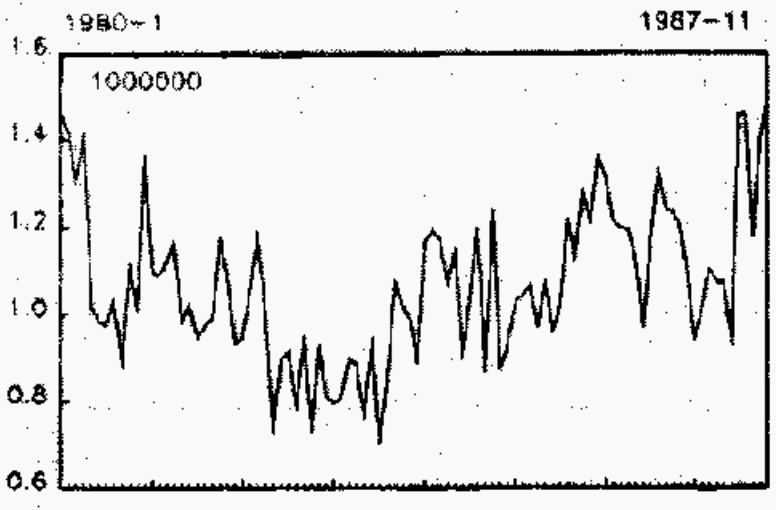
FSU

Forecasting Data and Methods



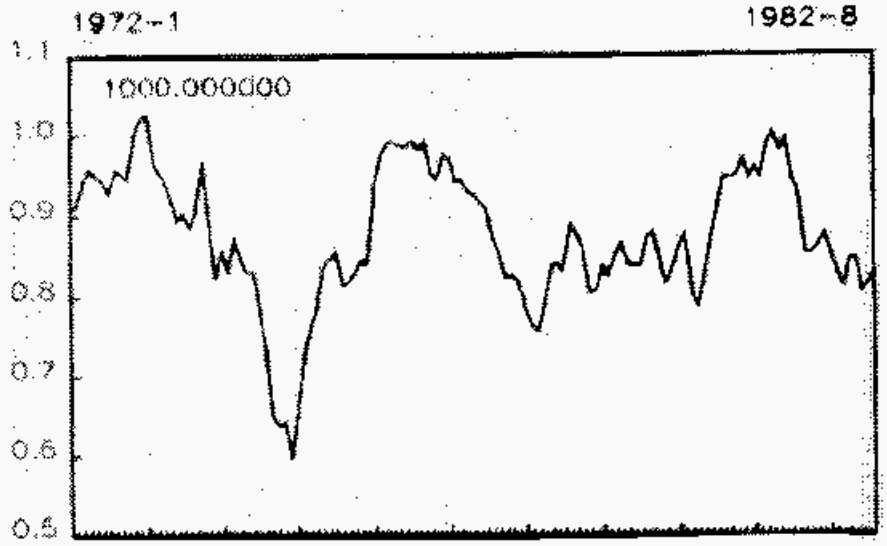
Sales of new one-family houses, USA

Forecasting Data and Methods

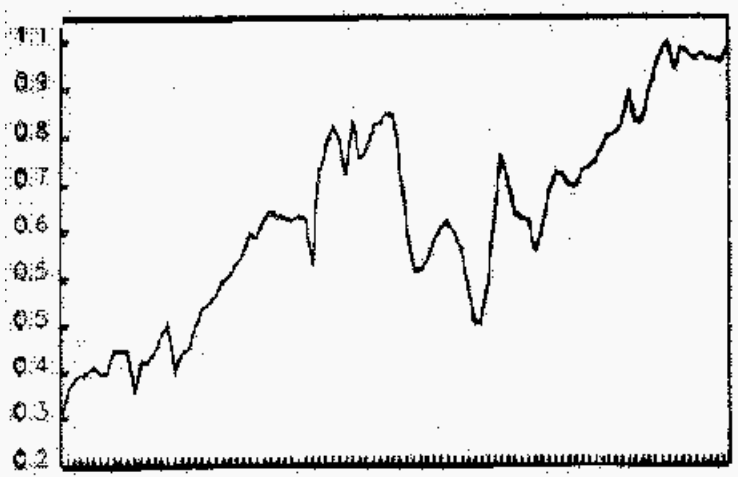


Sales of an Industrial Building Material

Forecasting Data and Methods

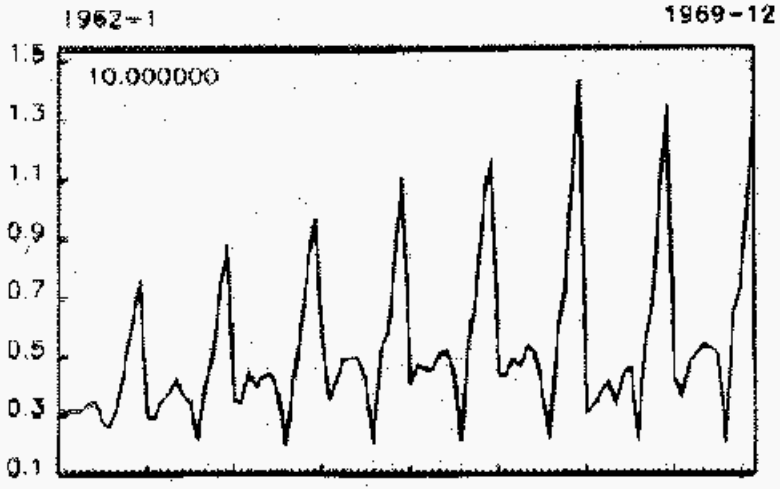


Forecasting Data and Methods



Annual Patent Application

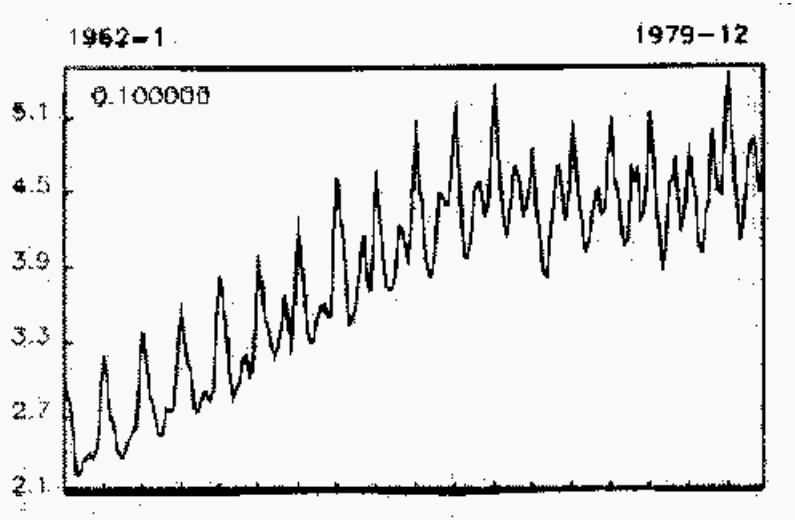
Forecasting Data and Methods



Sales of Champagne per Month

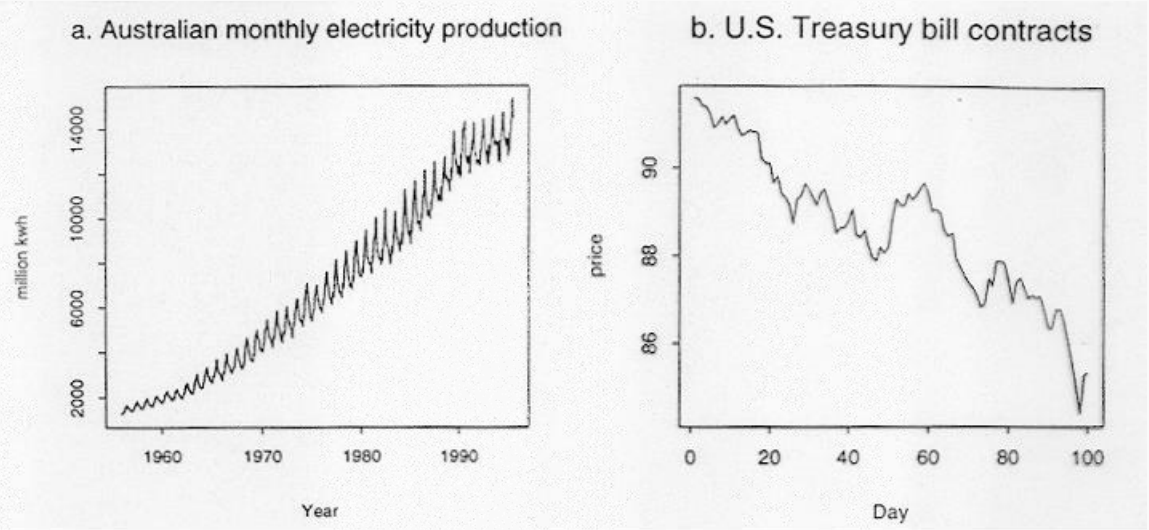
FSU

Forecasting Data and Methods

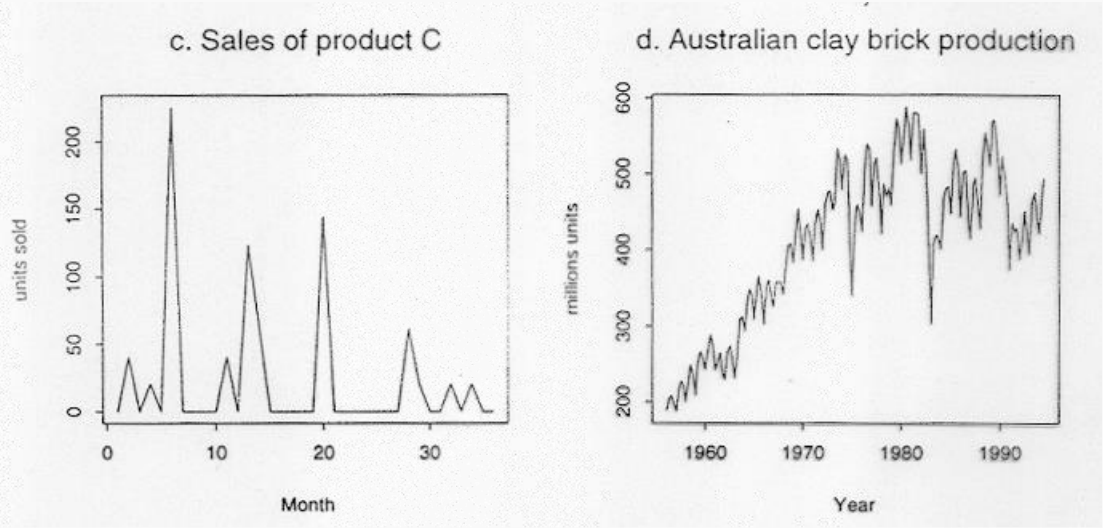


Electricity Sales per Customer

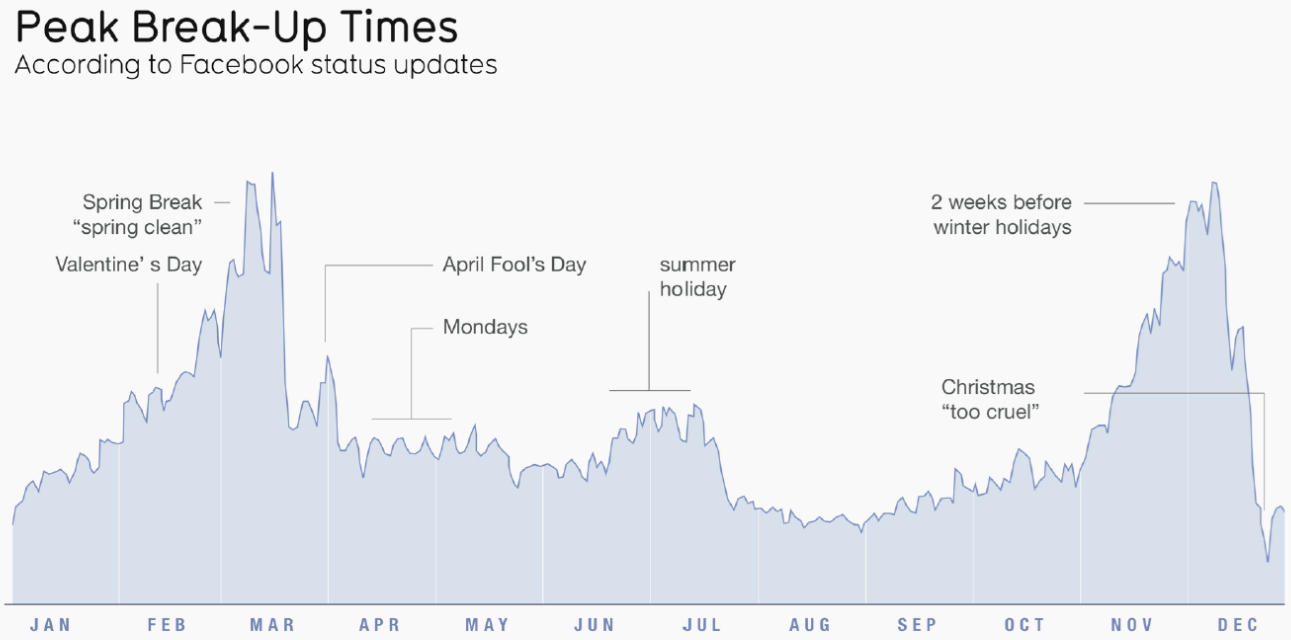
Forecasting Data and Methods



Forecasting Data and Methods

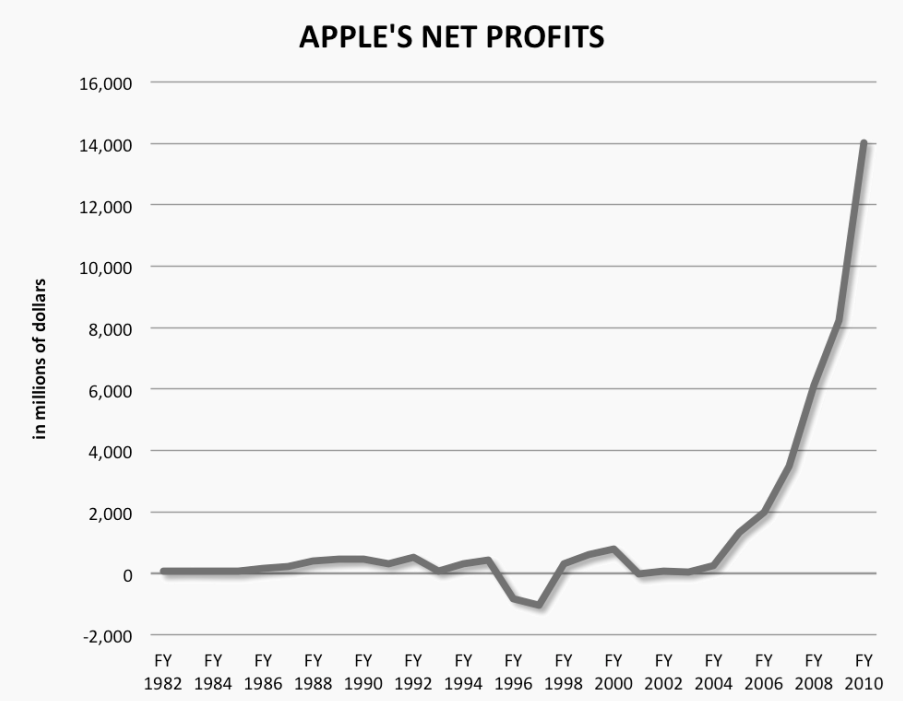


Forecasting Data and Methods



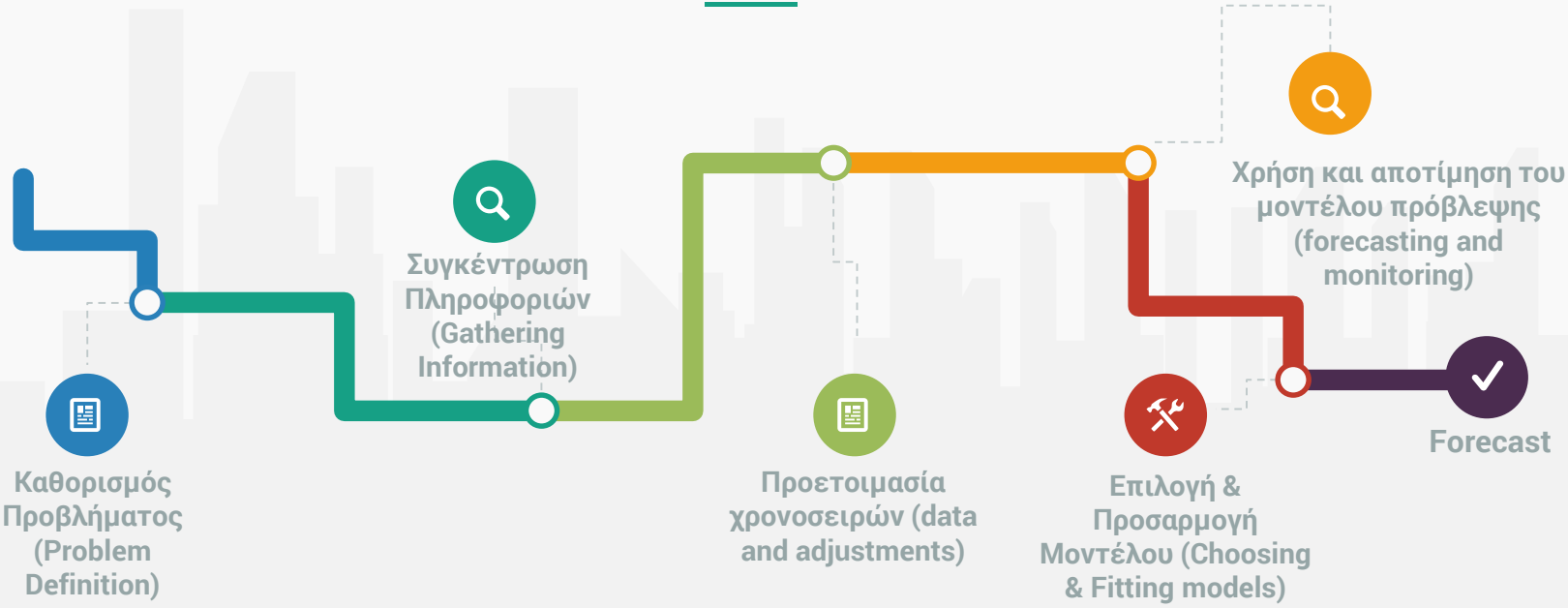
FSU

Forecasting Data and Methods



FSU

Βασικά Βήματα σε μια Διαδικασία Πρόβλεψης



FSU

Καθορισμός Προβλήματος (Problem Definition)

Συχνά αποτελεί το πιο δύσκολο μέρος στην διαδικασία πρόβλεψης.

- Πρέπει να γίνει απολύτως σαφές:
  - πώς θα χρησιμοποιηθούν οι προβλέψεις
  - ποιοι θα χρησιμοποιήσουν τις προβλέψεις

- Ιδιαίτερη σημασία πρέπει να δοθεί:
  - ποιος θα συλλέξει τα στοιχεία
  - ποιος θα συντηρεί τις βάσεις δεδομένων
  - ποιος θα χρησιμοποιήσει τις προβλέψεις για τον μελλοντικό σχεδιασμό

FSU

Συγκέντρωση Πληροφοριών (Gathering Information)

Απαιτούνται τουλάχιστον δύο είδη πληροφοριών:

- στατιστικά (συνήθως αριθμητικά) δεδομένα
- η κρίση και η εμπειρία του προσωπικού που ασχολείται με τη συγκεκριμένη αγορά το πρόσφατο χρονικό διάστημα

Πρέπει να συλλεχθούν πριν ξεκινήσει η διαδικασία της πρόβλεψης.

FSU

Προετοιμασία χρονοσειρών (data and adjustments) (1/3)

Δημιουργείται γενική «αίσθηση» των δεδομένων

- Υπάρχουν πρότυπα;
- Υπάρχει σημαντική τάση ή εποχικότητα;
- Υπάρχουν ασυνήθιστες τιμές;

Η ανάλυση μας οδηγεί σε κατάλληλους χειρισμούς αποσύνθεσης και κατόπιν σε οικογένεια μοντέλων πρόβλεψης που λογικά αναμένεται να δώσει ικανοποιητικές προβλέψεις.

FSU

Προετοιμασία χρονοσειρών (data and adjustments) (2/3)

- Απεικόνιση δεδομένων
  - Τι πληροφορία αποκομίζουμε από τα ακατέργαστα ιστορικά δεδομένα;
- Προσαρμογή Δεδομένων – adjustments
  - ✓ Διαχείριση κενών τιμών - Missing Values
  - ✓ Διαχείριση μηδενικών τιμών - Zero Values
  - ✓ Ημερολογιακές προσαρμογές –
  - ✓ Working & Trading Days
- Δημιουργία σειράς τάσης-κύκλου (trend – cycle line) με τη χρήση Κινητών Μέσων Όρων

FSU

Προετοιμασία χρονοσειρών (data and adjustments) (3/3)

- Ανάλυση δεδομένων – analysis
  - Στατιστική Ανάλυση –statistics (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, min, max, mean)
  - Στατιστικοί δείκτες
  - Εποχιακότητα – seasonality
  - Growth rates
- Ασυνέχειες - Special Events & Actions (SEA)
  - Ασυνήθιστες τιμές
  - Αλλαγή επιπέδου
  - Διαδικασία διόρθωσης (Impact chart of identified SEA)

Αναδεικνύουν κάποια δευτερεύοντα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς

FSU

Επιλογή & Προσαρμογή Μοντέλου (Choosing & Fitting models)

- ✓ Επιλογή μεθόδου πρόβλεψης
- ✓ Επιλογή και καθορισμός των παραμέτρων

Χρήση & Αποτίμηση του μοντέλου πρόβλεψης
(forecasting and monitoring)

- Χρησιμοποιείται το επιλεγμένο μοντέλο με τις βέλτιστες παραμέτρους εξομάλυνσης ώστε να παραχθούν προβλέψεις.

- Το κατά πόσο το μοντέλο και οι προβλέψεις είναι ικανοποιητικές κρίνονται μόνο από τον **χρόνο** και αν είναι απαραίτητο κάποια βήματα στην διαδικασία της πρόβλεψης επαναλαμβάνονται.

FSU

Πεδία και Εφαρμογές Πρόβλεψης

Χρηματο - οικονομικά

- Πρόβλεψη των δεικτών του Χρηματιστηρίου Παραγώγων Αθηνών ΧΠΑ
- Πρόβλεψη Μεταβλητότητας των δεικτών του ΧΑ

Περιβάλλον

- Ενεργειακή Ζήτηση
- Διαχείριση Υδάτινων Πόρων
- Μετεωρολογία
- Πρόβλεψη και Διαχείριση Κρίσεων
- Ρύπανση
- Κοινωνικό Περιβάλλον

Περιβάλλον – Ενεργειακή Ζήτηση-Παραγωγής

- Πρόβλεψη ζήτησης φορτίου ημερήσια ή ωριαία
- Πρόβλεψη μέγιστης αναγκαίας ισχύος θέρμανσης ή ψύξης
- Πρόβλεψη απαιτούμενης ενέργειας θέρμανσης ή ψύξης ετησίως
- Πρόβλεψη ενεργειακής Παραγωγής από ΑΠΕ

Περιβάλλον & Υδάτινοι Πόροι

- Πρόβλεψη των υδάτινων αποθεμάτων
- Πρόβλεψη πλημμύρων και ξηρασιών
- Πρόβλεψη ύψους βροχόπτωσης
- Πρόβλεψη ποιότητας υδάτων και εδαφών

FSU

Πεδία και Εφαρμογές Πρόβλεψης

Μετεωρολογία

Πρόβλεψη καιρού:

- Βροχόπτωση , Χιονόπτωση
- Ένταση ανέμου
- Νεφοκάλυψη, Ηλιοφάνεια
- Θερμοκρασία, Υγρασία, Ατμοσφαιρική πίεση

Ρύπανση

- Πρόβλεψη ατμοσφαιρικών Ρύπων
- Πρόβλεψη επιπέδων θορύβου (ηχορύπανση)
- Πρόβλεψη Ρύπανσης Υδάτων
- Πρόβλεψη Ρύπανσης Εδαφών

Μετεωρολογία

Πρόβλεψη επικίνδυνων καιρικών φαινομένων:

- Καταιγίδα
- Θύελλα
- Πλημμύρα

Κοινωνικό Περιβάλλον

- Πρόβλεψη με τη χρήση γεωδημογραφικών δεδομένων:
- Πρόβλεψη Εγκληματικότητας
- Πρόβλεψη Επιδημιών

FSU

Πεδία και Εφαρμογές Πρόβλεψης

Real Estate

- Εκτίμηση αντικειμενικών ή πραγματικών αξιών ακινήτων
- risk management : δανειοδοτήσεις, επανέλεγχος αξίας ακινήτων, απόφαση ρευστοποίησης ακινήτων

Τουρισμός

- Συνολικές αφίξεις Τουριστών
- Αφίξεις κατά μέσο μεταφοράς
- Συνολικές Διανυκτερεύσεις Τουριστών
- Διανυκτερεύσεις τουριστών ανά τουριστική περιοχή
- Αφίξεις ανά σκοπό ταξιδιού (συνεδριακός τουρισμός, αγροτουρισμός, κτλ)
- Ταξιδιωτικό συνάλλαγμα

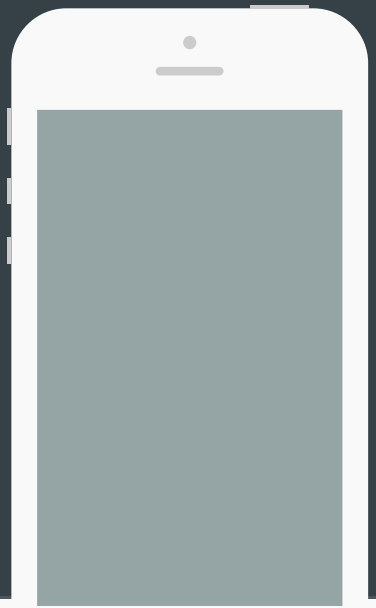
Μεταφορές – Οδικό Δίκτυο

- Πρόβλεψη κυκλοφοριακού φόρτου μέσω χωρο – χρονικών μοντέλων:
  - Δεδομένα ροής (αριθμός οχημάτων)
  - % καταληψιμότητας ανά μονάδα χρόνου
  - Μετρήσεις σε γεωγραφικά σημεία με συγκεκριμένη κατεύθυνση
- Πρόβλεψη Ατυχημάτων

Μόδα

- Πρόβλεψη Χρώματος
- Παράγοντες και τάσεις που επηρεάζουν τις τάσεις και τη συμπεριφορά των καταναλωτών.
- Πολιτιστικές ανάλυση - Ανάλυση Μόδα - Υλικά και χρώμα ανάλυση
- Master In πρόβλεψης τάσεων μόδας: POLIMODA, INTERNATIONAL INSTITUTE OF FASHION DESIGN & MARKETING

FSU



Mobile Project

ForeDroid - Εφαρμογή προβλέψεων για φορητές συσκευές με λογισμικό Android

http://www.fsu.gr/el/foredroid

Analytics **Support** **Locations** **Customizable**

On line Forecast: http://forecast.fsu.gr/

FSU

Using R

01 Download & Install R

3.1.1 Windows/ MAC (32/64 bit)

02 Download & Install R studio

03 Install required packages

install.packages("fpp",dependencies=TRUE)

04 Install required packages

- Forecast
- tseries
- MAPA
- Stats
- Ggplot2
- fpp

References & Further Reading

- https://www.otexts.org/fpp/6/8
- Επιχειρησιακές Προβλέψεις, Πετρόπουλος Φ., Ασημακόπουλος Β., Αθήνα 2012
- Armstrong, J. S., ed. (2001). Principles of forecasting: a handbook for researchers and practitioners. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers
- Ord, J. K. and R. Fildes (2012). Principles of business forecasting. South-Western College Pub

FSU

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Μονάδα Προβλέψεων & Στρατηγικής
Forecasting & Strategy Unit



Προετοιμασία & Ανάλυση Χρονοσειράς

Απεικόνιση δεδομένων
Γραφική Αναπαράσταση

•Η γραφική αναπαράσταση των δεδομένων αποτελεί ένα πολύ σημαντικό εργαλείο για την ανάλυση της χρονοσειράς αλλά και τη διαδικασία της πρόβλεψης.

• Η αναπαράσταση ουσιαστικά έγκειται σε δισδιάστατη γραφική απεικόνιση των πραγματικών τιμών των διαθέσιμων δεδομένων ως προς το χρόνο.

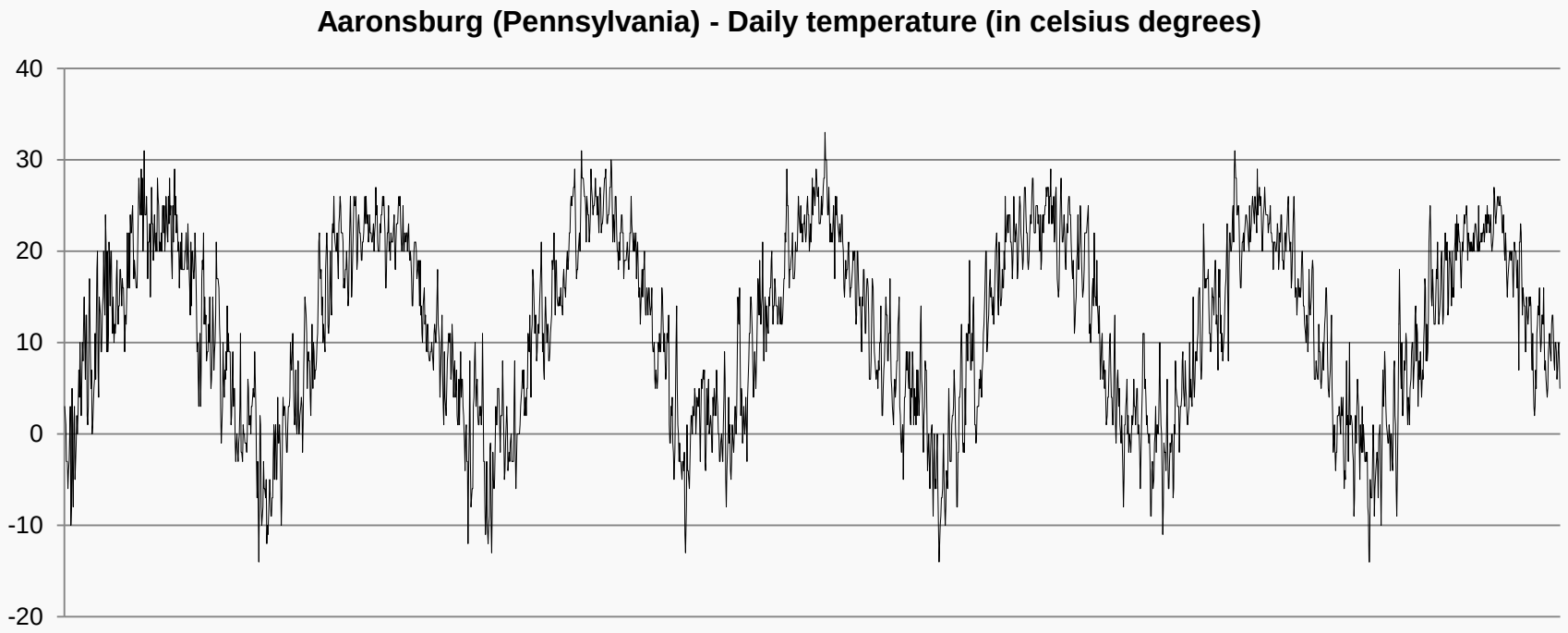
• Από την αναπαράσταση των δεδομένων καθίστανται εμφανή τα ποιοτικά χαρακτηριστικά της χρονοσειράς (τάση, εποχιακότητα, κύκλος, τυχαιότητα, ασυνέχειες) και βοηθούν τον αναλυτή να επιλέξει μεταξύ των εναλλακτικών μεθοδολογιών και εργαλείων, τα πλέον κατάλληλα για την κάθε περίπτωση ώστε να έχει τα βέλτιστα αποτελέσματα και το μικρότερο σφάλμα.

• Επιπλέον, η γραφική απεικόνιση των δεδομένων ενδέχεται να αποκαλύψει ακραίες, εσφαλμένες τιμές. Ο αναλυτής μπορεί, κατόπιν, να προχωρήσει σε κατάλληλες κινήσεις ώστε να διορθώσει τις εσφαλμένες τιμές.

FSU

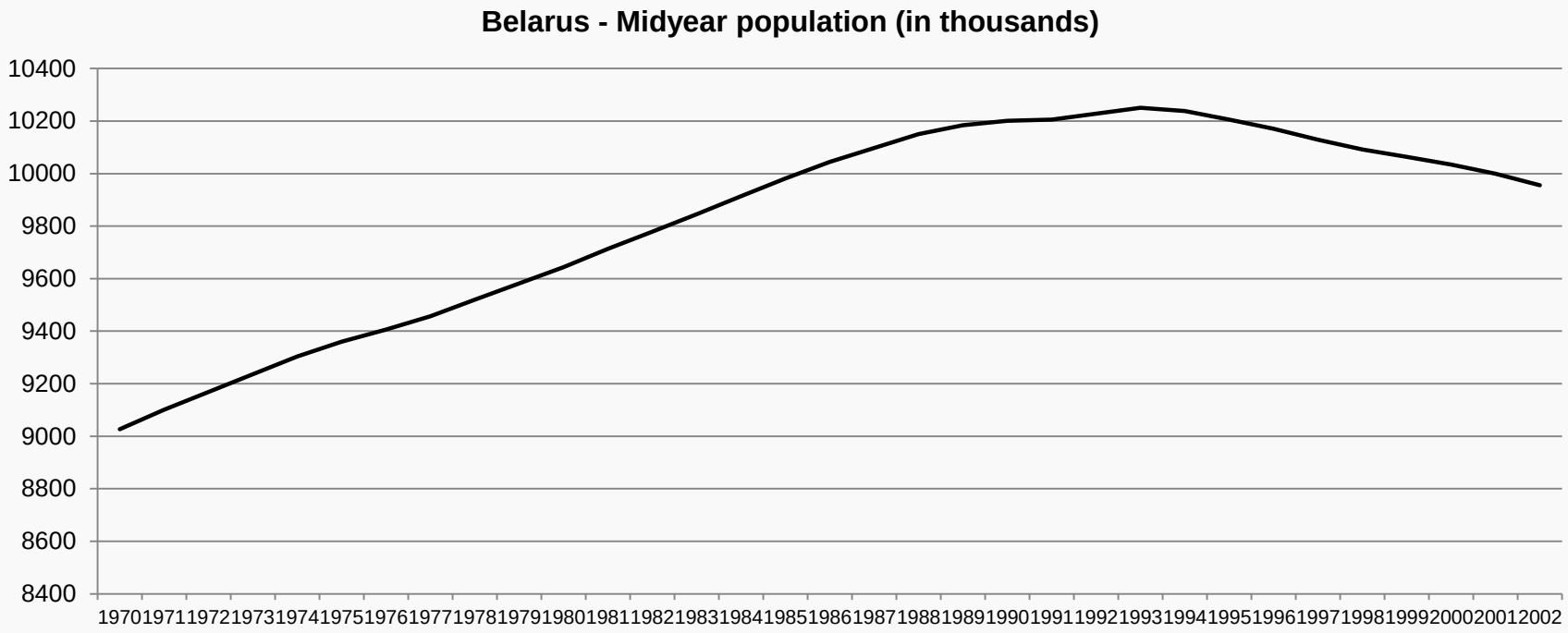
Απεικόνιση δεδομένων

Γραφική Αναπαράσταση



Απεικόνιση δεδομένων

Γραφική Αναπαράσταση

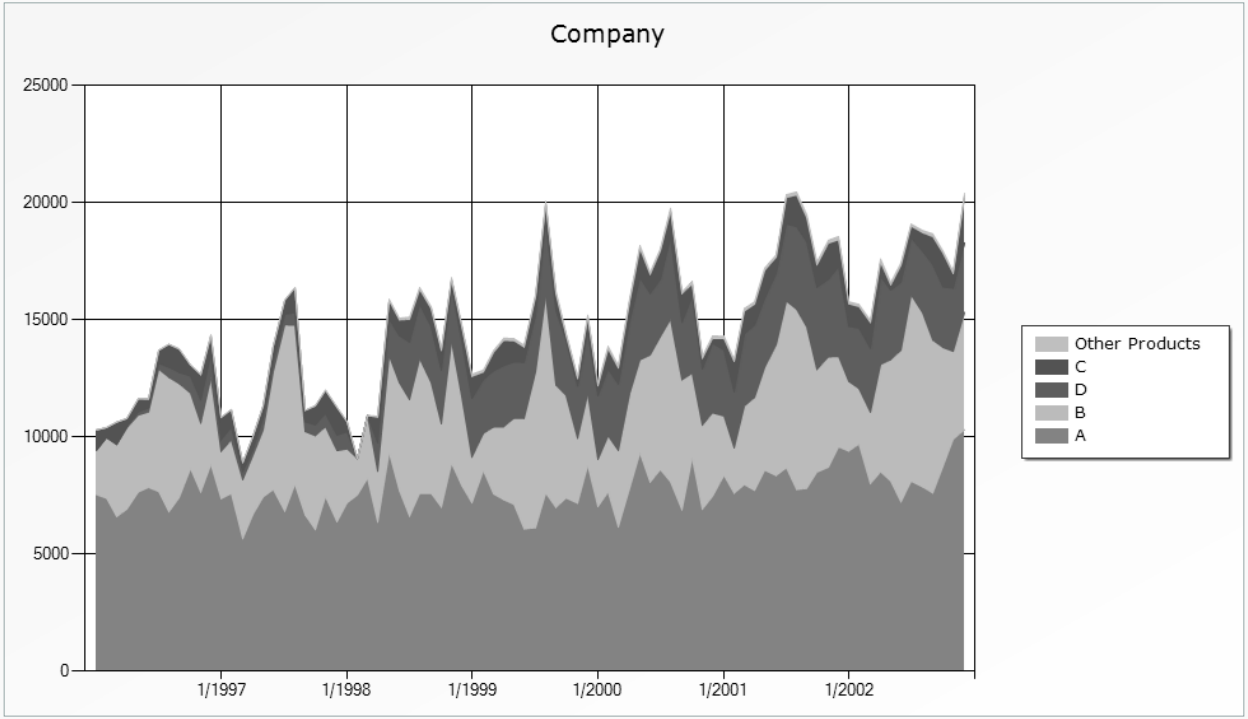


Απεικόνιση δεδομένων

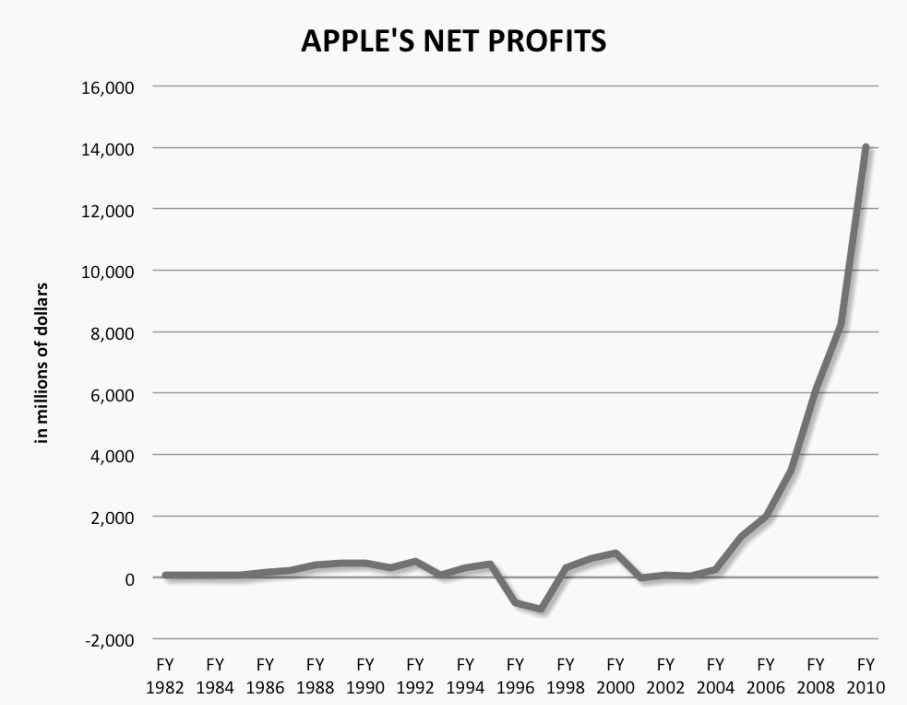
Γραφική Αναπαράσταση



Απεικόνιση δεδομένων
Γραφική Αναπαράσταση



Απεικόνιση δεδομένων
Γραφική Αναπαράσταση



Προσαρμογή Δεδομένων



Βήμα 1

Διαχείριση κενών τιμών - Missing values

Βήμα 2

Διαχείριση μηδενικών τιμών - Zero Values

Βήμα 3

Ημερολογιακές προσαρμογές - Working & Trading Days

Διαχείριση κενών τιμών



Γίνεται προσπάθεια εύρεσης της κενής τιμής από άλλες πηγές ή απευθείας ορισμός αυτής, αν υπάρχει ασφαλής κριτική εκτίμηση για το ύψος στο οποίο κυμάνθηκε.



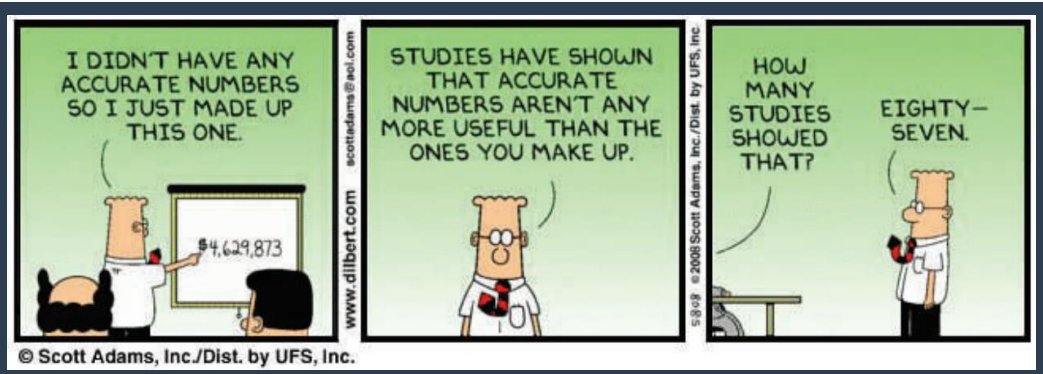
Η κενή τιμή ορίζεται ως το ημιάθροισμα (μέσος όρος) της προηγούμενης και της επόμενης παρατήρησης, όταν η χρονοσειρά χαρακτηρίζεται από στασιμότητα και δεν παρατηρείται εποχιακή συμπεριφορά.



Αν η χρονοσειρά παρουσιάζει σαφή εποχιακή συμπεριφορά, τότε η κενή τιμή ορίζεται ως ο μέσος όρος των τιμών των αντίστοιχων περιόδων. Για παράδειγμα, αν τα δεδομένα αποτελούνται από μηνιαίες παρατηρήσεις και παρατηρηθεί κενή τιμή στο Μάρτιο κάποιου έτους, τότε η κενή αυτή τιμή ορίζεται ως ο μέσος όρος των λοιπών Μαρτίων.

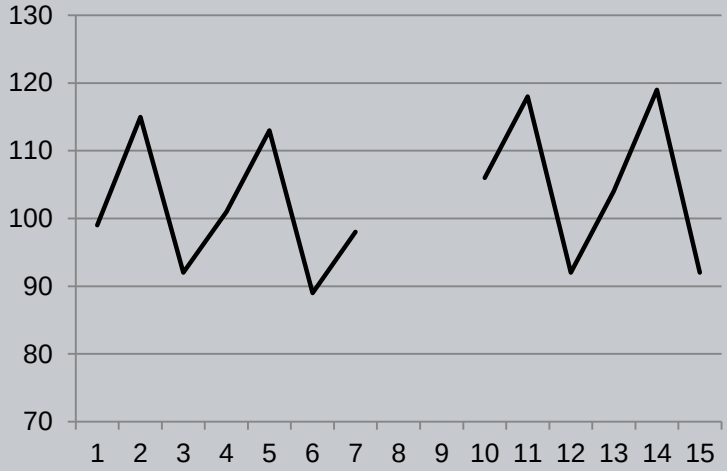
Διαχείριση κενών τιμών

- Καμία αλλαγή στις μηδενικές τιμές συνήθως όταν είναι λίγες
- Διαχείριση μηδενικών τιμών – όπως τις κενές τιμές



Διαχείριση κενών τιμών

t	Τετράμηνο	Y_t
1	1ο	99
2	2ο	115
3	3ο	92
4	1ο	101
5	2ο	113
6	3ο	89
7	1ο	98
8	2ο	
9	3ο	
10	1ο	106
11	2ο	118
12	3ο	92
13	1ο	104
14	2ο	119
15	3ο	92



FSU

Διαχείριση κενών τιμών

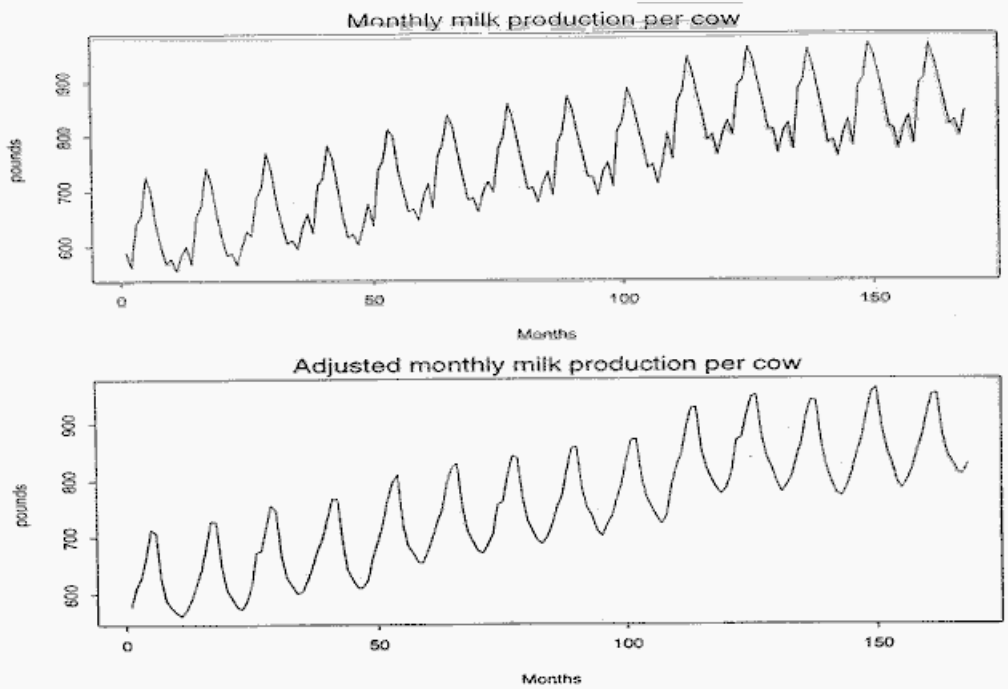
t	Τετράμηνο	Y_t
1	1ο	99
2	2ο	115
3	3ο	92
4	1ο	101
5	2ο	113
6	3ο	89
7	1ο	98
8	2ο	**116,25**
9	3ο	**91,25**
10	1ο	106
11	2ο	118
12	3ο	92
13	1ο	104
14	2ο	119
15	3ο	92

$$Y_8 = \frac{Y_2 + Y_5 + Y_{11} + Y_{14}}{4} = \frac{115 + 113 + 118 + 119}{4} = 116{,}25$$

$$Y_9 = \frac{Y_3 + Y_6 + Y_{12} + Y_{15}}{4} = \frac{92 + 89 + 92 + 92}{4} = 91{,}25$$

FSU

Ημερολογιακές Προσαρμογές



Ημερολογιακές Προσαρμογές

1. Καθορισμός των εργάσιμων ημερών ή ημερών συναλλαγών (*trading days*) στη διάρκεια μιας εβδομάδας.
2. Καθορισμός της χώρας που εδρεύει η επιχείρηση και εύρεση των επίσημων αργιών (*bank holidays*) αυτής.
3. Υπολογισμός, βάσει των παραπάνω, του πλήθους των εργάσιμων ημερών για κάθε περίοδο που συμπεριλαμβάνεται στο χρονικό διάστημα των διαθέσιμων δεδομένων.
4. Υπολογισμός του μέσου όρου των εργάσιμων ημερών για όλες τις περιόδους που εξετάζονται.
5. Εξομάλυνση της τιμής κάθε διαθέσιμης περιόδου, σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο:

$$Y'_t = Y_t \cdot \frac{\text{number of average trading days in all periods}}{\text{number of trading days in current period (t)}}$$

Ημερολογιακές Προσαρμογές

t	Y_t	WD	Y_t'
1	68	118	**69,96**
2	125	123	**123,37**
3	73	122	**72,64**
4	121	121	**121,40**
5	80	125	**77,70**
6	115	117	**119,32**
7	76	120	**76,89**
8	123	121	**123,41**
9	79	123	**77,97**
10	132	124	**129,23**
	Μέσος Όρος	**121,4**	

$$Average = \frac{WD_1 + WD_2 + \cdots + WD_{10}}{10}$$

$$= \frac{118 + 123 \ldots + 124}{10}$$

$$Y_1' = Y_1 \cdot \frac{\text{Average}}{\text{WD1}} = 68 \cdot \frac{121{,}4}{118} = 69{,}96$$

FSU

Στατιστική Ανάλυση
Βασική στατιστική ανάλυση

t	Δεδομένα
1	Y_1
2	Y_2
3	Y_3
…	…
n-2	Y_{n-2}
n-1	Y_{n-1}
n	Y_n

$$Y_1' = Y_1 \cdot \frac{\text{Average}}{\text{WD1}} = 68 \cdot \frac{121{,}4}{118} = 69{,}96$$

FSU

Στατιστική Ανάλυση
Βασική στατιστική ανάλυση

t	Δεδομένα
1	Y_1
2	Y_2
3	Y_3
…	…
n-2	Y_{n-2}
n-1	Y_{n-1}
n	Y_n

- Μέση τιμή (*Average*) $$\overline{Y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

- Μέγιστη και ελάχιστη τιμή (*Maximum* και *Minimum*)

- Τυπική απόκλιση (*Standard Deviation*)

$$\sigma_{\delta\epsilon\acute{\iota}\gamma\mu\alpha\tau\circ\varsigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \overline{Y})^2}{n-1}}$$

$$\sigma_{\pi\lambda\eta\theta\upsilon\sigma\mu\circ\acute{\upsilon}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \overline{Y})^2}{n}}$$

FSU

Στατιστική Ανάλυση
Βασική στατιστική ανάλυση

- Διακύμανση (*Variance*)
- Συνδιακύμανση (*Covariance*)

$$\mathrm{Cov}(X,Y) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} [(X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})]$$

- Συντελεστής γραμμικής συσχέτισης (*Linear Correlation Coefficient*)
  - Αν r = ±1, υπάρχει τέλεια γραμμική συσχέτιση.
  - Αν -0,3 < r < 0,3, δεν υπάρχει γραμμική συσχέτιση. Αυτό, όμως, δεν σημαίνει ότι δεν υπάρχει άλλου είδους συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών.
  - Αν -0,5 < r ≤ -0,3 ή 0,3 ≤ r < 0,5, υπάρχει ασθενής γραμμική συσχέτιση.
  - Αν -0,7 < r ≤ -0,5 ή 0,5 ≤ r < 0,7, υπάρχει μέση γραμμική συσχέτιση.
  - Αν -0,8 < r ≤ -0,7 ή 0,7 ≤ r < 0,8, υπάρχει ισχυρή γραμμική συσχέτιση.
  - Αν -1 < r ≤ -0,8 ή 0,8 ≤ r < 1, υπάρχει πολύ ισχυρή γραμμική συσχέτιση.

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^{n} [(X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

FSU

Στατιστική Ανάλυση
Βασική στατιστική ανάλυση

- Συντελεστής αυτοσυσχέτισης (*Autocorrelation Coefficient*).

$$ACF_k = \frac{\sum_{i=1+k}^{n}[(Y_i - \bar{Y}) \cdot (Y_{i-k} - \bar{Y})]}{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}$$

- Συντελεστής μεταβλητότητας (*Coefficient of Variation*).

$$c_v = \frac{\sigma}{\bar{Y}} \cdot 100 \quad (\%)$$

- Μέση τιμή διαστήματος μεταξύ ζητήσεων (*Intermittent Demand Interval*).

FSU

Στατιστική Ανάλυση
Στατιστική ανάλυση ακρίβειας προβλέψεων

t	Δεδομένα	Πρόβλεψη
1	Y_1	F_1
2	Y_2	F_2
3	Y_3	F_3
…	…	…
n-2	Y_{n-2}	F_{n-2}
n-1	Y_{n-1}	F_{n-1}
n	Y_n	F_n
n+1		F_{n+1}
…		…
n+h		F_{n+h}

Σφάλμα:

$$e_i = Y_i - F_i$$

FSU

Στατιστική Ανάλυση
Στατιστική ανάλυση ακρίβειας προβλέψεων

- Μέσο σφάλμα (*Mean Error*)

$$ME = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - F_i)$$

- Μέσο απόλυτο σφάλμα (*Mean Absolute Error*)

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|Y_i - F_i|$$

- Μέσο τετραγωνικό σφάλμα (*Mean Squared Error*)

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - F_i)^2$$

- Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος (*Root Mean Squared Error*)

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - F_i)^2}$$

FSU

Στατιστική Ανάλυση
Στατιστική ανάλυση ακρίβειας προβλέψεων

- Μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (*Mean Absolute Percentage Error*)

$$\mathrm{MAPE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{Y_i - F_i}{Y_i}\right| \cdot 100\ (\%)$$

- Συμμετρικό μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (*Symmetric Mean Absolute Percentage Error*).

$$\mathrm{sMAPE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{Y_i - F_i}{\left(\frac{Y_i + F_i}{2}\right)}\right| \cdot 100 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{2 \cdot (Y_i - F_i)}{Y_i + F_i}\right| \cdot 100\ (\%)$$

Αισιόδοξη πρόβλεψη: Y_t=100 και F_t=110 → *sMAPE*=4,76%
Απαισιόδοξη πρόβλεψη: Y_t=100 και F_t=90 → *sMAPE*=5,26%

FSU

Στατιστική Ανάλυση
Στατιστική ανάλυση ακρίβειας προβλέψεων

Παράδειγμα

t	Y_t	F_t	e_t
1	33	31	2
2	49	42	7
3	52	50	2
4	57	61	-4
5	78	73	5
6	83	85	-2
7	90	94	-4
8	112	103	9
9	118	115	3
10	116	124	-8
11		132	
12		141	

$$e_1 = Y_1 - F_1^1 = 33 - 31 = 2$$

$$ME = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i^1 = \frac{2 + 7 + \cdots - 8}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \left|e_i^1\right| = \frac{|2| + |7| + \cdots + |-8|}{10} = \frac{46}{10} = 4{,}6$$

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \left(e_i^1\right)^2 = \frac{2^2 + 7^2 + \cdots + (-8)^2}{10} = \frac{272}{10} = 27{,}2$$

$$\Rightarrow RMSE = \sqrt{MSE} = 5{,}22$$

FSU

Στατιστική Ανάλυση
Στατιστική ανάλυση ακρίβειας προβλέψεων

Παράδειγμα

t	Y_t	F_t	e_t
1	33	31	2
2	49	42	7
3	52	50	2
4	57	61	-4
5	78	73	5
6	83	85	-2
7	90	94	-4
8	112	103	9
9	118	115	3
10	116	124	-8
11		132	
12		141	

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{|e_i^1|}{Y_i}\cdot 100\ (\%)$$

$$= \frac{\frac{|2|}{33} + \frac{|7|}{49} + \cdots \frac{|-8|}{116}}{10}\cdot 100 \Rightarrow$$

$$MAPE = \frac{0{,}619}{10}\cdot 100 = 6{,}19\%$$

$$sMAPE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{2\cdot|e_i^2|}{Y_i + F_i}\cdot 100\ (\%)$$

$$= 2\cdot\frac{\frac{|2|}{33+31} + \frac{|7|}{49+42} + \cdots + \frac{|-8|}{116+124}}{10}\cdot 100$$

$$\Rightarrow sMAPE = 2\cdot\frac{0{,}317}{10}\cdot 100 = 6{,}33\%$$

FSU

Στατιστική Ανάλυση
Στατιστική ανάλυση ακρίβειας προβλέψεων

Παράδειγμα

t	Y_t	F_t	e_t
1	33	31	2
2	49	42	7
3	52	50	2
4	57	61	-4
5	78	73	5
6	83	85	-2
7	90	94	-4
8	112	103	9
9	118	115	3
10	116	124	-8
11		132	
12		141	

$$\mathrm{MAsE} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|e_i^1|}{\frac{1}{n-1}\sum_{i=2}^{n}|Y_i - Y_{i-1}|}$$

$$= \frac{\frac{|2| + |7| + \cdots + |-8|}{10}}{\frac{|49-33| + |52-49| + \cdots + |116-118|}{9}}$$

$$\Rightarrow \mathrm{MAsE} = \frac{\frac{46}{10}}{\frac{87}{9}} = 0{,}476$$

Στατιστική Ανάλυση
Στατιστική ανάλυση ακρίβειας προβλέψεων

Παράδειγμα

t	Y_t	F_t^1	F_t^2	e_t^1	e_t^2
1	33	31	32	2	1
2	49	42	43	7	6
3	52	50	51	2	1
4	57	61	58	-4	-1
5	78	73	75	5	3
6	83	85	87	-2	-4
7	90	94	95	-4	-5
8	112	103	105	9	7
9	118	115	114	3	4
10	116	124	126	-8	-10
11		132	134		
12		141	143		

$$\mathrm{MAE}_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|e_i^1\right| = \frac{|2| + |7| + \cdots + |-8|}{10} = \frac{46}{10} = 4{,}6$$

$$\mathrm{MAE}_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|e_i^2\right| = \frac{|1| + |6| + \cdots + |-10|}{10} = \frac{42}{10} = 4{,}2$$

$$\mathrm{RelMAE}_2 = \frac{\mathrm{MAE}_2}{\mathrm{MAE}_{\mathrm{benchmark}}} = \frac{4{,}2}{4{,}6} = 0{,}913$$

FSU

Ρυθμός Ανάπτυξης

Ο δείκτης του ρυθμού ανάπτυξης (*growth rate*) αποτελεί ένα μέτρο της αυξητικής ή φθίνουσας πορείας μιας σειράς δεδομένων για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Εκφράζεται σε ποσοστιαία μορφή και συνήθως αναφέρεται στη σύγκριση του ύψους των δεδομένων του τελευταίου έτους σε σχέση με τα υπόλοιπα διαθέσιμα δεδομένα. Η μαθηματική έκφραση του ρυθμού ανάπτυξης έχει ως εξής:

$$\text{Growth Rate} = \frac{\frac{1}{\text{ppy}} \cdot \sum_{i=n-\text{ppy}+1}^{n} Y_i - \frac{1}{n-\text{ppy}} \cdot \sum_{i=1}^{n-\text{ppy}} Y_i}{\frac{1}{n-\text{ppy}} \cdot \sum_{i=1}^{n-\text{ppy}} Y_i} \cdot 100 \ (\%)$$

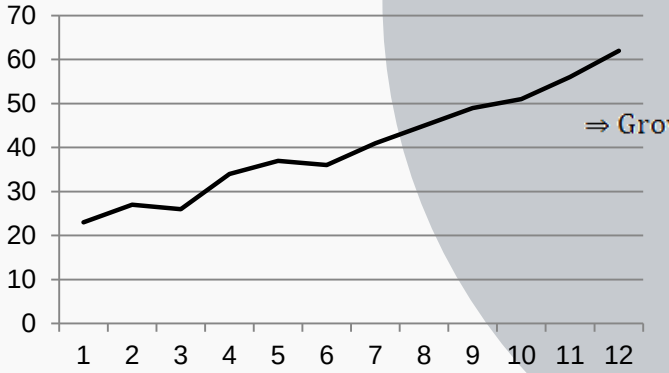
Όπου *Y* το διάνυσμα των *n* παρατηρήσεων και *ppy* το πλήθος των περιόδων στο μήκος ενός έτους (για παράδειγμα, *ppy*=12 αν τα δεδομένα αφορούν μηνιαίες παρατηρήσεις).

FSU

Ρυθμός Ανάπτυξης

Παράδειγμα

t	Y_t
1	23
2	27
3	26
4	34
5	37
6	36
7	41
8	45
9	49
10	51
11	56
12	62



$$\text{Growth Rate} = \frac{\frac{1}{4}\cdot\sum_{i=9}^{12} Y_i - \frac{1}{8}\cdot\sum_{i=1}^{8} Y_i}{\frac{1}{8}\cdot\sum_{i=1}^{8} Y_i}\cdot 100\ (\%)$$

$$\text{Growth Rate} = \frac{\frac{49+51+56+62}{4} - \frac{23+27+\cdots+45}{8}}{\frac{23+27+26+34+37+36+41+45}{8}}\cdot 100\ (\%)$$

$$\Rightarrow \text{Growth Rate} = \frac{\frac{218}{4} - \frac{269}{8}}{\frac{269}{8}}\cdot 100\ (\%) = \frac{54{,}5 - 33{,}625}{33{,}625}\cdot 100\ (\%)$$

$$\Rightarrow \text{Growth Rate} = 62{,}08\ \%$$

FSU

Using R

01 Download & Install R

3.1.1 Windows/ MAC (32/64 bit)

02 Download & Install R studio

03 Install required packages

```
install.packages("fpp",dependencies=TRUE)
```

04 Install required packages

- Forecast
- tseries
- MAPA
- Stats
- Ggplot2
- fpp

References & Further Reading

- https://www.otexts.org/fpp/6/8
- Επιχειρησιακές Προβλέψεις, Πετρόπουλος Φ., Ασημακόπουλος Β., Αθήνα 2012
- Armstrong, J. S., ed. (2001). Principles of forecasting: a handbook for researchers and practitioners. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers
- Ord, J. K. and R. Fildes (2012). Principles of business forecasting. South-Western College Pub

FSU

Using R

monthdays<- rep(c(31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31),14)

monthdays[26+(4*12)*(0:2)]<-29

par(mfrow=c(2,1))

plot(milk, main="Monthly milk production per cow", ylab="Pounds",xlab="Years")

plot(milk/monthdays, main="Average milk production per cow per day",ylab="Pounds", xlab="Years")

```
monthdays<- rep(c(31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31),14)
monthdays[26+(4*12)*(0:2)]<-29
par(mfrow=c(2,1))
plot(milk, main="Monthly milk production per cow", ylab="Pounds",xlab="Years")
plot(milk/monthdays, main="Average milk production per cow per day",ylab="Pounds", xlab="Years")

summary(milk)
```

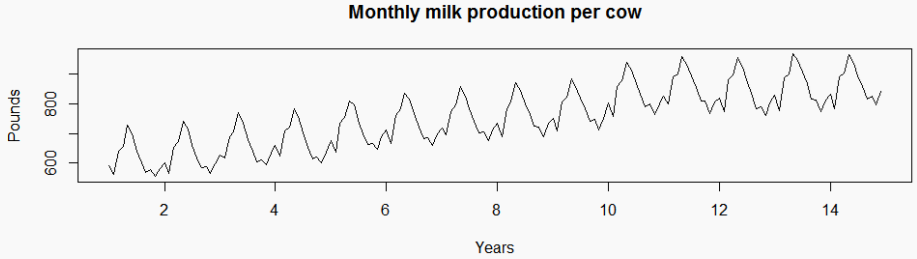
FSU

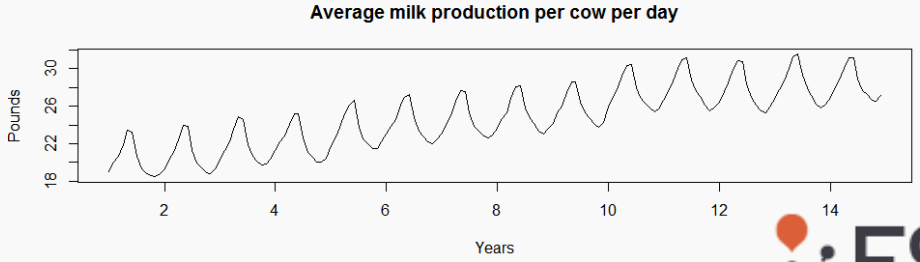
Using R

```
monthdays<- rep(c(31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31),14)
monthdays[26+(4*12)*(0:2)]<-29
par(mfrow=c(2,1))
plot(milk, main="Monthly milk production per cow", ylab="Pounds",xlab="Years")
plot(milk/monthdays, main="Average milk production per cow per day",ylab="Pounds", xlab="Years")

summary(milk)
```

```
summary(milk)
 Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
553.0   677.8   761.0   754.7   824.5   969.0
```





FSU

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Μονάδα Προβλέψεων & Στρατηγικής
Forecasting & Strategy Unit



Αποσύνθεση Χρονοσειράς Παράδειγμα

Αποσύνθεση (Decomposition)



Τάση
Trend component

Εποχιακότητα
Seasonal Component

Τυχαιότητα
Irregular or Random component

Κύκλος
Cyclical component

Μαθηματική Διατύπωση:

$$Y_t = f(S_t, T_t, C_t, R_t)$$

- Y_t : παρατήρηση κατά τη χρονική περίοδο t
- S_t : συνιστώσα εποχιακότητας
- T_t : συνιστώσα τάσης
- C_t : συνιστώσα κύκλου
- R_t : συνιστώσα τυχαιότητας

FSU

Παράδειγμα Αποσύνθεσης



Τάση
Trend component

Εποχιακότητα
Seasonal Component

Τυχαιότητα
Irregular or Random component

Κύκλος
Cyclical component

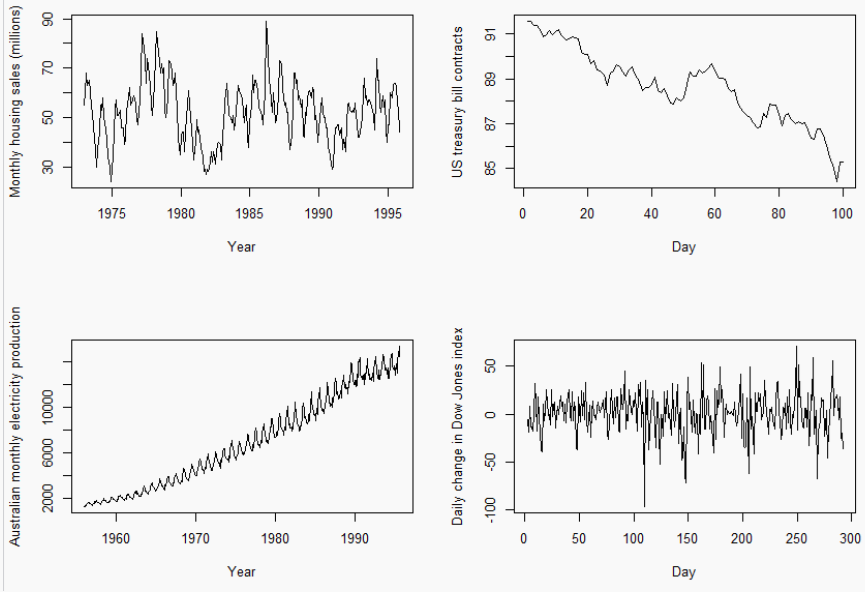
Σκοπός της αποσύνθεση είναι η απομόνωση των 4 βασικών συνιστωνσών της χρονοσειράς:

- Y_t : παρατήρηση κατά τη χρονική περίοδο t
- S_t : συνιστώσα εποχιακότητας
- T_t : συνιστώσα τάσης
- C_t : συνιστώσα κύκλου
- R_t : συνιστώσα τυχαιότητας

FSU

Αναγνώριση βασικών Στοιχείων Χρονοσειρών

```
par(mfrow=c(2,2))
plot(hsales,xlab="Year",ylab="Monthly housing sales (millions)")
plot(ustreas,xlab="Day",ylab="US treasury bill contracts")
plot(elec,xlab="Year",ylab="Australian monthly electricity production")
plot(diff(dj),xlab="Day",ylab="Daily change in Dow Jones index")
```



FSU

Βήματα Αποσύνθεσης



Βήμα 1ο

Υπολογισμός ενός κινητού μέσου όρου ο οποίος βασίζεται στο μήκος της εποχιακότητας



Βήμα 2ο

Διαίρεση των πραγματικών δεδομένων με τις αντίστοιχες τιμές των κινητών μέσων όρων



Βήμα 3ο

Απαλοιφή της τυχαιότητας από τους λόγους εποχιακότητας του Βήματος 2.



Βήμα 4ο

Διαίρεση των πραγματικών δεδομένων με τους αντίστοιχους δείκτες εποχιακότητας για την εύρεση της αποεποχικοποιημένης σειράς.



Βήμα 5ο

Απαλοιφή της τυχαιότητας από την αποεποχικοποιημένη σειρά.



Βήμα 6ο

Υπολογισμός της τάσης από τη σειρά τάσης-κύκλου του Βήματος 5.

.



Βήμα 7ο

Πρόβλεψη μέσω αποσύνθεσης

FSU

Blaine Port
Number of Privately Owned Vehicles (POVs) Arriving at the Port.

Perios	POVs
Δεκ-96	329225
Ιαν-97	291927
Φεβ-97	297449
Μαρ-97	323086
Απρ-97	399828
Μαϊ-97	363939
Ιουν-97	371906
Ιουλ-97	365572
Αυγ-97	414576
Σεπ-97	475699
Οκτ-97	344335
Νοε-97	311346
Δεκ-97	344691
Ιαν-98	312641
Φεβ-98	287327

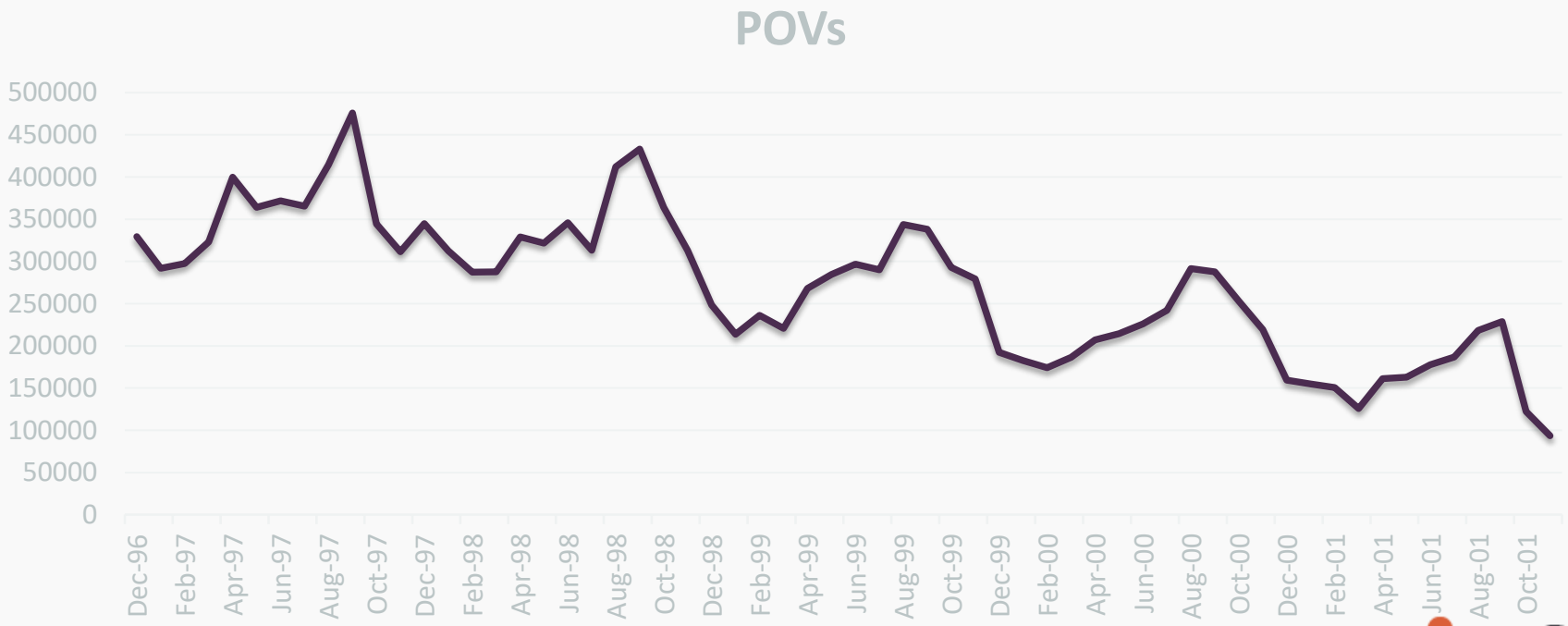
Perios	POVs
Μαρ-98	287500
Απρ-98	329035
Μαϊ-98	321590
Ιουν-98	345714
Ιουλ-98	313396
Αυγ-98	412149
Σεπ-98	433132
Οκτ-98	364180
Νοε-98	313022
Δεκ-98	248532
Ιαν-99	213847
Φεβ-99	236071
Μαρ-99	220733
Απρ-99	267954
Μαϊ-99	284585

Perios	POVs
Ιουν-99	296772
Ιουλ-99	289979
Αυγ-99	343785
Σεπ-99	338192
Οκτ-99	292954
Νοε-99	279097
Δεκ-99	192255
Ιαν-00	182494
Φεβ-00	174189
Μαρ-00	186489
Απρ-00	207218
Μαϊ-00	214285
Ιουν-00	225851
Ιουλ-00	242094
Αυγ-00	291357

Perios	POVs
Σεπ-00	287615
Οκτ-00	253046
Νοε-00	219190
Δεκ-00	159448
Ιαν-01	154789
Φεβ-01	150617
Μαρ-01	125641
Απρ-01	161009
Μαϊ-01	162959
Ιουν-01	177692
Ιουλ-01	186589
Αυγ-01	218141
Σεπ-01	228940
Οκτ-01	122245
Νοε-01	93667

FSU

Blaine Port
Number of Privately Owned Vehicles (POVs) Arriving at the Port.



FSU

Βήμα 1ο Εύρεση Κεντρικών Κινητών Μέσων Όρων

		Data	ΚΚΜΟ
1	Δεκ-96	329225	
2	Ιαν-97	291927	
3	Φεβ-97	297449	
4	Μαρ-97	323086	
5	Απρ-97	399828	
6	Μαϊ-97	363939	
7	Ιουν-97	371906	358051,8
8	Ιουλ-97	365572	359559,3
9	Αυγ-97	414576	360000,6
10	Σεπ-97	475699	358096,1
11	Οκτ-97	344335	353663,6
12	Νοε-97	311346	348949,4
13	Δεκ-97	344691	346093,5
14	Ιαν-98	312641	342828,2
15	Φεβ-98	287327	323380,2
16	Μαρ-98	287500	286285,4
17	Απρ-98	329035	252117,3
18	Μαϊ-98	321590	224797,3
19	Ιουν-98	345714	197462,4
20	Ιουλ-98	313396	170073,5

$$\frac{X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_{12}}{12} = \frac{329225 + 291927 + 297449 + \cdots + 311346}{12} = 357407.3$$

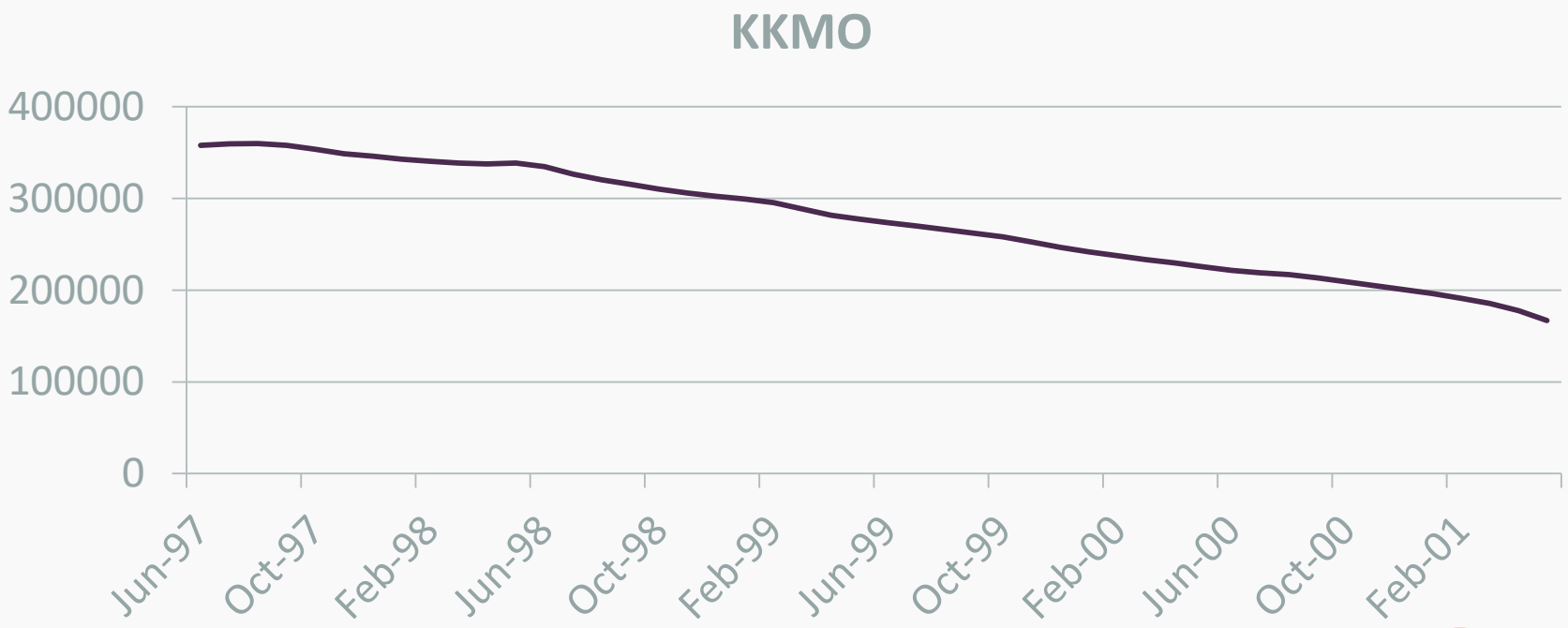
$$\frac{X_2 + X_3 + X_4 + \cdots + X_{13}}{12} = \frac{291927 + 297449 + 323086 + \cdots + 344691}{12} = 358696.3$$

$$KKMO(Ιούν - 97) = \frac{357407.3 + 358696.3}{2} = 358051,8$$

Η σειρά που προκύπτει δεν περιέχει εποχιακότητα και τυχαιότητα.
Δίνει όμως μια πολύ καλή εικόνα της τάσης της χρονοσειράς.

FSU

Βήμα 1ο Εύρεση Κεντρικών Κινητών Μέσων Όρων



FSU

Βήμα 2ο Υπολογισμός των Λόγων Εποχιακότητας

		Data	ΚΚΜΟ	Λ.Ε.
1	Δεκ-96	329225		
2	Ιαν-97	291927		
3	Φεβ-97	297449		
4	Μαρ-97	323086		
5	Απρ-97	399828		
6	Μαϊ-97	363939		
7	Ιουν-97	371906	358051,8	103,83
8	Ιουλ-97	365572	359559,3	101,67
9	Αυγ-97	414576	360000,6	115,15
10	Σεπ-97	475699	358096,1	132,84
11	Οκτ-97	344335	353663,6	97,36
12	Νοε-97	311346	348949,4	89,22
13	Δεκ-97	344691	346093,5	99,59
14	Ιαν-98	312641	342828,2	91,19
15	Φεβ-98	287327	323380,2	88,85
16	Μαρ-98	287500	286285,4	100,42
17	Απρ-98	329035	252117,3	130,50
18	Μαϊ-98	321590	224797,3	143,05
19	Ιουν-98	345714	197462,4	175,07
20	Ιουλ-98	313396	170073,5	184,27

$$\Lambda E(7) = \frac{Data(7)}{KKMO(7)} = \frac{371906}{358051{,}8} \times 100 = 103{,}86$$

Η σειρά των Λόγων Εποχιακότητας περιέχει απαραίτητες πληροφορίες για την εποχιακή συμπεριφορά της χρονοσειράς.

FSU

Βήμα 3ο Απαλοιφή Τυχαιότητας και Εύρεση Δεικτών Εποχιακότητας

Δείκτες εποχιακότητας πριν την Κανονικοποίηση

		ΕΤΟΣ							
		1997	1998	1999	2000	2001	MIN	MAX	AVERAGE
ΜΗΝΑΣ	1		91,19	71,43	75,44	78,78	71,43	91,19	77,11
	2		84,37	79,87	73,27	78,81	73,27	84,37	79,34
	3		84,89	76,44	79,89	67,69	67,69	84,89	78,17
	4		97,43	95,07	90,23	90,60	90,23	97,43	92,84
	5		94,97	102,57	95,03	97,56	94,97	102,57	96,29
	6	103,87	103,29	108,43	101,90		101,90	108,43	103,58
	7	101,67	95,97	107,38	110,49		95,97	110,49	104,53
	8	115,16	128,67	129,16	134,28		115,16	134,28	128,92
	9	132,84	137,33	129,00	134,74		129,00	137,33	133,79
	10	97,36	117,45	113,46	121,07		97,36	121,07	115,46
	11	89,22	102,30	110,43	106,95		89,22	110,43	104,63
	12	99,59	82,19	77,88	79,41		77,88	99,59	80,80

FSU

Βήμα 3ο Απαλοιφή Τυχαιότητας και Εύρεση Δεικτών Εποχιακότητας

ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΟΧΙΑΚΟΤΗΤΑΣ ΧΩΡΙΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗ (ΔΕΧ)	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΟΧΙΑΚΟΤΗΤΑΣ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗ (ΔΕΜ)
77,11	77,41
79,34	79,64
78,17	78,46
92,84	93,19
96,29	96,66
103,58	103,98
104,53	104,93
128,92	129,41
133,79	134,30
115,46	115,90
104,63	105,03
80,80	81,11

Συντελεστής Κανονικοποίησης:

$$\Sigma K = \frac{77{,}11 + 79{,}34 + 78{,}17 + \cdots + 80{,}80}{1200} = 0{,}9962$$

$$\Delta EM(i) = \frac{\Delta EX(i)}{\Sigma K}$$

$$\Delta EM(1) = \frac{77{,}11}{0{,}9962} = 77{,}40$$

FSU

Βήμα 3ο Απαλοιφή Τυχαιότητας και Εύρεση Δεικτών Εποχιακότητας



Βήμα 4ο Εύρεση της Αποεποχικοποιημένης Χρονοσειράς

		Data	ΔΕ	ΑΧ
1	Δεκ-96	329225	81,10535	405922,7
2	Ιαν-97	291927	77,40612	377136,9
3	Φεβ-97	297449	79,64385	373473,9
4	Μαρ-97	323086	78,46414	411762,6
5	Απρ-97	399828	93,1895	429048,4
6	Μαϊ-97	363939	96,65814	376521,8
7	Ιουν-97	371906	103,9767	357682,2
8	Ιουλ-97	365572	104,9258	348410
9	Αυγ-97	414576	129,4089	320361,3
10	Σεπ-97	475699	134,2995	354207,6
11	Οκτ-97	344335	115,8962	297106,3
12	Νοε-97	311346	105,0259	296446,9
13	Δεκ-97	344691	81,10535	424991,7
14	Ιαν-98	312641	77,40612	403897
15	Φεβ-98	287327	79,64385	360764,8
16	Μαρ-98	287500	78,46414	366409,4
17	Απρ-98	329035	93,1895	353081,6
18	Μαϊ-98	321590	96,65814	332708,6
19	Ιουν-98	345714	103,9767	332491,9
20	Ιουλ-98	313396	104,9258	298683,5

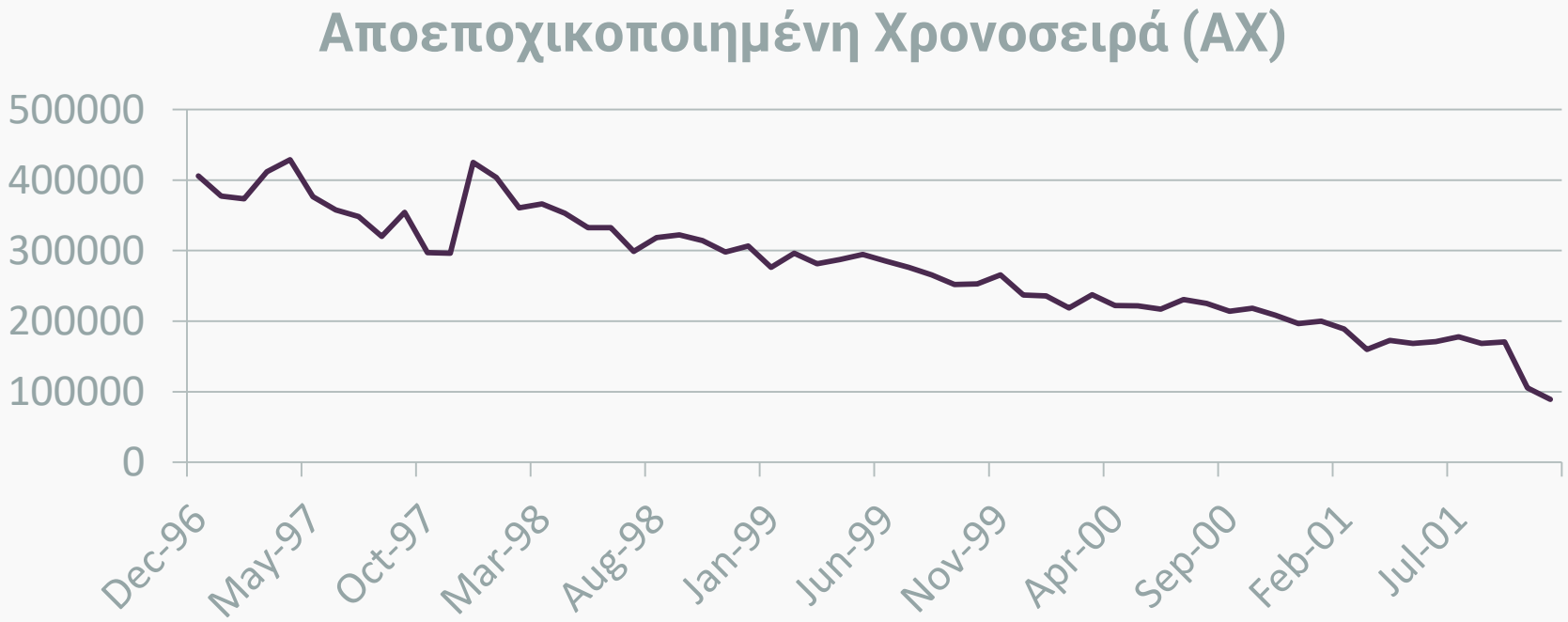
$$AX(i) = \frac{Data(i)}{\Delta E(i)} \times 100$$

$$AX(1) = \frac{329225}{81{,}11} \times 100 = 405923$$

Η σειρά που προκύπτει και περιέχει τάση, κύκλο και τυχαιότητα.

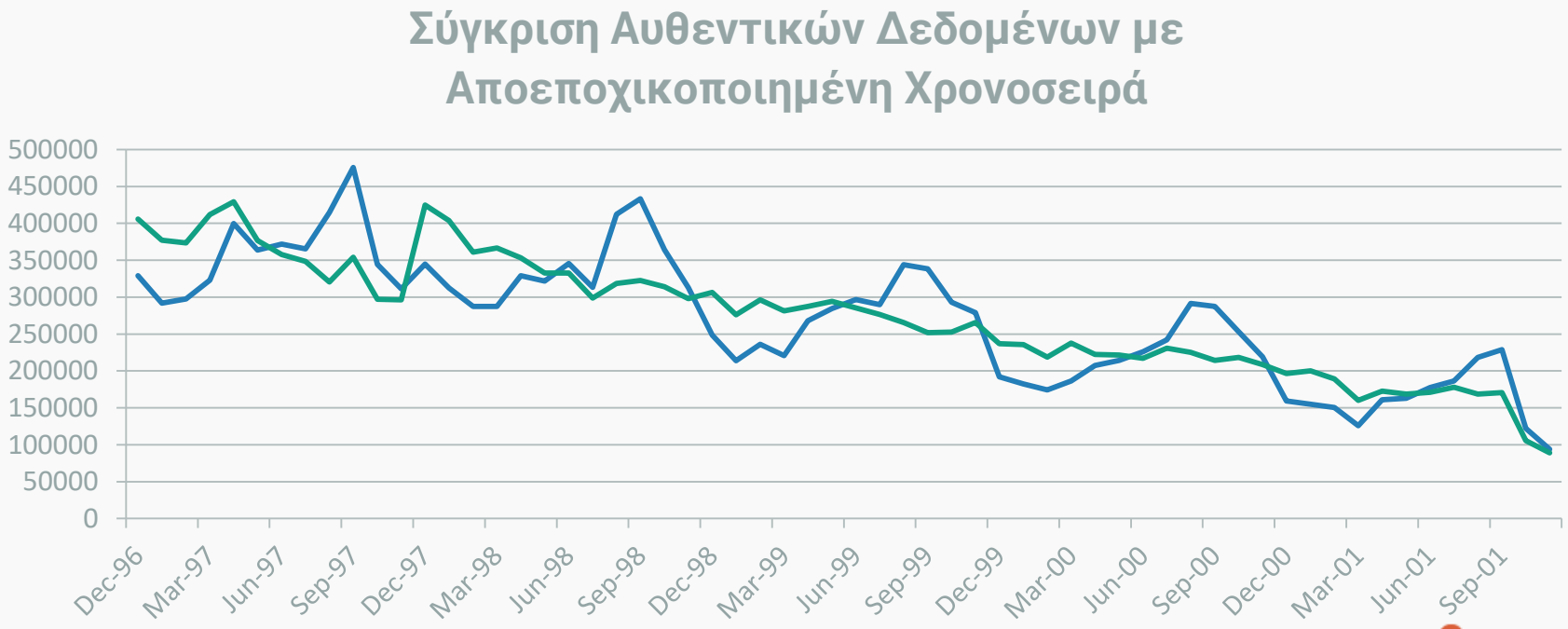
FSU

Βήμα 4ο Εύρεση της Αποεποχικοποιημένης Χρονοσειράς



FSU

Βήμα 4ο Εύρεση της Αποεποχικοποιημένης Χρονοσειράς



FSU

Βήμα 5ο Εύρεση της Σειράς Τάσης - Κύκλου

		ΑΧ	ΚΜΟ(3)	ΚΜΟ(3x3)
1	Δεκ-96	405922,7		390556,4
2	Ιαν-97	377136,9	385511,1	385511,1
3	Φεβ-97	373473,9	387457,8	392576,9
4	Μαρ-97	411762,6	404761,6	399332,3
5	Απρ-97	429048,4	405777,6	399430
6	Μαϊ-97	376521,8	387750,8	384799,9
7	Ιουν-97	357682,2	360871,3	363591,1
8	Ιουλ-97	348410	342151,2	348005,2
9	Αυγ-97	320361,3	340993	335678,6
10	Σεπ-97	354207,6	323891,7	326935
11	Οκτ-97	297106,3	315920,3	326442,3
12	Νοε-97	296446,9	339515	343515,7
13	Δεκ-97	424991,7	375111,9	370392,7
14	Ιαν-98	403897	396551,2	382895,6
15	Φεβ-98	360764,8	377023,8	377886,7
16	Μαρ-98	366409,4	360085,3	362614,1
17	Απρ-98	353081,6	350733,2	350082
18	Μαϊ-98	332708,6	339427,4	337151,8
19	Ιουν-98	332491,9	321294,7	325758,6
20	Ιουλ-98	298683,5	316553,7	317025,2

$$KMO(3)_i = \frac{AX(i-1) + AX(i) + AX(i+1)}{3}$$

$$KMO(3)_2 = \frac{AX(1) + AX(2) + AX(3)}{3} =$$

$$= \frac{405922,7+377136,9+373473,9}{3} = 385511,1$$

$$KMO(3\times 3)_i = \frac{KMO(3)_{i-1} + KMO(3)_i + KMO(3)_{i+1}}{3}$$

$$KMO(3\times 3)_3 = \frac{KMO(3)_2 + KMO(3)_3 + KMO(3)_4}{3} =$$

$$= \frac{385511,1 + 387457,8 + 404761,6}{3} = 392576,9$$

Με το βήμα αυτό εξαλείφθηκε η τυχαιότητα, επομένως η σειρά που προκύπτει περιέχει τάση και κυκλικότητα

Βήμα 5ο Εύρεση της Σειράς Τάσης - Κύκλου

Εύρεση Οριακών Τιμών

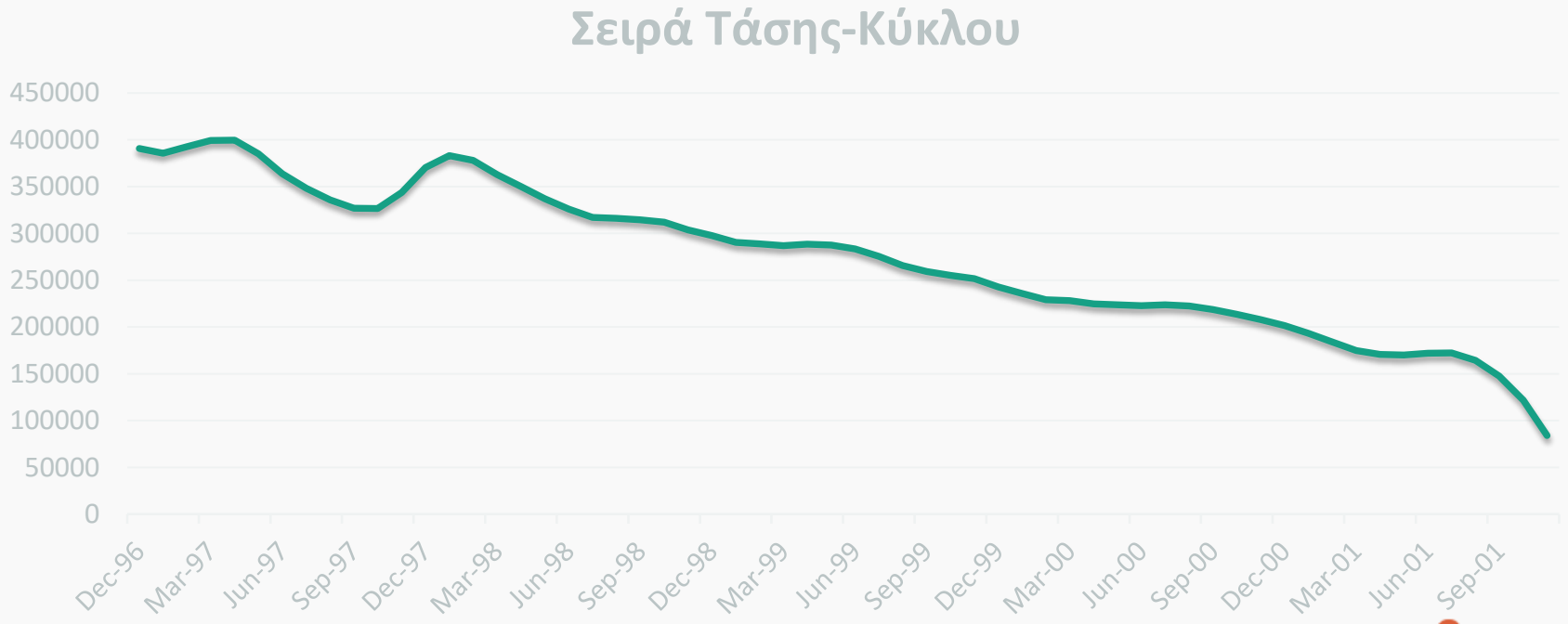
$$KMO(3\times 3)_2 = KMO(3)_2 \rightarrow KMO(3\times 3)_2 = 385511{,}1$$

$$KMO(3\times 3)_1 = \frac{AX(1)+AX(2)}{2} + \frac{KMO(3)_2 - KMO(3)_3}{2} \rightarrow$$

$$KMO(3\times 3)_1 = \frac{405922{,}7 + 377136{,}9 + 385511{,}1 - 387456{,}8}{2} = 390556{,}4$$

*ομοίως υπολογίζονται και οι 2 οριακές τιμές που λείπουν από το τέλος της σειράς

Βήμα 5ο Εύρεση της Σειράς Τάσης - Κύκλου



FSU

Βήμα 5ο Εύρεση της Σειράς Τάσης - Κύκλου

		AX	ΚΜΟ(3x3)	R
1	Δεκ-96	405922,7	390556,4	1,039344
2	Ιαν-97	377136,9	385511,1	0,978277
3	Φεβ-97	373473,9	392576,9	0,95134
4	Μαρ-97	411762,6	399332,3	1,031128
5	Απρ-97	429048,4	399430	1,074152
6	Μαϊ-97	376521,8	384799,9	0,978487
7	Ιουν-97	357682,2	363591,1	0,983748
8	Ιουλ-97	348410	348005,2	1,001163
9	Αυγ-97	320361,3	335678,6	0,954369
10	Σεπ-97	354207,6	326935	1,083419
11	Οκτ-97	297106,3	326442,3	0,910134
12	Νοε-97	296446,9	343515,7	0,862979
13	Δεκ-97	424991,7	370392,7	1,147408
14	Ιαν-98	403897	382895,6	1,054849
15	Φεβ-98	360764,8	377886,7	0,95469
16	Μαρ-98	366409,4	362614,1	1,010467
17	Απρ-98	353081,6	350082	1,008568
18	Μαϊ-98	332708,6	337151,8	0,986822
19	Ιουν-98	332491,9	325758,6	1,02067
20	Ιουλ-98	298683,5	317025,2	0,942144

Απομόνωση της Τυχαιότητας

$$\left.\begin{array}{c} X = S \times T \times C \times R \\ AX = \dfrac{X}{S} \\ KMO(3 \times 3) = T \times C \end{array}\right\} \leftrightarrow R = \frac{AX}{KMO(3 \times 3)}$$

$$R_1 = \frac{AX_1}{KMO(3 \times 3)_1} = \frac{405922,7}{390556,4} = 1,039344$$

Βήμα 6ο Εύρεση της Σειράς Τάσης

X

Y

		ΚΜΟ(3x3)	Τ
1	Δεκ-96	390556,4	403971,4
2	Ιαν-97	385511,1	399569
3	Φεβ-97	392576,9	395166,5
4	Μαρ-97	399332,3	390764
5	Απρ-97	399430	386361,6
6	Μαϊ-97	384799,9	381959,1
7	Ιουν-97	363591,1	377556,6
8	Ιουλ-97	348005,2	373154,1
9	Αυγ-97	335678,6	368751,7
10	Σεπ-97	326935	364349,2
11	Οκτ-97	326442,3	359946,7
12	Νοε-97	343515,7	355544,3
13	Δεκ-97	370392,7	351141,8
14	Ιαν-98	382895,6	346739,3
15	Φεβ-98	377886,7	342336,9

Διαχωρισμός Τάσης και Κυκλικότητας

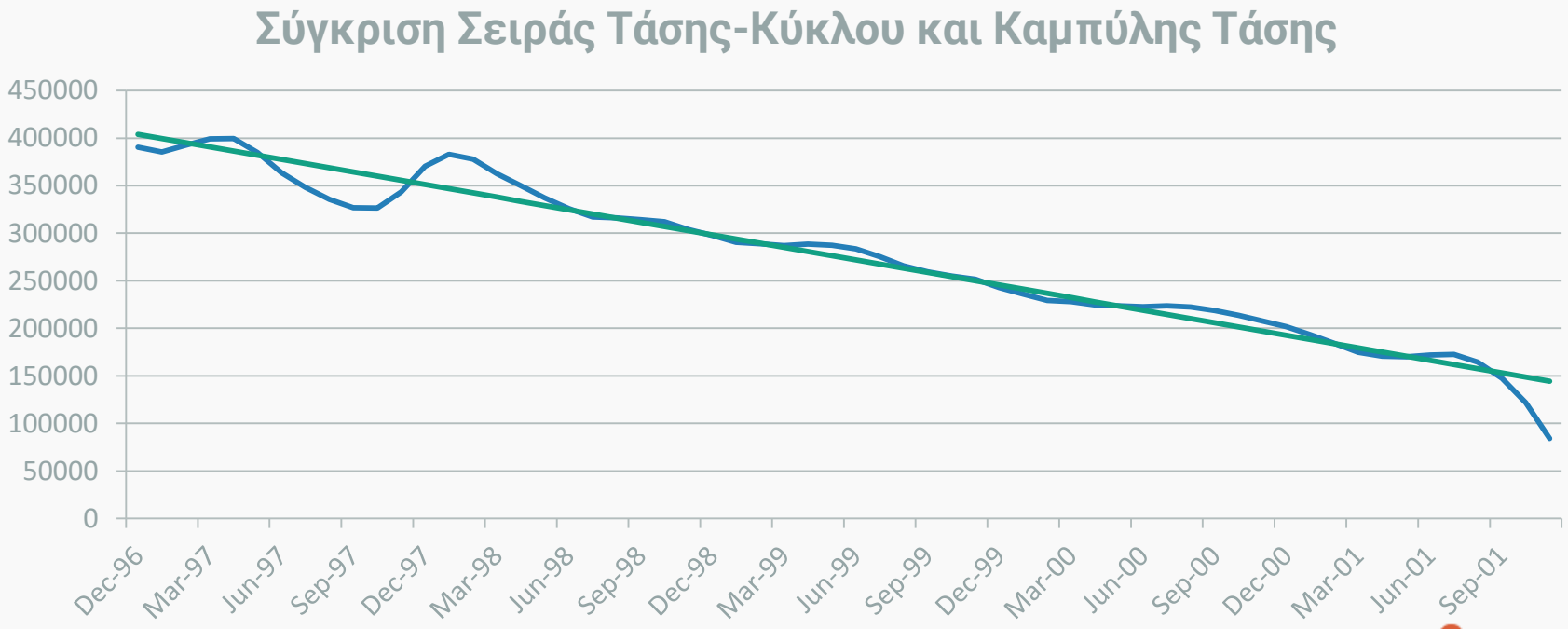
Παρατηρώντας το γράφημα της σειράς ΤxC, επιλέγουμε το γραμμικό μοντέλο τάσης που περιγράφει την σειρά ικανοποιητικά, οπότε εφαρμόζουμε απλή παλινδρόμηση.

$$b = \frac{\frac{\sum X \cdot Y}{n} - \bar{X} \cdot \bar{Y}}{\frac{\sum X^2}{n} - \bar{X}^2} \qquad a = \bar{Y} - b \cdot \bar{X}$$

$$Y = a + b \cdot X \rightarrow T_t = a + b \cdot t = 408373{,}9 - 4402{,}47 \cdot t$$

$$T_1 = 408373{,}9 - 4402{,}47 \cdot 1 = 403971{,}4$$

Βήμα 6ο Εύρεση της Σειράς Τάσης



FSU

Βήμα 5ο Εύρεση της Σειράς Τάσης - Κύκλου

		ΚΜΟ(3x3)	Τ	C
1	Δεκ-96	390556,4	403971,4	0,967
2	Ιαν-97	385511,1	399569	0,965
3	Φεβ-97	392576,9	395166,5	0,993
4	Μαρ-97	399332,3	390764	1,022
5	Απρ-97	399430	386361,6	1,034
6	Μαϊ-97	384799,9	381959,1	1,007
7	Ιουν-97	363591,1	377556,6	0,963
8	Ιουλ-97	348005,2	373154,1	0,933
9	Αυγ-97	335678,6	368751,7	0,910
10	Σεπ-97	326935	364349,2	0,897
11	Οκτ-97	326442,3	359946,7	0,907
12	Νοε-97	343515,7	355544,3	0,966
13	Δεκ-97	370392,7	351141,8	1,055
14	Ιαν-98	382895,6	346739,3	1,104
15	Φεβ-98	377886,7	342336,9	1,104
16	Μαρ-98	362614,1	337934,4	1,073
17	Απρ-98	350082	333531,9	1,050
18	Μαϊ-98	337151,8	329129,4	1,024
19	Ιουν-98	325758,6	324727	1,003
20	Ιουλ-98	317025,2	320324,5	0,990

$$\frac{KKMO(3\times 3)}{T}=\frac{T\times C}{T}=C$$

$$\frac{KKMO(3\times 3)_1}{T_1}=\frac{390556,4}{403971,4}=0,967$$

Βήμα 5ο Εύρεση της Σειράς Τάσης - Κύκλου



Βήμα 7ο Προετοιμασία Πρόβλεψης βασισμένης στην Αποσύνθεση

$$X = T \times C \times S \times R \rightarrow X = T \times C \times S$$

$$T_{n+1} = 408373{,}9 - 4402{,}47 \cdot (n+1) \rightarrow$$
$$T_{61} = 408373{,}9 - 4402{,}47 \cdot 61 = 139823{,}23$$

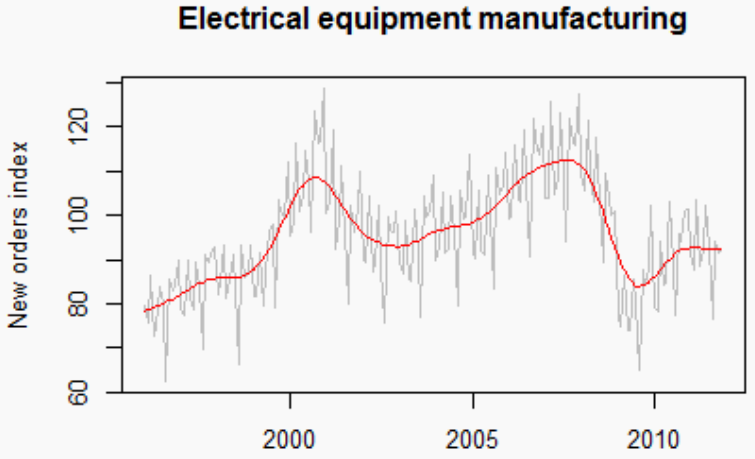
$$C_{61} = 1$$

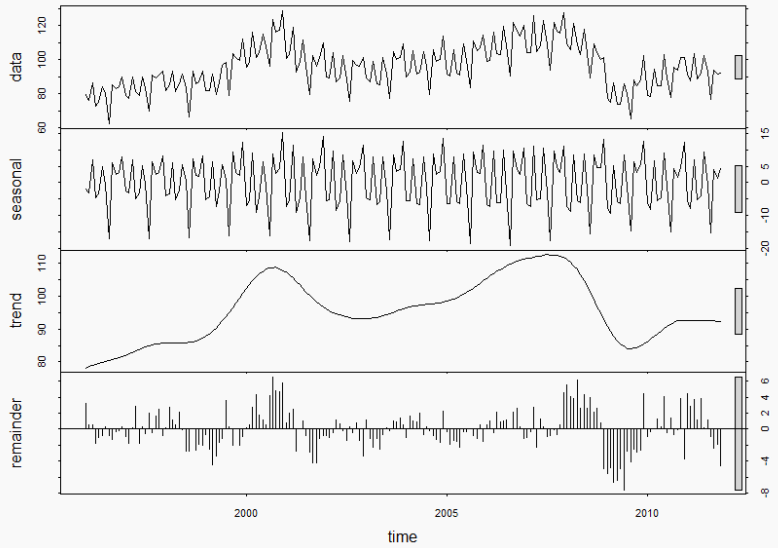
$$S_{61} = \Delta E(\Delta\varepsilon\kappa\varepsilon\mu\beta\rho\acute{\iota}ου) = 81{,}11$$

$$X_{61} = T_{61} \times C_{61} \times S_{61} = 139823{,}23 \times 1 \times \frac{81{,}11}{100} = 113410{,}62$$

Παράδειγμα Αποσύνθεσης R


```
fit <- stl(elecequip, s.window=5)
plot(elecequip, col="gray",
     main="Electrical equipment manufacturing",
     ylab="New orders index", xlab="")
lines(fit$time.series[,2],col="red",ylab="Trend")
```

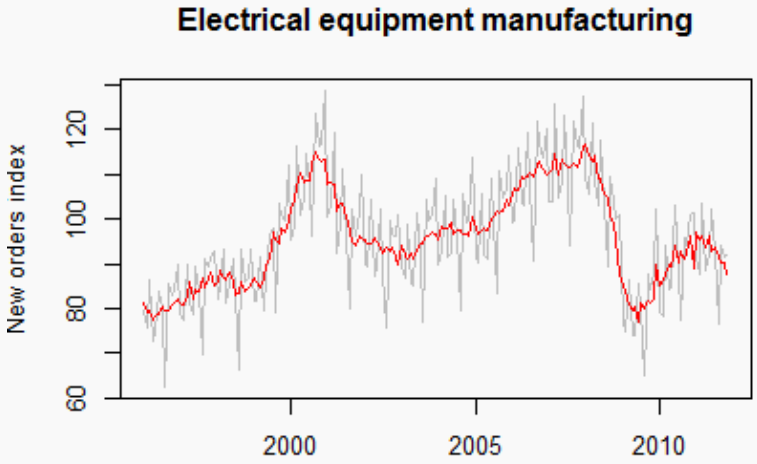





```
plot(fit)
```

Παράδειγμα Αποσύνθεσης R


```
plot(elecequip, col="grey",
     main="Electrical equipment manufacturing",
     xlab="", ylab="New orders index")
lines(seasadj(fit),col="red",ylab="Seasonally adjusted")
```



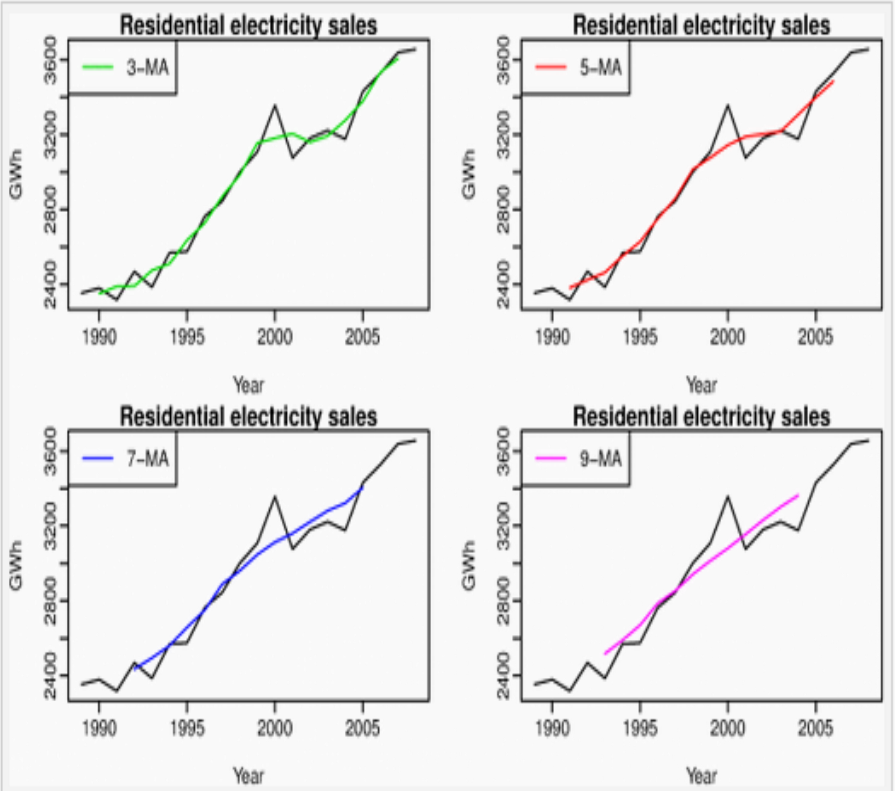
Παράδειγμα Αποσύνθεσης R

Εύρεση ΚΜΟ

```
plot(elecsales, main="Residential
electricity sales", ylab="GWh",
xlab="Year")
lines(ma(elecsales,5),col="red")
```

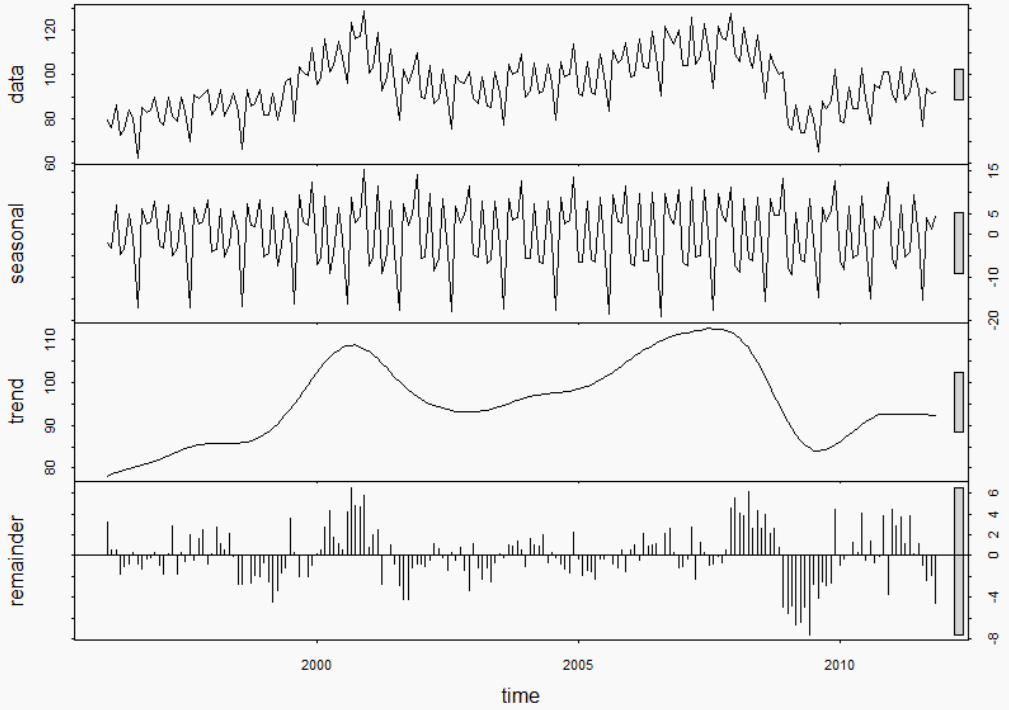
Εύρεση ΚΚΜΟ

```
beer2 <-
 window(ausbeer,start=1992)
ma4 <- ma(beer2, order=4,
centre=FALSE)
ma2x4 <- ma(beer2, order=4,
centre=TRUE)
```



Παράδειγμα Αποσύνθεσης R


```
# x is the time series
fit <- decompose(x, type="multiplicative")
plot(fit)
```



References & Further Reading

- https://www.otexts.org/fpp/6/8
- Επιχειρησιακές Προβλέψεις, Πετρόπουλος Φ., Ασημακόπουλος Β., Αθήνα 2012
- Cleveland, R. B., W. S. Cleveland, J. E. McRae and I. J. Terpenning (1990). STL : A seasonal-trend decomposition procedure based on loess. *Journal of Official Statistics* **6**(1), 3–73.
- Gomez, V. and A. Maravall (2001). "Seasonal adjustment and signal extraction in economic time series". In: *A course in time series analysis*. Ed. by D. Pena, G.C. Tiao and R.S. Tsay. New York: John Wiley & Sons. Chap. 8, pp.202–246.
- Ladiray, D. and B. Quenneville (2001). *Seasonal adjustment with the X-11 method*. Lecture notes in statistics. Springer-Verlag.
- Miller, D. M. and D. Williams (2003). Shrinkage estimators of time series seasonal factors and their effect on forecasting accuracy. *International Journal of Forecasting*, **19**(4), 669–684.
- Theodosiou, M. (2011). Forecasting monthly and quarterly time series using STL decomposition. *International Journal of Forecasting*, **27**(4), 1178–1195.

Fell free to say hi!

We are friendly and social

Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφος
Αττική, 15780, Ελλάδα
E-mail: info(at)fsu.gr
Τηλέφωνο: 2107723637 Fax: 2107723740

Κτίριο της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
2ος όροφος - 2.2.1 Εργαστήριο

@FSU NTUA

Μονάδα Προβλέψεων και Στρατηγικής ΕΜΠ

lesson@fsu.gr

FSU